MATLAB und Mathematik kompetent einsetzen

Prof. Dr. Stefan Adam

Sammlung von früheren Prüfungen

Neben der hier angezeigten HTML-Version existiert auch ein PDF-File zum Ausdrucken:
altprfg.pdf

Inhaltsverzeichnis

1 Schuljahr 1998/99

1.1 Wintersemester 1998/99

1.1.1 WS 1998/99 – Prüfung 1, 9. Dez. 1998

AK Ingenieurmathematik – Prüfung 1 5 En/El/In 9. Dez. 1998

Bemerkungen: Zeit 90 Min.; Max. 6*8=48 Pte.; 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:**
– Welchen Zweck verfolgt man mit den algebraischen Umformungen, bei denen die Berechnung von Differenzen möglichst vermieden wird?
– Wie nennt man die Berechnungsprobleme, bei denen kleine Aenderungen der Eingabedaten zu grossen Änderungen der Resultate führen können?
– Beschreiben Sie das Prinzip des Newton'schen Iterationsverfahrens zur Bestimmung von Nullstellen einer gegebenen Funktion!
– Welche Eigenschaften haben die Resultatfunktionen (Bildraum) der Fourier-Transformation einer reellen Zeitfunktion?

2) Eine Version der doppelt genauen Zahlen verwendet wie die mit einfacher Genauigkeit 1 Vorzeichen- 8 Exponenten und 1 "hidden"-Bit, jedoch statt 23 (23+32), also 55 Mantissen-Bits. Um welchen Faktor genauer sind diese Zahlen als die entsprechenden Zahlen mit einfacher Genauigkeit?

3) Schreiben Sie ein detailliertes Stück MATLAB-Code zur Berechnung der Faltung (ohne Aufruf der Funktion conv) der beiden Zeilen-Vektoren a (5 Elemente) b (15 Elemente) basierend auf einer doppelten Schleife:
```
imax = ??    ;     jmax = ??
for i = 1:imax
  for j = 1:jmax
    ???
  end
end
```

4) Geben Sie die notwendigen MATLAB-Befehle an, welche benotigt werden für die Darstellung der doppelt belegten Lissajous-Figur die einer nach oben offenen Parabel entspricht.

5) Schreiben Sie das Funktions-m-File zur Lösung der folgenden Differentialgleichung mit den Methoden 'ode45' bzw. 'ode23':
$y''' + y' - 0.01 * y = 0$

6) Stellen Sie das Matrizen-Gleichungs-System auf für das untenstehende elektrische Netzwerk! (alle Widerstände in Ohm)

```
                 100         400        100
  o-------------=====--o----====---o---====---o
  |                    |           |          |
  |                100 H        50 H          |
  |                    H           H          |
 ---  10 V             |     200   |    100   |
-----                  o----====---o---====---o
  |                    |           |          |
  |                 50 H        20 H          |
  |                    H           H          |
  |                    |     100   |    200   |
  o--------------------o----====---o---====---o
```

1.1.2 WS 1998/99 – Prüfung 2, 3. März 1999

AK Ingenieurmathematik – Prüfung 2   Klassen 5 En/El/In   3. März 1999

Bemerkungen: Zeit 90 Min.; Max. 6*8=48 Pte.; 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:**

   - Wie lautet die Maxwell-Gleichung, welche magnetische Monopole ausschliesst?
   - In welcher Maxwell-Gleichung musste ein Zusatz-Term eingefügt werden, damit die Gleichungen die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im Vakuum beschreiben konnten?
   - Was ist ein Nabla-Operator (ganz kurze Beschreibung)?
   - Von welchem Datentyp sind die meisten Variablen in MATLAB?

2) Welches sind die $x(t)$ und $y(t)$-Funktionen, welche eine Lissajous-Figur von der Form einer stehenden, etwas in die Breite verzogenen Ziffer 8 ergeben?

3) In der Ebene senkrecht zu einem geladenen langen Draht hat das Potential die Funktion $\phi(x, y) = \ln(\sqrt{x^2 + y^2})$ (Logarithmisches Potential). Berechnen sie dazu das zweidimensionale Vektorfeld grad$(\phi(x, y))$.

4) Schreiben Sie ein Funktions-m-File zur numerischen Lösung $x(t)$, $y(t)$ des Differentialgleichungs-Systems
   $\ddot{x} = -0.2 * \dot{y}$
   $\ddot{y} = 0.1 * \dot{x}$

5) Benutzen Sie die Lagrange-Multiplikator-Methode zur Optimierung der Funktion
   $F(x, y, z) = xy + 2xz + 4yz$ unter der Nebenbedingung
   $x - y + 2z = 2$

6) Gesucht ist die Gerade, welche nach dem Prinzip der kleinsten Quadrat-Abweichungen die 4 Punkte (-1/-2), (0/p), (1/1), (2/2) verbindet, wobei das Resultat als Funktion des Parameters p auszudrücken ist.

1.2 Sommersemester 1999

1.2.1 SS 1999 – Prüfung 1, 5. Juli 1999

AK Ingenieurmathematik – Prüfung 1

Klassen 5 En/El/In 5. Juli 1999

Bemerkungen: Zeit 90 Min.; Max. 6*8=48 Pte.; 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:**
   – Für welche arithmetischen Operatoren gibt es in MATLAB zugehörige Punkt-Operatoren und was ist die Bedeutung dieser Punkt-Operatoren?
   – Was bezweckt man mit der Einführung der homogenen Koordinaten bei den Raum-Transformationen? (Zusätzliche Dimension, deren Komponente bei den Vektoren immer = 1 ist).
   – Welche spezielle Matrizenform ist das Ziel der Gauss-Elimination beim Lösen von linearen Gleichungssystemen, bevor man mit dem Rückwärts-Einsetzen beginnen kann?
   – Geben Sie die notwendigen Befehle an, um in MATLAB eine 4x4 Einheitsmatrix zu erzeugen.

2) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrix **M**:

$$\begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

3) Geben Sie eine Reihe von MATLAB-Befehlen an, welche einen Kreis mit dem Radius R=20 zeichnet (angenähert durch ein Polygon mit ca 200 Ecken)!

4) Berechnen Sie die Faltung der Folge [0 0 0 1 2 3 0 0 0] mit sich selbst! (Berechnung von Hand auf dem Lösungsblatt mit allen Zwischenrestultaten).

5) Stellen sie das Gleichungssystem auf zur Lösung des nebenstehenden Kirchhoff'schen Netzes und geben Sie die Matlab-Befahle an, welche diese Lösung liefern!

6) Stellen Sie die Matrizengleichungen auf für den Fit einer Geraden an die Punkte $(-1/2)$ $(0/p)$ $(1/q)$ $(2/2)$ mit p und q als Parameter!

1.2.2 SS 1999 – Musterprüfung , 30. August 1999

Ingenieurmathematik – Musterprüfung 30. Aug. 1999

1) **Verständnisfragen:**
– Geben Sie eine der wichtigsten Massnahmen zum Stabilisieren eines Algorithmus an!
– Wie gross ist bei IEEE754, 32 Bit der Wert "macheps", dh. die Differenz zwischen dem kleinstmöglichen Wert, der gerade noch als grösser als Eins gilt, und dem Wert Eins selbst.
– Wie lautet die Matlab-Lösung von $A \cdot x = b$, als $x =$?
–Wodurch unterscheiden sich in Matlab "fft" und "ifft"

2) Schreiben Sie ein m-File, welches zu gegebenem 'n' eine obere Dreiecksmatris der Dimension 'n' mit lauter Einsen füllt!

3) Suchhen Sie den bsten Fit der Funktion $y(x) = a + b \cdot \frac{1}{x}$ an die Punkte (1/4), (2/2), (3/1.5), (4/0.5).

4) Suchen Sie dan Maximum der Funktion $z(x, y) = 10 - 0.2 \cdot x^2 - 0.05 \cdot y^2$ unter der Bedingung $x + y = 5$

5) Falten Sie die Folgen [1 2 3 4 5] und [5 4 3 2 1] und schreiben Sie ein m-File, das diese Faltung deteilliert ausprogrammiert, unter Verwendung von Schleifenkonstruktionen und Indizes.

6) Bestimmen Sie die ersten zwei nicht verschwindenden Fourier-Koeffizienten der Funktion:
$$y(x) = \begin{cases} 1 & | \quad 0 \leq x < \pi \\ -1 & | \quad \pi \leq x < \pi \end{cases}$$

1.2.3 SS 1999 – Prüfung 2, 6. Sept 1999

AK Ingenieurmathematik – Prüfung 2

Klassen 5 El/In 6. Sept 1999

Bemerkungen: Zeit 90 Min.; Max. 6*8=48 Pte.; 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:**

   - Nennen Sie mindestens 2 der 3 Konventionen, die ein Funktions-m-File erfüllen muss, um als solches einsetzbar zu sein.
   - Worauf beruht die numerische Stabilität/ Instabilität eines Algorithmus?
   - Welche Gleichung muss man benützen, um zu einer gegebene Matrix **M** und einem bekannten Eigenwert λ_1 den zugehörigen Eigenvektor zu berechnen?
   - Welche Eigenschaft muss eine Zahl in Floating-Point-Darstellung aufweisen, damit das "hidden bit" stillschweigend als =1 angenommen werden darf?

2) Schreiben Sie eine m-File Sequenz, welche eine n-Dimensionale quadratische Matrix mit den Werten 4 in der Diagonalen, -1 in den Nebendiagonalen und sonst 0 generiert!

3) Geben Sie eine m-file Sequenz an, welche die archimedische Spirale $r(\phi) = 0.02 \cdot \phi$ graphisch (durch Polygon angenähert) darstellt!

4) Die Folge [1 2 3 2 1] ergibt gefaltet mit der Folge [a b c] von der nur die Anzahl Elemente (=3) bekannt ist das Resultat: [1 7 15 21 17 9 2]. Berechnen Sie die Zahlen a, b, c!

5) Benützen Sie die Lagrange-Multiplikator-Methode zur Optimierung der Funktion $F(x, y, z) = 6xy + 2xz + 3yz$ unter der Nebenbedingung $x + y - 2z = 2$

6) Gesucht ist der beste Fit (nach dem Prinzip der kleinsten Quadratsumme) der Modellfunktion $f(x) = a \cdot \dfrac{1}{x} + b \cdot x^2$ an die Punkte (1/3), (2/1), (3/2), (4/4).

2 Schuljahr 1999/2000

2.1 Wintersemester 1999/2000

2.1.1 WS 1999/2000 – Prüfung 1, 8. Dez. 1999

Prüfung Ingenieurmathematik 5. Sem El 5. Dez. 1999
90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Punkte = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.
   – Nennen Sie zwei Beispiele von Operatoren, bei denen es in Matlab einen zugehörigen "Punkt"-Operator gibt.
   – Geben Sie ein Beispiel für die Lage von drei Ebenen im Raum, für welche das zugehörigen lineare Gleichungssystem singulär wird!
   – Was kann man in Bezug auf die beiden Schwingungen aussagen, wenn die Lissajous-Figur auf dem Oszillographen ganz langsam ihre Form ändert?
   – Woran erkennt man, dass Matlab die 1x1 Matrizen als Skalar und nicht als Matrix interpretiert?

2) Welches sind die $x(t)$ und $y(t)$-Funktionen, die eine Lissajous-Figur mit drei nebeneinander stehenden Ovalen und dazwischen zwei Kreuzungspunkten auf der x-Achse erzeugen? Diese Figur entspricht etwa dem Grundriss eines Pokals mit Henkeln links und rechts.

3) Welche Funktion ergibt sich aus der Faltung einer Grundfunktion aus **n** Einern mit einem Kern aus **m** Einern (n¿m)?

4) Beschreiben Sie die Matrix, welche (durch Multiplikation von links her) aus dinem Spaltenvektor $[a_1 a_2 \dots a_n]'$ den entsprechenden Vektor mit umgekehrter Reihenfolge der Elemente $[a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1]'$ produziert, und schreiben Sie ein Stück Matlab-code, welches diese Matrix bei gegebenem Wert **n** erzeugt.

5) Bestimmen Soe die unbekannten Elemente x, y, u, v, w in der Matrix B, so dass B die durch A definierte Transformation in homogenen Koordinaten aufhebt (bzw. rückgängig macht)! Diese sind teilweise von r, t, ϕ abhängig.

$$A = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & r \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & t \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & x \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & y \\ u & v & w \end{pmatrix}$$

6) Schreiben Sie ein m-File zur Berechnung der Spannung über dem 1 MOhm-Widerstand in der untenstehenden Phasenschieber-Schaltung bei gegebenem 'R' für die Frequenz 100kHz.

```
 *---------------*----- R -------*------1E-9 Farad -----*
 |               |               |                      |
 |               |            1E6 Ohm                   |
~ 10V            |               |                      |
 |               *-- 1E3 Ohm ----*-------1E3 Ohm -------*
 |                                                      |
 *------------------------------------------------------*
```

2.1.2 WS 1999/1000 – Prüfung 2, 23. Feb. 2000

Prüfung 2, Ingenieurmathematik 5.Sem 23. Feb. 2000

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe,
40 Punkte = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die Berechnungs-Schritte an, mit denen eine zirkuläre Faltung effizient bestimmt werden kann!

   1b) Für welche Arten von mathematischen Problemen setzt man das Newton'sche Iterations-Verfahren ein?

   1c) Wie lautet die Bedingung, dass die Funktion von 3 Variablen $F(x, y, z)$ einen stationären Punkt aufweist?

   1c) Was bewirkt das Anfügen eines Strichpunktes am Ende einer Zeile in einem MATLAB m-File?

2) Geben Sie ein m-File an, das die beiden Schrauben-Linien des linken und rechten Randes der Fahrbahn einer Parkhaus-Auffahrt mit dem Befehl "plot3(xarray,yarray,zarray)" graphisch darstellt? Parameter: Durchmesser des inneren Randes = 12 Meter, des äusseren Randes 18 Meter. Einfahrts-Höhe = 0 m, Stockwerk-Abstand = 4 m, 3 Parkier-Plattformen plus Parterre.

3) Von der 2×2 Matrix $\mathbf{M}$ sind die Eigenwerte und zugehörigen Eigenvektoren bekannt:

   $$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0.5 \\ 0.5 & 1 \end{pmatrix} \ , \quad \lambda_1 = 1.5 \, , \ u_1 = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix} \ , \quad \lambda_2 = 0.5 \, , \ u_2 = \begin{pmatrix} -\sqrt{2}/2 \\ \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$$

   Benutzen Sie diese Angaben für die Bestimmung der allgemeinen Formel zur Berechnung der Abbildung eines beliebigen Vektors v mit der Matrix $\mathbf{M}^n$, also für $v_{it(n)} = \mathbf{M}^n v$ mit einem allgemeinen Exponenten n .

4) Zur Funktion $F(x, y) = \dfrac{\sin(x) \cdot \sin(y)}{x \cdot y}$ soll die zugehörige Funktion $\mathrm{grad} F(x, y)$ allgemein bestimmt werden, sowie das Gleichungs-System, welches das Maximum dieser Funktion unter der Bedingung $y = x - 2$ nach dem Lagrange-Verfahren bestimmt. (Das Gleichungs-System ist nur zu bestimmen, aber nicht zu lösen!)

5) Bestimmen Sie das totale Differential der Hagen-Poiseuille'schen Funktion für den Volumen-Durchsatz durch ein dünnes Rohr $V(\Delta p, t, r, \nu, \ell)$ (Druckdifferenz, Zeitabschnitt, Innenradius, Viskosität, Rohrlänge)

   $$V = \frac{\pi \cdot \Delta p \cdot t \cdot r^4}{8 \cdot \nu \cdot \ell}$$

6) Stellen Sie das Gleichungs-System auf für den Fit einer verallgemeinerten Kettenlinie: $y(x) = A \cdot \mathrm{e}^{x} + B \cdot \mathrm{e}^{-x} + C$ an eine Serie von n Punkten $x_i, y_i, i = 1 \ldots n$

2.2 Sommersemester 2000

2.2.1 SS 2000 – Prüfung 1, 4. Juli 2000

AK Ingenieurmathematik Prüfung 1 4. Juli 2000

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Max. 6*8 Pte., 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche Bedeutung hat der Begriff der linearen Abhängigkeit in der Diskussion der Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen?

   1b) Welche dimension muss die Matrix B haben, damit das Produkt A*B*C definiert ist? (A = (4x5), B = (7x2)).

   1c) Welche Symmetrie-Eigenschaften haben die komplexen Fourier-Koeffizienten (in der Darstellung mit positiven und negativen Frequenzen)?

   1d) Nennen Sie zwei Eigenschaften, die Kurven in Parameterdarstellung aufweisen können, welche bei einfachen Funktions-Kurven fehlen!

2) Stellen Sie die Gleichungen auf, um die Ströme im nebenstehenden Widerstands-Netz zu berechnen!

3) Schreiben Sie den Matlab-Code zum Erstellen einer Matrix der Dimension 2nx2n, welche entlang der Diagonalen lauter 2x2 Blöcke der folgenden Art aufweist (und sonst überall 0)!
$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$

4) Das Quadrat mit den Ecken (0/0), (0/10), (10/10) (10/0) soll mit seinem Schwerpunkt als Drehzentrum um den Winkel 30°gedreht werden. Bestimmen Sie die 3x3 Matrix in homogenen Koordinaten, welche diese Transformation ausführt! Hinweis: Diese Transformations-Matrix ergibt sich als "Produkt" der Teil-Transformationen – Verschieben des Schwerpunktes in den Koordinatenursprung, – Rotation um 30°, – zurückschieben zum Schwerpunkt.

5) Die Zahlenfolge $f = [0\ 1\ 2\ 3\ 4\ 0]$ soll mit einer Folge g gefaltet werden so, dass das Resultat $f \circ g$ symmetrisch ist. Erfinden sie eine folge g so, dass diese Symmetrie-Bedingung erfüllt ist und führen Sie dei Faltung $f \circ g$ "von Hand" durch!

6) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der Lissajous-Figur, welche einer nach rechts offenen (doppelt belegten) Parabel entspricht und geben Sie die Matlab Befehls-Sequenz an, welche diese Figur graphisch darstellt.

2.2.2 SS 2000 – Prüfung 2, 5. Sept. 2000

AK Ingenieurmathematik Prüfung

5. Sept. 2000

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Max. 6*8 Pte., 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Nennen Sie zwei Unterschiede zwischen einem gewöhnlichen und einem **function-** m-File!

   1b) Warum muss eine Differentialgleichung höherer Ordnung umgeschrieben werden. um sie mit Matlab lösen zu können?

   1c) Was bewirkt der Befehl "hold on"?

   1d) Welche Vorschrift besteht für die Formulierung einer Nebenbedingung, damit diesef mit dem Lagrange-Multiplikator in die neue, kombinierte Zielfunktion eingefügt werden kann?

2a) Von 7 komplexen Fourierkoeffizienten $a_k + i * b_k$, $k = -3 \ldots 3$ zu einer reellen Zeitfunktion sind a_{-3}, a_2, b_0 und b_3 versehentlich überschrieben worden. Rekonstruieren Sie diese Werte!

2b) Was muss als Resultat für 'a', 'b' und 'r_k, $k = 1, 2$ herauskommen, wenn man einen Geradenfit durch die 2 Punkte (x_1/y_1) und (x_2/y_2) ansetzt?

3) Schreiben Sie das Matlab function-m-file zur Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen:
$$\left| \begin{array}{rcl} \ddot{x_1} + 0.1 \cdot \dot{x_1} + 0.01 \cdot x_2 + x_1 & - & \sin(t) \\ \ddot{x_2} + 0.02 \cdot x_1 + x_2 & = & 0 \end{array} \right|$$

4) Berechnen sie analytisch das totale Differential nach den Variabeln x, y und z für die Funktion:
$F(x, y, z) = \mathrm{e}^x \cdot \ln(y) + z^2 \cdot \cos(y)$

5) Suchen Sie das Maximum der Funktion $Z(x, y) = x^2y + xy^2$ unter der Bedingung $x + y = 4$ nach der Methode der Lagrange-Multiplikatoren!

6) Durch die Punkte $(-1/1)$, $(0/0.5)$, $(1/-1)$ und $(2/-1.5)$ soll eine Gerade gefittet werden.

3 Schuljahr 2000/01

3.1 Wintersemester 2000/01

3.1.1 WS 2000/01 – Prüfung 1, 5. Dez. 2000

Prüfung Ingenieurmathematik 5.Sem 5. Dez. 2000

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe,
40 Punkte = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche Zahlenwerte kommen in einer Einheitsmatrix vor, und wie sind diese verteilt?

   1b) Durch das Produkt [2 3]'*[2 3] wird eine 2x2 Matrix definiert. Geben Sie diese Matrix an, sowie den Rang derselben.

   1c) In der Matrizengleichung M=A*B*C*D gelten die Dimensionen A(4x2), B(2x4), D(7x3). Geben Sie die Dimensionen von C und M an!

   1d) Welche Elemente (indizes angeben) der Transformationsmatrizen für homogene Koordinaten (2 und 3 dim.) garantieren, dass die Resultate auch immer eine '1' als letzte 'Koordinate' haben?

2a) Die 11 komplexen Fourier-Koeffizienten c_{-5} bis c_5 "enthalten" total 22 reelle Zahlen. Wieviele davon sind freie Parameter, unter der Voraussetzung, dass die Fourier-Reihe eine reelle Zeitfunktion darstellt? Geben Sie die Bedingungen an, welche diese 22 Zahlen erfüllen müssen.

2b) Konstruieren Sie die Funktionen 'real', 'imag' und 'abs', nur aus der eingegebenen komplexen Zahl 'z', der imaginären Einheit'j', der Funktion 'conjug', den Elementar-Operationen (+-*/) und der Wurzelfunktion 'sqrt'!

3) Bestimmen Sie die Matrix M aus: $\begin{pmatrix} b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \end{pmatrix} = M \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix}$

4) Entwickeln Sie ein m-File, welches eine 8x8 Matrix füllt, in welcher 0 und 1 in der Verteilung eines Schachbrettes vorkommen. ($S_{11} = 1$)!

5) Geben Sie die zwei Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten an, welche nacheinander von links mit den Vektoren (der homogenen Koordinaten) multipliziert werden müssen, um die Figur "L" vom Ort und Lage (10/4) (10/2) (11/2) nach (-6/4) (-4/4) (-4/5) zu transformieren!

6) Schreiben Sie die notwendigen Matlab-Befehle auf, um den Ersatzwiderstand des folgenden Netzes zu berechnen!

```
     +--R1--+--R6--+
     |      |      |
     |      R4     |
     |      |      |
-----+--R2--+      +----
     |      |      |
     |      R5     |
     |      |      |
     +- R3--+--R7--+
```

3.1.2 WS 2000/01 – Prüfung 2, 20. Feb. 2001

Prüfung Ingenieurmathematik 5.Sem

20. Feb. 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe,
40 Punkte = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Warum wird die Summe der Residuen-Quadrate minimiert und nicht die Summe der Residuen?

   1b) Welche Operationen sind der Reihe nach notwendig, um eine Zirkuläre Faltung mit Hilfe von FFT's rascher zu berechnen?

   1c) Geben Sie die Konventionen an für das Erstellen eines Function-m-Files!

   1d) Welches ist der Unterschied zwischen einer normalen und einer Zirkulären Faltung?

2) Berechnen Sie mit allen Zwischenresultaten die Zirkuläre Faltung der beiden Folgen:
   [1 2 3 4 5] und
   [2 0 3 0 2].

3) Bestimmen Sie die Matrixzen L und R (die beide nur 0-en und 1-en enthalten) aus:
$$\begin{pmatrix} b_4 & 0 & b_3 & b_1 \\ d_4 & 0 & d_3 & d_1 \\ a_4 & 0 & a_3 & a_1 \\ c_4 & 0 & c_3 & c_1 \end{pmatrix} = L \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot R$$

4) Entwickeln Sie ein m-File, welches eine nxn Matrix füllt, mit den Werten 2 auf der Diagonalen und -1 auf den beiden Nebendiagonalen!

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an, welche eine gegebene ebene Figur um den Drehpunkt (10/6) um den vorgegebenen Winkel α dreht!

6) Schreiben Sie die notwendigen Matlab-Befehle auf, um den Ersatzwiderstand des folgenden Netzes zu berechnen!

```
    +--R1--+--R6--+
    |      |      |
    |      R4     |
    |      |      |
----+--R2--+      +----
    |      |      |
    |      R5     |
    |      |      |
    +- R3--+--R7--+
```

3.2 Sommersemester 2001

3.2.1 SS 2001 – Prüfung 1 mit Lösungen, 26. Juni 2001

A/B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 26. Juni 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

A/B 1a) Wieviele Zahlen sind notwendig zu einer vollständigen Definition einer nxm Matrix.

L: Die $n * m$ in der Matrix enthaltenen Zahlen plus die 2 Dimensionszahlen n und m.

A/B 1b) Wieviele Elemente enthält die Faltung einer Zahlenfolge der Länge 15 mit sich selbst? (B: Länge 22)

L: Die Formel lautet n+m-1, also: $15 + 15 - 1 = 29$ bzw. $22 + 22 - 1 = 43$.

A 1c) Wieviel freie Parameter enthält eine 3x3 Matrix für die Festlegung einer Transformation in der Ebene in homogenen Koordinaten und welches ist deren Bedeutung?

L: Von den 9 Parametern sind 4 für die 2x2 Matrix und 2 für die Translation frei, also total 6, die restlichen 3, in der letzten Zeile sind fest.

B 1c) Welche Parameter einer 4x4 Matrix für die Festlegung einer Transformation im Raum in homogenen Koordinaten sind a priori festgelegt und auf welche Werte?

L: In der untersten Zeile sind m_{41} bis m_{43} auf 0 und m_{44} auf 1 festgelegt.

A/B 1d) Aus den Matrizen R(4x3) , M(4x4) und dem (3x1)-Vektor v, sowie deren Transponierten R', M', v' sollen 4 legale und 2 illegale Matrizenprodukt-Zweierkombinationen gefunden werden (z.B. R*M), wobei die Angabe legal oder illegal dazu zu schreiben ist. Produkte mit gleichen Buchstaben, wie M*M oder v'*v sollen nocht vorkommen.
(B: R(5x3), M(5x5), v(3x1) , – 3 legale, 3 illegale)

L: A/B: Legal – M*R, M'*R, R'*M', R'*M, R*v, v'*R'

A 2) Bestimmen Sie a, b, c in der Matrix J so dass gilt: $J^2 = -I$ (I ist die Einheitsmatrix)!

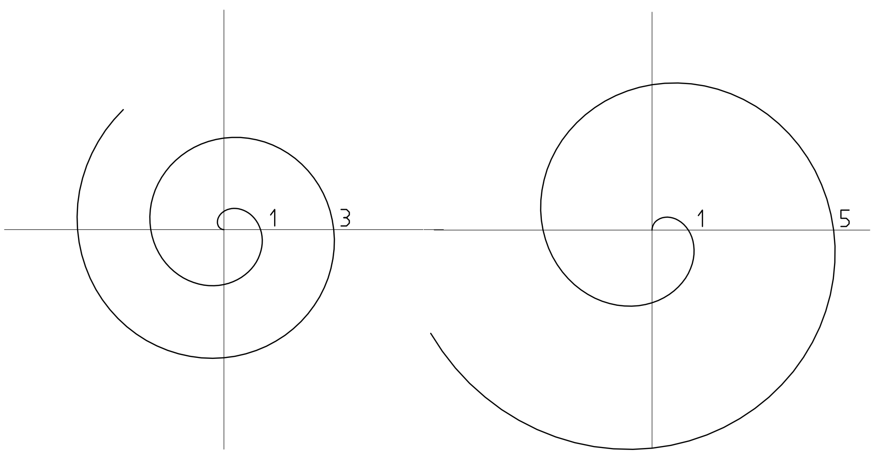
$$J = \begin{pmatrix} a & b \\ c & 0 \end{pmatrix}$$

L: a=0,(b=-1, c=1) oder (b=1, c=-1)

B 2) Bestimmen Sie a, b, c in der Matrix J so dass gilt: $J^2 = -I$ (I ist die Einheitsmatrix)!
$J = \begin{pmatrix} 0 & a \\ b & c \end{pmatrix}$

L: c=0,(a=-1, b=1) oder (a=1, b=-1)
A/B: $J = \pm 1 \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

A/B 3) Die nebenstehende Spirale hat in Polarkoordinaten die Formel $r(w) = a \cdot (w - w_0)$. Finden Sie a und w_0 und geben Sie die Matlab Befehle an zum Zeichnen dieser Spirale! (Beachten Sie dass die Spirale sich linksdrehend öffnet.)



L: A: $w_0 = \pi$ und $a = -2/(2 * \pi) = -1/\pi$ (Radien-Zunahme um 2 bei Winkel-Abnahme um 2*π)
B: $w_0 = \pi/2$ und $a = -4/(2 * \pi) = -2/\pi$

```
A: t = pi: -pi/200:-6*pi
xpt = -t/pi .* cos(t-pi)
ypt = -t/pi .* sin(t-pi)
B: t = pi/2: -pi/200:-6*pi
xpt = -2*t/pi .* cos(t-pi/2)
ypt = -2*t/pi .* sin(t-pi/2)
A/B: plot(xpt,ypt)
```

A/B 4) Von den Punkten auf der x-Achse A($-5/0$) und B($5/0$) gehen je drei Vektoren aus: AR, AS, AT, bzw. BR, BS, BT. Von den Punkten R,S, T kennt man je die x-Koordinaten: -3, 1, 4 und weiss, dass ihre y-Koordinaten positiv sind. Bestimmen Sie diese y-Koordinaten aus der Bedingung, dass AS auf BS senkrecht steht und

ebenso AR auf BR und AT auf BT. Berechnen Sie anschliessend die Längen OR, OS, OT. (O = Koordinaten-Ursprung)
(B: A(-10/0), B(10/0))

L: Das Skalarprodukt AP*BP muss 0 sein für P=R,S,T, dies ergibt die Formel $(x_P - x_A) * (x_P - x_B) + y_p^2 = 0$, also $y_P = \sqrt{(x_P - x_A) * (x_B - x_P)}$, das ist der altbekannten Höhensatz für rechtwinklige Dreiecke.
Die Werte für y ergeben: 4, 4.899, 3 (B: 6, 9.798, 8)
Die Distanzen OP sind alle gleich (Thaleskreis) A: 5 , B: 10.

A/B 5) Suchen Sie die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten, welche die Punkte der Ebene um den Drehpunkt (8/8) um 180°dreht und testen Sie das Resultat an den drei Punkten (8/10) (8/8) und (8/9) [besser (9/8)]!
(B: Drehpunkt (6/6), Punkte (6/8) (6/6) und (6/7) [besser (7/6)]).

L: $$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 16 \\ 0 & -1 & 16 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 8 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 0 & -8 \\ 0 & 1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$
Transformierte Punkte: (8/6) (8/8) (8/7) [(7/8)]
B: analog mit 6 statt 8, 12 statt 16.

A/B 6) Stellen Sie die Matrizengleichungen zum Lösen des folgenden Gleichungssystems auf: Eine Kleinfirma hatte 1999 total 5 Mio SFr. Brutto-Einnahmen. Die Brutto-Einnahmen aus Italien und Österreich zusammen entsprechen denjenigen von Deutschland. Die Netto- Einnahmen aus Deutschland betragen wegen den Betriebskosten einer Aussenstelle von 250'000 SFr. nur 1/4 der Brutto-Einnahmen aus der Schweiz. Die Speditionskosten nach Italien betragen 50'000 SFr., damit sind die Netto-Einnahmen aus Italien gleich wie diejenigen aus Deutschland.
(B: total 10 Mio, Betrieb D 500'000, Spedition I 100'000, = alles *2)

L: $$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & -1 \\ -0.25 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} * x = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ 0.25 \\ 0.2 \end{pmatrix}$$

3.2.2 SS 2001 – Nachprüfung , 21. Aug. 2001

Ingenieurmathematik Nachprüfung 21. Aug. 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Pte. pro Hauptaufgabe,
40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie gross ist die Länge der Resultat-Folge bei der Faltung einer Folge der Länge 'n' mit einer der Länge'm'?

   1b) Bestimmen Sie das dyadische Produkt der Vektors $[v_1\ v_2]$ mit sich selbst!

   1c) Warum erhielt die FFT (fast fourier transform) den Namen 'fast'?

   1d) Erfinden Sie eine 2x2 Matrix M, welche die Bedingung M = M' erfüllt!

2) Berechnen Sie mit allen Zwischenresultaten die Zirkuläre Faltung der beiden Folgen:
   [1 2 3 4 3 2] und
   [4 3 2 1 2 3].

3) Bestimmen Sie die Matrix L (die nur 0-en und 1-en enthält) aus:
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} = L \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix}$$

4) Entwickeln Sie ein m-File, welches eine nxn Matrix füllt, mit den Werten 'Abstand zur Diagonalen +1'! (Dies ergibt '1' auf der Diagonalen).

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an, welche ein Quadrat mit den Ecken (0/0), (0/5), (5/5) und (5/0) um seinen Mittelpunkt um 90°dreht!

6) Eine neu gestartete Firma hat mit dem Nettogewinn im 5. Geschäftsjahr die Verluste der ersten vier Jahre gerade ausgeglichen. Im 2. Jahr war der Verlust um 200'000 Fr. grösser als das Zweifache des Verlustes im ersten Jahr und gleich gross wie die Summe der Verluste im 3. und 4.Jahr. Im 4. Jahr war der Verlust um 200'000 Fr kleiner als im 3. Jahr. Der Nettogewinn im 5. Jahr entsprach dem Sechfachen des Verlustes im 1. Jahr
   Bestimmen Sie die Matrizengleichung zu diesem Problem und geben sie die Matlab-Befehle zu deren Lösung an!

3.2.3 SS 2001 – Prüfung 2A, 28. Aug. 2001

A **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 28. Aug. 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Pte. pro Hauptaufgabe, 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.
   - 1a) Nennen Sie drei Konventionen, welche bei function-m-Files anders sind als bei gewöhnlichen m-Files!
   - 1b) Welche Symmetrie-Eigenschaften weisen die zwei Bestandteile (Realteil und Imaginärteil) der komplexen Fourierkoeffizienten in der Darstellung mit negativen und positiven Frequenzen auf?
   - 1c) Was bedeutet der Begriff "Gradient"?
   - 1d) Wie nennt man eine Matrix für die gilt: M = M'?

2) Bestimmen Sie den Vektor d = [x y z u]' der zu jedem der drei Vektoren a = [1 1 1 1]' , b = [1 -1 1 -1]' und c = [0 1 0 -1]' orthogonal ist. (Da dieser nur bis auf einen skalaren Faktor bestimmt ist, sollen Sie die Normierung so wählen, dass eine der Komponenten = 1 wird.) Testen Sie anschliessend die Orthogonalität der Resultates mit a, b, c, sowie die Orthogonalität zwischen a,b, zwischen a,c, und zwischen b,c.

3) Bestimmen Sie die Matrix R (die nur 0-en und 1-en enthalten soll) aus:
$$\begin{pmatrix} a_4 & 0 & a_1 & a_2 \\ b_4 & 0 & b_1 & b_2 \\ c_4 & 0 & c_1 & c_2 \\ d_4 & 0 & d_1 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot R$$

4) Stellen Sie das (nichtlineare) Gleichungssystem auf zum Lösen der Optimierungs-Aufgabe mit der Lagrange Multiplikator Methode: Gesucht ist das Minimum der Funktion $z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ unter der Bedingung, dass $y = 5/x^3$ ist

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in 2D homogenen Koordinaten an, welche das Quadrat ABCD auf sich selbst (A'B'C'D') abbildet, so dass B' = A, C'= B ... A'=D wird. A=(0/ 0), B = (6 / 0), C = (6/6) , D = (0 /6).

6) Ein Antiquitätenhändler stellte seinen Stand an den Märkten von Aarberg, Burgdorf, Colombier, Düdingen und Erlach auf. Seine gesamten Brutto-Einnahmen aus diesen 5 Wochenenden ergaben 20'000 Fr. Die Brutto-Einnahmen in D betrugen das Zehnfache der um die Stand-Gebühr von 500 Fr verminderten Einnahmen von B. Die Brutto Einnahmen in D entsprachen der Summe der Brutto-Einnahmen von A, B und E. Die hohe Stand-Miete in C hat sich gelohnt: nach Abzug dieser 1000 Fr. blieben ihm in C soviel Einnahmen wie die Brutto-Einnahmen

von A,D und E zusammen. Die Differenz zwischen den Brutto-Einnahmen in D und denjenigen in B beträgt das Doppelte der Brutto-Einnahmen in A. Stellen Sie die zugehörige Matrizengleichung auf!

SS 2001 – Prüfung 2B, 28. Aug. 2001

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 28. Aug. 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Pte. pro Hauptaufgabe, 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie heisst der Fachausdruck für eine Matrix, welche die Bedingung M = M' erfüllt?

   1b) Realteil und Imaginärteil der komplexen Fourierkoeffizienten zu einer reellen Zahlenfolge (bzw. reellen Zeitfunktion) müssen je bestimmte Symmetrie-Bedingungen erfüllen. Nennen Sie diese!

   1c) Nennen Sie drei Unterschiede, zwischen function-m-Files und gewöhnlichen m-Files!

   1d) Was bedeutet der Begriff "Gradient"?

2) Bestimmen Sie den Vektor d = [x y z u]' der zu jedem der drei Vektoren a = [1 1 1 1]' , b = [1 -1 1 -1]' und c = [1 0 -1 0]' orthogonal ist. (Da dieser nur bis auf einen skalaren Faktor bestimmt ist, sollen Sie die Normierung so wählen, dass eine der Komponenten = 1 wird.) Testen Sie anschliessend die Orthogonalität der Resultates mit a, b, c, sowie die Orthogonalität zwischen a,b, zwischen a,c, und zwischen b,c.

3) Bestimmen Sie die Matrix R (die nur 0-en und 1-en enthalten soll) aus:

$$\begin{pmatrix} 0 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & b_4 & b_3 & b_2 \\ 0 & c_4 & c_3 & c_2 \\ 0 & d_4 & d_3 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot R$$

4) Stellen Sie das (nichtlineare) Gleichungssystem auf zum Lösen der Optimierungs-Aufgabe mit der Lagrange Multiplikator Methode: Gesucht ist das Maximum der Funktion $z(x,y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}$ unter der Bedingung, dass $y = 2/x^2$ ist.

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in 2D homogenen Koordinaten an, welche das Quadrat ABCD auf sich selbst (A'B'C'D') abbildet, so dass B' = A, C'= B ... A'=D wird. A=(0/ 0), B = (8 / 0), C = (8/8) , D = (0 /8).

6) Ein Antiquitätenhändler stellte seinen Stand an den Märkten von Aarberg, Burgdorf, Colombier, Düdingen und Erlach auf. Seine gesamten Brutto-Einnahmen aus diesen 5 Wochenenden ergaben 10'000 Fr. Die Brutto-Einnahmen in D betrugen das Fünffache der um die Stand-Gebühr von 500 Fr verminderten Einnahmen

von A. Die Brutto Einnamen in D entsprachen der Summe der Brutto-Einnahmen van A, B und E. Die hohe Stand-Miete in C hat sich gelohnt: nach Abzug dieser 500 Fr. blieben ihm in C soviel Einnahmen wie die Brutto-Einnahmen von A,D und E zusammen. Die Differenz zwischen den Brutto-Einnahmen in D und denjenigen in B beträgt das Doppelte der Brutto-Einnahmen in A. Stellen Sie die zugehörige Matrizengleichung auf!

3.2.4 SS 2001 – Lösungen zur Prüfung 2A, 28. Aug. 2001

A **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 28. Aug. 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Pte. pro Hauptaufgabe, 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Nennen Sie drei Konventionen, welche bei function-m-Files anders sind als bei gewöhnlichen m-Files!

   L: in 1.Zeile steht – function;
   Filename (ohne .m) ist gleich wie Name (Variable) vor Klammer;
   Rückgabe des Funktionswertes unter dem Namen der nach 'function' und vor '=' steht.

   1b) Welche Symmetrie-Eigenschaften weisen die zwei Bestandteile (Realteil und Imaginärteil) der komplexen Fourierkoeffizienten in der Darstellung mit negativen und positiven Frequenzen auf?

   L: Realteil Achsensymmetrisch bez. y-Achse ; Imaginärteil Punktsymmetrisch bez. Ursprung.

   1c) Was bedeutet der Begriff "Gradient"?

   L: Der Vektor mit allen ersten partiellen Ableitungen einer Funktion von mehreren Variabeln als Komponenten.

   1d) Wie nennt man eine Matrix für die gilt: M = M'?

   L: 'symmetrisch'

2) Bestimmen Sie den Vektor d = [x y z u]' der zu jedem der drei Vektoren a = [1 1 1 1]' , b = [1 -1 1 -1]' und c = [0 1 0 -1]' orthogonal ist. (Da dieser nur bis auf einen skalaren Faktor bestimmt ist, sollen Sie die Normierung so wählen, dass eine der Komponenten = 1 wird.) Testen Sie anschliessend die Orthogonalität der Resultates mit a, b, c, sowie die Orthogonalität zwischen a,b, zwischen a,c, und zwischen b,c.

L: r = [1 0 -1 0]' ; Test a orthogonal r: a'*r=0

3) Bestimmen Sie die Matrix R (die nur 0-en und 1-en enthalten soll) aus:

$$\begin{pmatrix} a_4 & 0 & a_1 & a_2 \\ b_4 & 0 & b_1 & b_2 \\ c_4 & 0 & c_1 & c_2 \\ d_4 & 0 & d_1 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot R$$

L: $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4) Stellen Sie das (nichtlineare) Gleichungssystem auf zum Lösen der Optimierungs-Aufgabe mit der Lagrange Multiplikator Methode: Gesucht ist das Minimum der Funktion $z(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ unter der Bedingung, dass $y = 5/x^3$ ist.

L: $L = \sqrt{x^2 + y^2} + \lambda \cdot (5/x^3 - y)$
$\partial L/\partial x = x/\sqrt{x^2 + y^2} - 15\lambda/x^4 \ = \ 0$
$\partial L/\partial y = y/\sqrt{x^2 + y^2} - \lambda \ = \ 0$
$\partial L/\partial \lambda = 5/x^3 - y \ = \ 0$

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in 2D homogenen Koordinaten an, welche das Quadrat ABCD auf sich selbst (A'B'C'D') abbildet, so dass B' = A, C'= B ... A'=D wird. A=(0/ 0), B = (6 / 0), C = (6/6) , D = (0 /6).

L: $T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 6(8) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6) Ein Antiquitätenhändler stellte seinen Stand an den Märkten von Aarberg, Burgdorf, Colombier, Düdingen und Erlach auf. Seine gesamten Brutto-Einnahmen aus diesen 5 Wochenenden ergaben 20'000 Fr. Die Brutto-Einnahmen in D betrugen das Zehnfache der um die Stand-Gebühr von 500 Fr verminderten Einnahmen von B. Die Brutto Einnahmen in D entsprachen der Summe der Brutto-Einnahmen von A, B und E. Die hohe Stand-Miete in C hat sich gelohnt: nach Abzug dieser 1000 Fr. blieben ihm in C soviel Einnahmen wie die Brutto-Einnahmen von A,D und E zusammen. Die Differenz zwischen den Brutto-Einnahmen in D und denjenigen in B beträgt das Doppelte der Brutto-Einnahmen in A. Stellen Sie die zugehörige Matrizengleichung auf!

L: $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 10 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} * x = \begin{pmatrix} 20 \\ 5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

SS 2001 –Lösungen zur Prüfung 2B, 28. Aug. 2001

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 28. Aug. 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Pte. pro Hauptaufgabe, 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie heisst der Fachausdruck für eine Matrix, welche die Bedingung M = M' erfüllt?

   L: 'symmetrisch'

   1b) Realteil und Imaginärteil der komplexen Fourierkoeffizienten zu einer reellen Zahlenfolge (bzw. reellen Zeitfunktion) müssen je bestimmte Symmetrie-Bedingungen erfüllen. Nennen Sie diese!

   L: Realteil Achsensymmetrisch bez. y-Achse ; Imaginärteil Punktsymmetrisch bez. Ursprung.

   1c) Nennen Sie drei Unterschiede, zwischen function-m-Files und gewöhnlichen m-Files!

   L: in 1.Zeile steht – function;
   Filename (ohne .m) ist gleich wie Name (Variable) vor Klammer;
   Rückgabe des Funktionswertes unter dem Namen der nach 'function' und vor '=' steht.

   1d) Was bedeutet der Begriff "Gradient"?

   L: Der Vektor mit allen ersten partiellen Ableitungen einer Funktion von mehreren Variabeln als Komponenten.

2) Bestimmen Sie den Vektor d = [x y z u]' der zu jedem der drei Vektoren a = [1 1 1 1]' , b = [1 -1 1 -1]' und c = [1 0 -1 0]' orthogonal ist. (Da dieser nur bis auf einen skalaren Faktor bestimmt ist, sollen Sie die Normierung so wählen, dass eine der Komponenten = 1 wird.) Testen Sie anschliessend die Orthogonalität der Resultates mit a, b, c, sowie die Orthogonalität zwischen a,b, zwischen a,c, und zwischen b,c.

L: r = [0 1 0 -1]' Test a orthogonal r: a'*r=0

3) Bestimmen Sie die Matrix R (die nur 0-en und 1-en enthalten soll) aus:

$$\begin{pmatrix} 0 & a_4 & a_3 & a_2 \\ 0 & b_4 & b_3 & b_2 \\ 0 & c_4 & c_3 & c_2 \\ 0 & d_4 & d_3 & d_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot R$$

L: $R = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4) Stellen Sie das (nichtlineare) Gleichungssystem auf zum Lösen der Optimierungs-Aufgabe mit der Lagrange Multiplikator Methode: Gesucht ist das Maximum der Funktion $z(x, y) = \dfrac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}}$ unter der Bedingung, dass $y = 2/x^2$ ist.

L: $L = \sqrt{x^2 + y^2} + \lambda \cdot (5/x^3 - y)$
$\partial L/\partial x = x/\sqrt{x^2 + y^2} - 15\lambda/x^4 \ = \ 0$
$\partial L/\partial y = y/\sqrt{x^2 + y^2} - \lambda \ = \ 0$
$\partial L/\partial \lambda = 5/x^3 - y \ = \ 0$

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in 2D homogenen Koordinaten an, welche das Quadrat ABCD auf sich selbst (A'B'C'D') abbildet, so dass B' = A, C'= B ... A'=D wird. A=(0/ 0), B = (8 / 0), C = (8/8) , D = (0 /8).

L: $T = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 6(8) \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

6) Ein Antiquitätenhändler stellte seinen Stand an den Märkten von Aarberg, Burgdorf, Colombier, Düdingen und Erlach auf. Seine gesamten Brutto-Einnahmen aus diesen 5 Wochenenden ergaben 10'000 Fr. Die Brutto-Einnahmen in D betrugen das Fünffache der um die Stand-Gebühr von 500 Fr verminderten Einnahmen von A. Die Brutto Einnamen in D entsprachen der Summe der Brutto-Einnahmen van A, B und E. Die hohe Stand-Miete in C hat sich gelohnt: nach Abzug dieser 500 Fr. blieben ihm in C soviel Einnahmen wie die Brutto-Einnahmen von A,D und E zusammen. Die Differenz zwischen den Brutto-Einnahmen in D und denjenigen in B beträgt das Doppelte der Brutto-Einnahmen in A. Stellen Sie die zugehörige Matrizengleichung auf!

L: $R = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 5 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} * x = \begin{pmatrix} 10 \\ 2.5 \\ 0 \\ 0.5 \\ 0 \end{pmatrix}$

4 Schuljahr 2001/02

4.1 Wintersemester 2001/02

4.1.1 WS 2001/02 – Prüfung 1, 5. Dez. 2001

Ingenieurmathematik Prüfung 1 5. Dez. 2001

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche Bedeutung hat der Begriff der linearen Abhängigkeit in der Diskussion der Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen?

   1b) Welche Dimensionen müssen die Matrizen B und D haben, damit das Produkt A*B*C*D*E definiert ist? (A = (4x5), C = (7x2)), E = (3x1)) .

   1c) Wie heisst der Fachbegriff für eine Matrix, welche durch das Transponieren in sich selbst übergeht?

   1d) Wie nennt man die Matrizenform, die sich als Resultat des ersten Hauptteils des Gauss-Algorithmus ergibt, bevor man mit dem Rückwarts-Einsetzen beginnen kann?

2) Stellen Sie die Gleichungen auf, um die Ströme im nebenstehenden Widerstands-Netz zu berechnen!

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer oberen Dreicks-Matrix der Dimension nxn, welche auf der Diagonalen lauter 1-en, direkt darüber lauter 2-er, dann 3-er aufweist, etc, bis zur rechten oberen Ecke, in welcher der Wert 'n' steht!

4) Die drei Vertexpunkte A(4/4), B(4/2), C(5/2) definieren eine "L"-Figur. Spiegeln Sie diese Figur (bzw die 3 Vertex-Punkte) durch Matrix-Vektor-Multiplikation
   a) an der y-Achse, und dann das Resultat noch an der x-Achse;
   b) führen Sie eine Punktspiegelung am Koordinaten-Ursprung durch.
   Wichtig! Schreiben Sie alle verwendeten Matrizen- und Vektor-Operationen auf.

5) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrix $\mathbf{M}$:

$$\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}$$

6) Ein Feder-Element aus Stahldraht hat die Form einer 3-dimensionalen Lissajous Figur: Auf einer Zylinder-Oberfläche mit dem Radius 5 mm bewegt sich die Linie in z-Richtung sinusförmig auf- und ab, so dass bei einem Umlauf drei obere und drei untere Punkte entstehen, deren Ebenen 4 mm Distanz aufweisen. Entwickeln Sie die Parameterdarstellung dieser Raumkurve in den 3 Koordinaten x(t), y(t) und z(t) !

4.1.2 WS 2001/02 – Prüfung 2, 27. Feb. 2002

Ingenieurmathematik Prüfung 2

27. Feb. 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Pte. pro Hauptaufgabe, 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) In welcher Form muss man einer Bibliotheksprozedur (z.B. ode45) zum Lösen von Differentialgleichungen mitteilen, wie die Ableitungen zu berechnen sind?

   1b) Wie kann man eine gewöhnliche Faltung der 2 Folgen a(1..n) und b(1..m) in eine zirkuläre Faltung umformen, deren Ergebnis das Resultat der gewöhnlichen Faltung enthält?

   1c) Wie lautet der Fachausdruck für die in einem Vektor zusammengefassten partiellen Ableitungen nach allen unabhängigen Variabeln (wie z.B. der Vektor $[\partial F/\partial x,\ \ \partial F/\partial y,\ \ \partial F/\partial z]$')?

   1d) Warum braucht es keine Bibliotheksprozeduren zum numerischen Lösen von Differentialgleichungen höherer Ordnung?

2) Geben Sie die mathematische Beschreibung in Parameterdarstellung $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ (in mm) für die innere Rillen-Linie eines M20 Normgewindes (Durchmesser 17mm, Steigung 2.5mm/Umgang) für 8 Umgänge!

3) Bestimmen Sie die Matrizen Q und R (die nur 0-en und 1-en enthalten sollen) aus:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & 0 \\ 0 & b_1 & b_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Q \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot R$$

4) Stellen Sie das (nichtlineare) Gleichungssystem auf zum Lösen der Optimierungs-Aufgabe mit der Lagrange Multiplikator Methode:
   Gesucht ist das Minimum der Funktion $D(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2$ unter den zwei simultan zu erfüllenden Bedingungen, dass a) $x^2/4 + y^2/5 + z^2/25 = 1$ ist, und b) $z = x + y$ gilt.

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in 2D homogenen Koordinaten an, welche das Dreieck ABC auf das Dreieck A'B'C' abbildet!
   A = (0/8), B = (0/0), C = (8/0) ; A' = (8/8), B' = (0/8), C' = (0/0) .

6) Erstellen Sie ein Matlab-Programm, das mit einer Doppelschleife eine quadratische Matrix der Dimension n mit Werten füllt, welche dem Abstand (in Index-Einheiten) jedes Elementes zur linken oberen Ecke entsprechen! Damit werden z.B. $M_{11} = 0$, $M_{12} = 1$ und $M_{22} = \sqrt{2}$.

4.2 Sommersemester 2002

4.2.1 SS 2002 – Musterprüfung Juni 2002

Ingenieurmathematik Musterprüfung

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie kann man von zwei Vektoren testen, ob diese zueinander orthogonal sind?

   1b) Warum kann man die erfolgreiche Zerlegung (Faktorisierung) einer Matrix in eine Links- und eine Rechts-Dreiecksmatrix L*R=A bereits als eine Art Lösung des Gleichungssystems A*x=b betrachten?

   1c) Welche Bedingungen muss ein function-m-File erfüllen?

   1d) Wieviele Freiheitsgrade besitzt eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn?

2) Suchen Sie die Bedingungen, welche a, b, c, d einer 2x2 Matrix erfüllen müssen, damit gilt M*M'=I !

3) Bestimmen Sie alle Winkel, sowie die Fläche des Dreiecks im Raum: A=(0/1/2), B=(2/1/0), C=(0/-4/0)!

4) Schreiben Sie ein m-file-Skript, das eine nxn - Matrix unterhalb der Diagonalen mit Zahlen füllt, welche den Abstand von der Diagonalen anzeigen: z.B. $a_{21} = \ldots = a_{n,n-1} = 1$, $a_{31} = a_{42} = 2$, etc. $a_{n1} = n - 1$

5) Suchen Sie die Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das rechtwinklige Dreieck B=(5/8), C=(5/6), A=(7/6) um die Ecke C um die Winkel 90°, 180° und 270° drehen!

6) Stellen Sie die Matrizengleichungen zum Lösen des folgenden Gleichungssystems auf: Eine Kleinfirma erreichte in den ersten 5 Geschäftsjahren einen aufakkumulierten Nettogewinn von 1 Million Franken. Der Netto-Verlust im 2. Jahr war halb so gross wie derjenige im 1. Jahr. Der im 4. Jahr erzielte Jahres-Nettogewinn glich die Verluste vom 1. und 2. Jahr gerade aus. Der Jahres-Nettogewinn des 5. Jahres war 4 mal so gross wie derjenige des 3. Jahres und 10 mal so gross wie der Verlust-Betrag des 2. Jahres.

4.2.2 SS 2002 – Ersatzprüfung, 26. Juni 2002

Ingenieurmathematik Prüfung 1E 26. Juni 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie heisst die Art von Matrizen, welche durch das Transponieren in sich selbst übergehen?

   1b) Wie heisst das Verfahren, mit dem ein lineares Gleichungssystem der Art L*x = b (mit einer links-Dreiecksmatrix L) einfach gelöst werden kann.

   1c) Welche Abbildung in der Ebene ist mit einer Punkt-Spiegelung am Koordinatenursprung identisch?

   1d) Was passiert in Matlab, wenn man nur einen Berechnungs-Ausdruck eingibt, ohne dass dieser an eine Variable zugewiesen wird?

2) Konstruieren Sie eine 4x4 Permutations-Matrix für welche gilt $P^3 = I$, I = Einheitsmatrix.

3) Suchen Sie den Wert z so, dass das räumliche Dreieck BCA bei C einen rechten Winkel hat und berechnen Sie die Fläche des so entstandenen rechtwinkligen Dreiecks! A=(0/0/0) C=(4/ 1/z) B= (6/1/1)

4) Schreiben Sie ein m-file-Skript, das eine nxn - Matrix erzeugt, welche auf der Diagonalen lauter Einsen aufweist, und streifenförmig auf beiden Seiten der Diagonalen Nullen und dann wieder Einsen, usw., bis in der linken unteren und der rechten oberen Ecke eine Null steht bei geradem n und eine Eins bei ungeradem n.

5) Suchen Sie die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD um seinen Mittelpunkt um 45 Grad dreht! A=(0/0), B=(10/0), C=(10/10) D=(?/?).

6) Gesucht ist die Gleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene im Raum, deren Punkte denselben Abstand haben zu den Punkten A (-2/4/0) und B(6/10/0). (Mittelebene zweier Punkte)

4.2.3 SS 2002 Prüfung 1, R-G-B-Y, 3. Juli 2002

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 3. Juli 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie heissen die beiden Produkte zwischen zwei Vektoren, welche für beliebige Dimensionen funktionieren?

   1b) Nennen Sie zwei arithmetische Operatoren, die es nur in Matlab gibt (und nicht in der allgemeinen Algebra) und beschreiben Sie deren Funktion!

   1c) Welche zusätzlichen Eigenschaften können Kurven in Parameterdarstellung (z.B. Lissajous-Figuren) aufweisen, die bei gewöhnlichen Funktionsdarstellungen unmöglich sind?

   1d) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine obere Dreiecksmatrix der Dimension nxn auf?

2) Bestimmen Sie die Bedingungen, die für a, b, c, d gelten müssen, damit die Matrix M die Bedingung $M^2 = I$ erfüllt:
$$\begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n obere Dreiecksmatrix ab der Diagonalen und bis zur **halben** Matrix-Dimension mit den Zahlenwerten 8 füllt! Das Dreieck rechts aussen mit den Extrempunkten $M_{1,n+1}$ $M_{1,2n}$ und $M_{n,2n}$ ist dann wieder Null.

4) Suchen Sie die Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_4 & d_3 & d_2 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Winkel R=(0/1), S=(0/0), T=(1/0) mit den Ecken des Quadrates A=(0/0), B=(10/0), C=(10/10) D=(?/?) zur Deckung bringen. (d.h. die Bilder der Ecke S liegen auf den Quadrat-Ecken und die Bilder der Schenkel SR und ST verlaufen entlang den Seiten des Quadrates.

6) Gesucht ist die Gleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene im Raum, welche parallel zur Ebene durch die Punkte A=(0/0/9.6), B=(0/12/0), C=(9/0/0) verläuft und welche durch den Punkt T=(4/4/4) geht.

4.2.4 SS 2002, Prüfung 1, G, 3. Juli 2002

G **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 3. Juli 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche zusätzlichen Eigenschaften können Kurven in Parameterdarstellung (z.B. Zykoiden) aufweisen, die bei gewöhnlichen Funktionsdarstellungen unmöglich sind?

   1b) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine untere Dreiecksmatrix der Dimension nxn auf, wenn die Diagonalelemente alle den festen Wert 1 haben (wie z.B. bei der L-R-Zerlegung)?

   1c) Welche Eigenschaften der Graphischen Darstellung kann man in der Matlab-Funktion `plot()` mit den String-Parametern (in Einzel-Apostroph ' ' eingefasst) beeinflussen?

   1d) Wie heissen die beiden Produkte zwischen zwei Vektoren, welche für beliebige Dimensionen funktionieren?

2) Bestimmen Sie die Bedingungen, die für $r,\ s,\ t,\ u$ gelten müssen, damit die Matrix M die Bedingung $M^2 = I$ erfüllt:
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r & s \\ 0 & t & u \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n linke untere Dreiecksmatrix ab der Diagonalen und bis zur **halben** Matrix-Dimension mit den Zahlenwerten 2 füllt! Das Dreieck links unten mit den Extrempunkten $M_{n+1,1}$ $M_{2n,1}$ und $M_{2n,n}$ besteht dann wieder aus Nullen.

4) Suchen Sie die Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_4 & d_3 & d_2 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Winkel R=(0/2), S=(0/0), T=(2/0) mit den Ecken des Quadrates A=(0/0), B=(6/0), C=(6/6) D=(?/?) zur Deckung bringen. (d.h. die Bilder der Ecke S liegen auf den Quadrat-Ecken und die Bilder der Schenkel SR und ST verlaufen entlang den Seiten des Quadrates.

6) Gesucht ist die Gleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene im Raum, welche parallel zur Ebene durch die Punkte A=(6/0/0), B=(0/8/0), C=(0/0/6.4) verläuft und welche durch den Punkt T=(10/10/10) geht.

4.2.5 SS 2002, Prüfung 1, B, 3. Juli 2002

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 — 3. Juli 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie heissen die beiden Produkte zwischen zwei Vektoren, welche für beliebige Dimensionen funktionieren?

   1b) Welche zusätzlichen Eigenschaften können Kurven in Parameterdarstellung (z.B. Lissajous-Figuren) aufweisen, die bei gewöhnlichen Funktionsdarstellungen unmöglich sind?

   1c) Nennen Sie zwei arithmetische Operatoren, die es nur in Matlab gibt (und nicht in der allgemeinen Algebra) und beschreiben Sie deren Funktion!

   1d) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine obere Dreiecksmatrix der Dimension nxn auf?

2) Bestimmen Sie die Bedingungen, die für a, b, c, d gelten müssen, damit die Matrix M die Bedingung $M^2 = I$ erfüllt:
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & b & 0 \\ 0 & c & d & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n obere Dreiecksmatrix ab der Diagonalen und bis zur **halben** Matrix-Dimension mit Einsen füllt! Das Dreieck rechts aussen mit den Extrempunkten $M_{1,n+1}$ $M_{1,2n}$ und $M_{n,2n}$ ist dann wieder Null.

4) Suchen Sie die Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \\ d_4 & d_3 & d_2 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Winkel R=(0/1), S=(0/0), T=(1/0) mit den Ecken des Quadrates A=(-8/-8), B=(8/-8), C=(8/8) D=(?/?) zur Deckung bringen. (d.h. die Bilder der Ecke S liegen auf den Quadrat-Ecken und die Bilder der Schenkel SR und ST verlaufen entlang den Seiten des Quadrates.

6) Gesucht ist die Gleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene im Raum, welche parallel zur Ebene durch die Punkte A=(9.6/0/0), B=(0/12/0), C=(0/0/9) verläuft und welche durch den Punkt T=(3/3/3) geht.

4.2.6 SS 2002, Prüfung 1, Y, 3. Juli 2002

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 3. Juli 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche zusätzlichen Eigenschaften können Kurven in Parameterdarstellung (z.B. Zykoiden) aufweisen, die bei gewöhnlichen Funktionsdarstellungen unmöglich sind?

   1b) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine symmetrische Matrix der Dimension nxn auf?

   1c) Welche Eigenschaften der Graphischen Darstellung kann man in der Matlab-Funktion `plot()` mit den String-Parametern (in Einzel-Apostroph ' ' eingefasst) beeinflussen?

   1d) Wie heissen die beiden Produkte zwischen zwei Vektoren, welche für beliebige Dimensionen funktionieren?

2) Bestimmen Sie die Bedingungen, die für r, s, t, u gelten müssen, damit die Matrix M die Bedingung $M^2 = I$ erfüllt:
$$\begin{pmatrix} r & 0 & s \\ 0 & 1 & 0 \\ t & 0 & u \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n linke untere Dreiecksmatrix ab der Diagonalen und bis zur **halben** Matrix-Dimension mit dem Zahlenwert 5 füllt! Das Dreieck links unten mit den Extrempunkten $M_{n+1,1}$ $M_{2n,1}$ und $M_{2n,n}$ besteht dann wieder aus Nullen.

4) Suchen Sie die Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} d_4 & d_3 & d_2 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & a_3 & a_2 & a_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Winkel R=(0/3), S=(0/0), T=(3/0) mit den Ecken des Quadrates A=(4/4), B=(-4/4), C=(-4/-4) D=(?/?) zur Deckung bringen. (d.h. die Bilder der Ecke S liegen auf den Quadrat-Ecken und die Bilder der Schenkel SR und ST verlaufen entlang der Seiten des Quadrates.

6) Gesucht ist die Gleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene im Raum, welche parallel zur Ebene durch die Punkte A=(6.4/0/0), B=(0/8/0), C=(0/0/6) verläuft und welche durch den Punkt T=(5/5/5) geht.

4.2.7 SS 2002 – Prüfung 2, R-G-B-Y , 21. August 2002

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 21. August 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Warum funktioniert das Spatprodukt zwischen drei Vektoren nur im dreidimensionalen Raum?

   1b) Wie bildet man die konjugiert komplexe Zahl (algebraisch, nicht mit Matlab-Funktionen) zu einer in der kartesischen Form vorliegenden (a+ib) und wie zu einer in der Polarkoordinatenform vorliegenden ($r \cdot e^{j \cdot \phi}$) Zahl?

   1c) Warum kann man mit dem Umweg über fft ifft eine Faltung effizienter berechnen?

   1d) Was versteht man unter dem Ausdruck **Signatur** einer Prozedur (bzw. Funktion)?

2) Geben Sie die Matrix und die rechten Seiten der Fehlergleichungen zum Ausgleich nach kleinsten Quadraten an, für die Aufgabe, eine Parabel $ax^2 + bx + c$ an den Punkten
$x = 0, \pm\pi/6, \pm\pi/3$ an die Funktion $y = \cos(x)$ anzupassen.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das in eine nxn obere Dreiecksmatrix in der Diagonalen und in k weiteren zur Diagonalen parallelen Linien der Zeilennummer entsprechende Werte abfüllt! Die übrigen Werte sollen Null sein.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} a_4 & 0 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_4 & 0 & 0 & d_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den einen Flügel A(5/5) B(8/5) C(10/0) des vierflügligen Windrädchens mit Achse R(5/5) auf die drei anderen abbildet.

6) Bestimmen Sie das Gleichungssystem in Matrizenform, welches die Lösung zum Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen:
$Z = 5x^2 + 2y^2 + z^2$ soll maximal werden unter der Bedingung, dass
$x + y - z = 10$ ist., mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren liefert.

4.2.8 SS 2002 – Prüfung 2, G , 21. August 2002

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 21. August 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Was versteht man unter dem Ausdruck Signatur einer Prozedur (bzw. Funktion)?

   1b) Welcher Grösse entspricht das Resultat des Spatproduktes zwischen drei Vektoren im Dreidimensionalen Raum?

   1c) Geben Sie zwei Matlab-Funktionen an, welche eine Komplexe Zahl als Eingabe verlangen und eine reelle Zahl zurückgeben.

   1d) Welches ist der Zusammenhang zwischen `fft(a)` und `ifft(b)`?

2) Geben Sie die Matrix und die rechten Seiten der Fehlergleichungen zum Ausgleich nach kleinsten Quadraten an, für die Aufgabe, eine Parabel $ax^2 + bx + c$ an den Punkten
   $x = 0, \pm\pi/4, \pm\pi/2$ an die Funktion $y = 1 - \cos(x)$ anzupassen.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das in eine nxn obere Dreiecksmatrix in der Diagonalen und in k weiteren zur Diagonalen parallelen Linien Werte abfüllt, die der Spaltennummer des Elementes entsprechen! Die übrigen Werte sollen Null sein.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} 0 & a_4 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_4 & 0 & d_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den einen Flügel A(4/4) B(5/4) C(8/0) des vierflügligen Windrädchens mit Achse R(4/4) auf die drei anderen abbildet.

6) Bestimmen Sie das Gleichungssystem in Matrizenform, welches die Lösung zum Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen:
   $Z = x^2 + 2y^2 + 3z^2$ soll maximal werden unter der Bedingung, dass
   $x - y + z = 2$ ist., mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren liefert.

4.2.9 SS 2002 – Prüfung 2, B , 21. August 2002

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 21. August 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Warum funktioniert das Vektorprodukt zwischen zwei Vektoren nur im dreidimensionalen Raum?

   1b) Warum nennt man die Fast Fourier Transformation "fast"?

   1c) Was bedeutet der Begriff Signatur einer Prozedur (bzw. Funktion)? Geben Sie zwei Beispiele!

   1d) Wie bildet man die konjugiert komplexe Zahl (algebraisch, nicht mit Matlab-Funktionen) zu einer in der kartesischen Form vorliegenden (a+ib) und wie zu einer in der Polarkoordinatenform vorliegenden ($r \cdot mathrme^{j \cdot \phi}$) Zahl?

2) Geben Sie die Matrix und die rechten Seiten der Fehlergleichungen zum Ausgleich nach kleinsten Quadraten an, für die Aufgabe, eine Parabel $ax^2 + bx + c$ an den Punkten
   $x = 0, \pm\pi/6, \pm\pi/3$ an die Funktion $y = 1 + \cos(x)$ anzupassen.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das in eine nxn untere Dreiecksmatrix in der Diagonalen und in k weiteren zur Diagonalen parallelen Linien Werte abfüllt, die der Zeilennummer entsprechen! Die übrigen Werte sollen Null sein.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
   $$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & a_2 & 0 \\ 0 & d_1 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den einen Flügel A(3/3) B(3/5) C(6/6) des vierflügligen Windrädchens mit Achse R(3/3) auf die drei anderen abbildet.

6) Bestimmen Sie das Gleichungssystem in Matrizenform, welches die Lösung zum Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen:
   $Z = 2x^2 + 4y^2 + 6z^2$ soll maximal werden unter der Bedingung, dass
   $x + y - z = 4$ ist., mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren liefert.

4.2.10 SS 2002 – Prüfung 2, Y , 21. August 2002

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 21. August 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie zwei Matlab-Funktionen an, welche eine komplexe Zahl als Eingabe erwarten und eine reelle Zahl zurückgeben!

   1c) Erklären Sie den Unterschied zwischen einer normalen und einer zirkulären Faltung!

   1d) Was versteht man unter dem Ausdruck Signatur einer Prozedur (bzw. Funktion)?

   1d) Warum funktioniert das Spatprodukt zwischen drei Vektoren nur im Dreidimensionalen Raum?

2) Geben Sie die Matrix und die rechten Seiten der Fehlergleichungen zum Ausgleich nach kleinsten Quadraten an, für die Aufgabe, eine Parabel $ax^2 + bx + c$ an den Punkten
$x = 0, \pm\pi/6, \pm\pi/3$ an die Funktion $y = -\cos(x)$ anzupassen.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das in eine nxn untere Dreiecksmatrix in der Diagonalen und in k weiteren zur Diagonalen parallelen Linien Werte abfüllt, die dem Spaltenindex des Elementes entsprechen! Die übrigen Werte sollen Null sein.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & a_4 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den einen Flügel A(8/8) B(8/5) C(16/16) des vierflügligen Windrädchens mit Achse R(8/8) auf die drei anderen abbildet.

6) Bestimmen Sie das Gleichungssystem in Matrizenform, welches die Lösung zum Optimierungsproblem mit Nebenbedingungen:
$Z = 4x^2 + 2y^2 + 8z^2$ soll maximal werden unter der Bedingung, dass
$x - y - z = 4$ ist., mit Hilfe der Methode der Lagrange-Multiplikatoren liefert.

5 Schuljahr 2002/03

5.1 Wintersemester 2002/03

5.1.1 WS 02/03 – Prüfung 1, 4. Dez. 2002

Ingenieurmathematik Prüfung 1 4. Dez. 2002

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

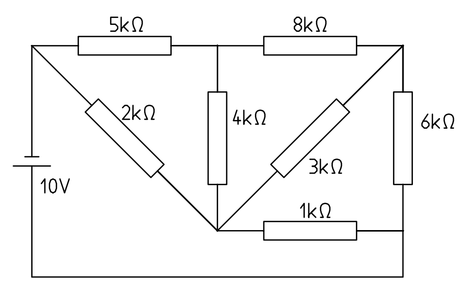
   1a) Von welcher speziellen Form muss ein Matrix-Vektor Gleichungssystem sein dass es direkt durch Rückwärts-Einsetzen gelöst werden kann?

   1b) Welche Schritte sind für jeden neuen Vektor der rechten Seiten noch nötig zur Lösung des Gleichungssystems, wenn bereits die Zerlegung von A in eine L und R-Matrix vorliegt? (d.h. L-R-Zerlegung = l-u-decomposition ist bereits gemacht.)

   1c) Wie heisst der Fachausdruck für das Element auf der Matrix-Diagonalen, durch welches man im Gauss-Algorithmus dividieren muss?

   1d) Was versteht man unter dem Bildraum (=range) einer Matrix?

2) Stellen Sie die Gleichungen auf, um die Ströme im nebenstehenden Widerstands-Netz zu berechnen!



3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer nxn Matrix ('n' vorgegebener Parameter), welche auf der Diagonalen die Werte 1, 2, ... n und auf der Linie unmittelbar oberhalb der Diagonalen die Werte -1, -2, ... $(-n+1)$ aufweist. Die anderen Elemente sind alle Null.

4) Die drei Vertexpunkte A(4/4), B(4/2), C(5/2) definieren eine "L"-Figur. Spiegeln Sie diese Figur mit Hilfe des Verfahrens der homogenen Koordinaten an der Geraden $x = 2$. Wichtig! Schreiben Sie alle verwendeten Matrizen- und Vektor-Operationen auf.

5) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrix $\mathbf{M}$, (nur Werte 0 und 1):

$$\begin{pmatrix} a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}$$

6) Geben Sie ein Matlab-Skript an, welches eine Lissajous-Figur zeichnet mit der Form einer nach links offenen doppelt durchlaufenen Parabel.

5.1.2 WS 02/03 – Prüfung 2, 26. Feb. 2003

Ingenieurmathematik Prüfung 2 — 26. Feb. 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Pte. pro Hauptaufgabe, 40 Pte. = Note 6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Beschreiben Sie das Grundprinzip der schnellen Fourier-Transformation. Wie ist es möglich, den Aufwand von $O(n^2)$ auf $O(n \cdot \log(n))$ zu reduzieren?

   1b) Welche Länge haben die Resultatfolgen bei einer gewöhnlichen Faltung und bei einer zirkulären Faltung einer Folge a der Länge 'n' mit sich selbst?

   1c) Was versteht man unter der Jacobi-Matrix?

   1d) Erklären Sie **kurz** die Begriffe: 'Fehlergleichungen' und 'Normalengleichungen'!

2) Schreiben Sie ein Matlab function-m-file, welches mit Hilfe einer Doppelschleife die Funktion 'flipud' für eine beliebige nxm Matrix durch Umspeichern von einzelnen Elementen (nicht von ganzen Vektoren!) realisiert. Diese Funktion spiegelt alle Elemente einer Matrix an der horizontal verlaufenden Mittellinie (flip up-down).

3) Bestimmen Sie die analytische Formulierung der Normalengleichungen für den Fit einer Anzahl Punkte $x_k,\ y_k,\ k = 1 \ldots n$ an die Modellfunktion $y = p_1 \cdot x^4 + p_2 \cdot x^2 + p_3$ durch Aufstellen und partielles Ableiten der LQF-Zielfunktion!

4) Stellen Sie das lineare Gleichungssystem auf zum Lösen der Optimierungs-Aufgabe mit der Lagrange Multiplikator Methode:
   Gesucht ist das Minimum der Funktion $D(x, y, z) = x^2 + 4y^2 + 8z^2$ unter den zwei simultan zu erfüllenden Bedingungen, dass a) $2x + y + 4z = 10$ ist, und b) $z = x + y$ gilt. Bringen Sie das System in eine Matrizenform.

5) Geben Sie die Transformationsmatrix in 2D homogenen Koordinaten an, welche das Dreieck ABC auf das Dreieck A'B'C' abbildet!
   A = (4/8), B = (4/4), C = (8/4) ; A' = (4/8), B' = (8/8), C' = (8/12) .

6) Erstellen Sie ein Matlab function-m-file, das als Eingabe zwei Folgen a und b verwendet und das deren gewöhnliche Faltung mit Hilfe des Faltungssatzes und der 'fft'-'ifft' Bibliotheksfunktionen berechnet. (Verwendung von conv(a,b) gilt nicht als Lösung! Richtiges Zero-padding überlegen!)

5.2 Sommersemester 2003

5.2.1 SS 03 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 2. Juli 2003

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine symmetrische Matrix der Dimension nxn auf?

   1b) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = -A$?

   1c) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix A und ihrer Transponierten A' in der Art von A'*A*A für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix A legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip und ist nicht legal!)

   1d) Wie erreicht man in Matlab, dass nachfolgende zusätzliche plot()-Aufrufe in dasselbe Bild gezeichnet werden?

2) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

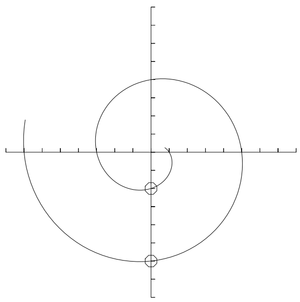
3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn obere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Zeilenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der ersten Zeile und in der letzten (d.h. der n-ten) Spalte Nullen stehen.

4) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(5/0/0) und B(0/5/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 30° beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(5/6), B=(4/3), C=(5/0) D=(6/3) um +90° (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/-2) und (0/-6) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in

kartesischen Koordinaten zu zeichnen.



5.2.2 SS 03 – Prüfung 1, G, 2. Juli 2003

G **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn auf?

   1b) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix A und ihrer Transponierten A' in der Art von A'*A*A für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix A legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip und ist nicht legal!)

   1c) Der Operator ".\" ist eigentlich überflüssig Wie könnte man $a.\backslash b$ ohne diesen Operator formulieren?

   1d) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = A$?

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn obere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Spaltenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der ersten Zeile und in der letzten (d.h. der n-ten) Spalte Nullen stehen.

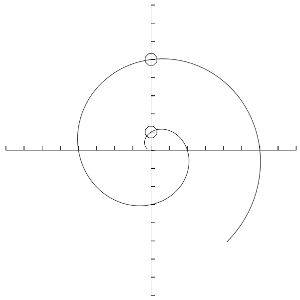
3) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(4/0/0) und B(0/4/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 30° beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

4) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(10/10), B=(8/5), C=(10/0) D=(12/5) um –90° (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/1) und (0/5) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in

kartesischen Koordinaten zu zeichnen.



5.2.3 SS 03 – Prüfung 1, B, 2. Juli 2003

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine obere Dreiecksmatrix der Dimension nxn auf?

   1b) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = -A$?

   1c) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix A und ihrer Transponierten A' in der Art von A'*A*A für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix A legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip und ist nicht legal!)

   1d) Wie erreicht man in Matlab, dass nachfolgende zusätzliche plot()-Aufrufe in dasselbe Bild gezeichnet werden?

2) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

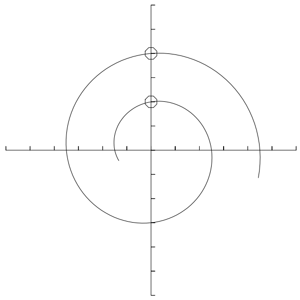
3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Zeilenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der letzten Zeile und in der ersten Spalte Nullen stehen.

4) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(2/0/0) und B(0/2/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 60° beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(8/6), B=(6/3), C=(8/0) D=(10/3) um –90° (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/2) und (0/4) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in

kartesischen Koordinaten zu zeichnen.



5.2.4 SS 03 – Prüfung 1, Y, 2. Juli 2003

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine untere Dreieckmatrix der Dimension nxn auf?

   1b) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix B und ihrer Transponierten B' in der Art von B'*B*B für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix B legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip, diese Kombination ist nicht legal!)

   1c) Der Operator ".\" ist eigentlich überflüssig Wie könnte man $a.\backslash b$ ohne diesen Operator formulieren?

   1d) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = A$?

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Spaltenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der letzten Zeile und in der ersten Spalte Nullen stehen.

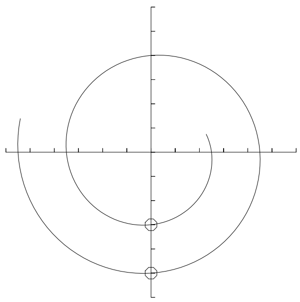
3) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(10/0/0) und B(0/10/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 45° beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

4) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(6/8), B=(5/4), C=(6/0) D=(7/4) um +90° im Gegenuhrzeigersinnn um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/-3) und (0/-5) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in

kartesischen Koordinaten zu zeichnen.



5.2.5 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 2. Juli 2003

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine symmetrische Matrix der Dimension nxn auf?

   L: $n^2/2 + n/2$

   1b) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = -A$?

   L: antisymmetrisch

   1c) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix A und ihrer Transponierten A' in der Art von A'*A*A für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix A legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip und ist nicht legal!)

   L: A'*A*A', A*A'*A

   1d) Wie erreicht man in Matlab, dass nachfolgende zusätzliche plot()-Aufrufe in dasselbe Bild gezeichnet werden?

   L: hold on

2) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

L: Vorwärts-Einsetzen: $y_1 = b_1$, $y_2 = b2 - l_{21} * y_1$
Rückwärts-Einsetzen: $x_2 = y_2/r_{22}$, $x_1 = (y_1 - r_{12} * x_2)/r_{11}$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn obere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Zeilenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der ersten Zeile und in der letzten (d.h. der n-ten) Spalte Nullen stehen.

L:
```
M=zeros(n)
for zei=2:n-2
for spa = zei+1:n-1
M(zei,spa) = zei;
end
end
```

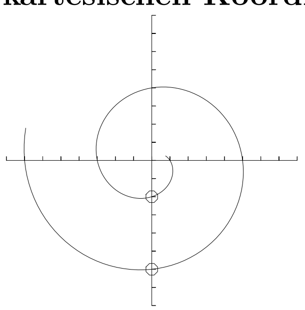
4) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(5/0/0) und B(0/5/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 30^o beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

L: ac = [-5 0 h]', bc = [0 -5 h]
N = [5*h 5*h 25]', Nxy = [0 0 1]
Nxy'*N = 25 = cos(30^o)* norm(N) = 0.866 *5*sqrt(2*h*h+25)
h = 2.0412
N=[10.2060 10.2060 25]' ; en = [0.3535 0.3535 0.866];
Hesse'sche Normalform $e_n' * OP - 1.767 = 0$, d= 1.767

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(5/6), B=(4/3), C=(5/0) D=(6/3) um $+90^o$ (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

L: T1 = [1 0 -5; 0 1 -6; 0 0 1]; T2 = [0 -1 0; 1 0 0; 0 0 1] T3 = [1 0 5; 0 1 6; 0 0 1];
TT = [0 -1 11; 1 0 1; 0 0 1]
A'=(5/6), B'=(8/5), C'=(11/6), D'=(8/7)

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/-2) und (0/-6) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in **kartesischen Koordinaten** zu zeichnen.



L: A) r(-pi/2) = c*(-pi/2 + w0) = 2 w0 = (2 + c*pi/2)/c
B) r(-5*pi/2) = c*(-5*pi/2 + w0) = 6 c*(-5*pi/2)+(2 + c*pi/2) = 6
c*(-4*pi/2)= 4 c = -2/pi w0 = -pi/2

5.2.6 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 1, G, 2. Juli 2003

G **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn auf?

   L: $n^2/2 - n/2$

   1b) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix A und ihrer Transponierten A' in der Art von A'*A*A für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix A legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip und ist nicht legal!)

   L: A'*A*A', A*A'*A

   1c) Der Operator ".\" ist eigentlich überflüssig Wie könnte man $a.\backslash b$ ohne diesen Operator formulieren?

   L: b./a

   1d) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = A$?

   L: symmetrisch

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn obere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Spaltenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der ersten Zeile und in der letzten (d.h. der n-ten) Spalte Nullen stehen.

L:
```
M=zeros(n)
for zei=2:n-2
   for spa = zei+1:n-1
     M(zei,spa) = spa;
   end
end
```

3) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(4/0/0) und B(0/4/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 30° beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

L: ac = [-4 0 h]', bc = [0 -4 h]
N = [4*h 4*h 16]', Nxy = [0 0 1]
Nxy'*N = 16 = cos(30°)* norm(N) = 0.866 *4*sqrt(2*h*h+16)
h = 1.633
N=[6.532 6.532 16]' ; en = [0.3536 0.3536 0.866];
Hesse'sche Normalform $e_n' * OP - 1.4142 = 0$, d= 1.4142

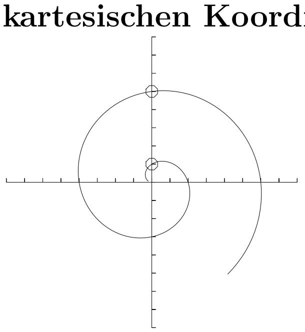
4) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

L: Vorwärts-Einsetzen: $y_1 = b_1$, $y_2 = b2 - l_{21} * y_1$
Rückwärts-Einsetzen: $x_2 = y_2/r_{22}$, $x_1 = (y_1 - r_{12} * x_2)/r_{11}$

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(10/10), B=(8/5), C=(10/0) D=(12/5) um –90° (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

L: T1 = [1 0 -10; 0 1 -10; 0 0 1]; T2 = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1] T3 = [1 0 10; 0 1 10; 0 0 1];
TT = [0 1 0; -1 0 20; 0 0 1]
A'=(10/10), B'=(5/12), C'=(0/10), D'=(5/8)

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/1) und (0/5) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in **kartesischen Koordinaten** zu zeichnen.



L: A) r(pi/2) = c*(pi/2 + w0) = 1   w0 = (1 - c*pi/2)/c
B) r(-3*pi/2) = c*(-3*pi/2 + w0) = 5   c*(-3*pi/2)+(1 - c*pi/2) = 5
c*(-4*pi/2)= 4   c = -2/pi   w0 = -pi

5.2.7 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 1, B, 2. Juli 2003

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine obere Dreiecksmatrix der Dimension nxn auf?

   1L: $n^2/2 + n/2$

   1b) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = -A$?

   L: antisymmetrisch

   1c) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix A und ihrer Transponierten A' in der Art von A'*A*A für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix A legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip und ist nicht legal!)

   L: A'*A*A', A*A'*A

   1d) Wie erreicht man in Matlab, dass nachfolgende zusätzliche plot()-Aufrufe in dasselbe Bild gezeichnet werden?

   L: hold on

2) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

L: Vorwärts-Einsetzen: $y_1 = b_1$, $y_2 = b2 - l_{21} * y_1$
Rückwärts-Einsetzen: $x_2 = y_2/r_{22}$, $x_1 = (y_1 - r_{12} * x_2)/r_{11}$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Zeilenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der letzten Zeile und in der ersten Spalte Nullen stehen.

L:
```
M=zeros(n)
for zei=3:n-1
for spa = 2:zei-1
M(zei,spa) = zei;
end
end
```

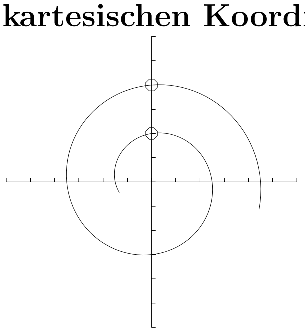
4) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(2/0/0) und B(0/2/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 60^o beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

L: ac = [-2 0 h]', bc = [0 -2 h]
N = [2*h 2*h 4]', Nxy = [0 0 1]
Nxy'*N = 4 = cos(60^o)* norm(N) = 0.5 *2*sqrt(2*h*h+4)
h = 2.0412
N=[4.899 4.899 4]' ; en = [0.6142 0.6142 0.5];
Hesse'sche Normalform $e_n' * OP - 1.2247 = 0$, d= 1.2247

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(8/6), B=(6/3), C=(8/0) D=(10/3) um -90^o (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

L: T1 = [1 0 -8; 0 1 -6; 0 0 1]; T2 = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1] T3 = [1 0 8; 0 1 6; 0 0 1];
TT = [0 11 2; -1 0 14; 0 0 1]
A'=(8/6), B'=(5/8), C'=(2/6), D'=(5/4)

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/2) und (0/4) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in **kartesischen Koordinaten** zu zeichnen.



L: A) r(pi/2) = c*(pi/2 + w0) = 2   w0 = (2 - c*pi/2)/c
B) r(-3*pi/2) = c*(-3*pi/2 + w0) = 4   c*(-3*pi/2)+(2 - c*pi/2) = 4
c*(-4*pi/2)= 2   c = -1/pi   w0 = -5/2*pi

5.2.8 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 1, Y, 2. Juli 2003

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 2. Juli 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele frei wählbare Zahlen weist eine untere Dreieckmatrix der Dimension nxn auf?

   L: $n^2/2 + n/2$

   1b) Nennen Sie zwei Beispiele für dreifache Produkte derselben Rechtecksmatrix B und ihrer Transponierten B' in der Art von B'*B*B für welche die Matrix-Multiplikation bei beliebiger Rechtecksmatrix B legal ist. (Achtung! das Beispiel zeigt nur das Prinzip, diese Kombination ist nicht legal!)

   L: B'*B*B', B*B'*B

   1c) Der Operator ".\" ist eigentlich überflüssig Wie könnte man $a.\backslash b$ ohne diesen Operator formulieren?

   L; b./a

   1d) Wie nennt man eine quadratische Matrix für welche gilt $A^T = A$?

   L: symmetrisch

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit Werten füllt, welche dem Spaltenindex entsprechen. Zusätzlich sollen auf der Diagonalen, in der letzten Zeile und in der ersten Spalte Nullen stehen.

L:
```
M=zeros(n)
for zei=3:n-1
for spa = 2:zei-1
M(zei,spa) = spa;
end
end
```

3) Bestimmen Sie eine Ebene durch die Punkte A(10/0/0) und B(0/10/0) C(0/0/h) so dass der Winkel zwischen dieser Ebene und der x-y-Ebene 45° beträgt. und suchen Sie den Wert für h. (Winkel zwischen Ebenen = Winkel zwichen den Normalenvektoren.) Stellen Sie die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform dar und bestimmen Sie den Abstand des Koordinatenursprungs von dieser Ebene.

L: ac = [-10 0 h]', bc = [0 -10 h]
N = [10*h 10*h 100]', Nxy = [0 0 1]
Nxy'*N = 100 = cos(45°)* norm(N) = 0.707 *10*sqrt(2*h*h+100)
h = 7.0711
N=[70.7107 70.7107 100]' ; en = [0.5 0.5 0.7071];
Hesse'sche Normalform $e_n' * OP - 5 = 0$, d= 5

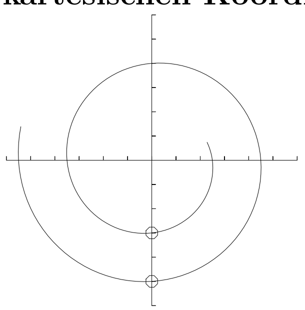
4) Geben Sie die Abfolge der einzelnen Rechenschritte an, welche für ein allgemeines 2x2-System für das die L-R-Zerlegung A=L*R vorliegt die Lösung x des Gleichungssystems A*x=b liefern. Die vorgegebenen Werte sind also l_{21}, r_{11} r_{12}, r_{22}, sowie b_1, b_2 .

L: Vorwärts-Einsetzen: $y_1 = b_1$, $y_2 = b2 - l_{21} * y_1$
Rückwärts-Einsetzen: $x_2 = y_2/r_{22}$, $x_1 = (y_1 - r_{12} * x_2)/r_{11}$

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche den Rhombus mit den Ecken A=(6/8), B=(5/4), C=(6/0) D=(7/4) um +90° im Gegenuhrzeigersinnn um die Ecke A dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'D'.

L: T1 = [1 0 -6; 0 1 -8; 0 0 1]; T2 = [0 -1 0; 1 0 0; 0 0 1] T3 = [1 0 6; 0 1 8; 0 0 1];
TT = [0 -1 14; 1 0 2; 0 0 1]
A'=(6/8), B'=(10/7), C'=(14/8), D'=(10/9)

6) Suchen Sie die Parameter zur unten gezeichneten archimedischen Spirale durch die Punkte (0/-3) und (0/-5) und geben Sie ein Matlab-Skript an, um diese in **kartesischen Koordinaten** zu zeichnen.



6) A) r(-pi/2) = c*(-pi/2 + w0) = 3   w0 = (3 + c*pi/2)/c
B) r(-5*pi/2) = c*(-5*pi/2 + w0) = 5   c*(-5*pi/2)+(3 + c*pi/2) = 5
c*(-4*pi/2)= 2   c = -1/pi   w0 = -5*pi/2

5.2.9 SS 03 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 20. Aug. 2003

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die Dimensionen der beiden Resultate der Mutliplikation einer nxm Rechtecksmatrix A mit sich selbst: A'*A und A*A'.

   1b) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^4 - 1 = 0$.

   1c) Welcher Unterschied besteht zwischen einer gewöhnlichen Faltung und einer zirkulären Faltung?

   1d) Wie ermöglicht man die simultane Rückgabe von zwei verschiedenartigen Resultat-Grössen durch eine Matlab-Funktion?

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
   $(-1/p)$, $(0/0)$ und $(2/q)$. (p und q sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

3) Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(14/0/0) , B(8/8/0) , C(8/0/8) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der y- und z-Achsen durch diese Ebene.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
   $$\begin{pmatrix} 0 & a_3 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & c_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(8/0) C(8/2) D(0/2) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/10) (10/10) (10/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an:
   $F(x, y) = \sqrt{(x^7 + y^3 + x \cdot y)}$

5.2.10 SS 03 – Prüfung 2, G, 20. Aug. 2003

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 — 20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welches sind die Dimensionszahlen der beiden möglichen Produkte eines Vektors “v” der Länge “n” mit sich selbst: v*v' und v'*v

   1b) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^2 = i$.

   1c) Wozu dient im Zusammenhang mit der Faltung das “zero padding” (Anhängen von Nullen)?

   1d) Nennen Sie zwei formale Bedingungen welche ein Function-m-File erfüllen muss, damit es von Matlab als solches behandelt wird.

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
   $(-2/p)$, $(0/0)$ und $(2/q)$. (p und q sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

3) Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(0/4/4) , B(0/7/0) , C(4/4/0) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der x- und z-Achsen durch diese Ebene.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & b_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(8/0) C(8/4) D(0/4) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/12) (12/12) (12/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an: $F(x, y) = 1/(\sqrt{(x + y^2)})$

5.2.11 SS 03 – Prüfung 2, B, 20. Aug. 2003

B Ingenieurmathematik Prüfung 2

20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie ermöglicht man die simultane Rückgabe von zwei verschiedenartigen Resultat-Grössen durch eine Matlab-Funktion?

   1b) Wozu dient im Zusammenhang mit der Faltung das "zero padding" (Anhängen von Nullen)?

   1c) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^2 = i$.

   1d) Geben Sie die Dimensionen der beiden Resultate der Mutliplikation einer nxm Rechtecksmatrix A mit sich selbst: A'*A und A*A'.

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
   $(-2/r)$, $(0/0)$ und $(1/s)$. (r und s sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

3) Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(0/0/14) , B(6/0/6) , C(0/6/6) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der x- und y-Achsen durch diese Ebene.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} 0 & a_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & c_3 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(3/0) C(3/6) D(0/6) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/9) (9/9) (9/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an:
   $F(x, y) = ((x - y) \cdot (x + y))^4$

5.2.12 SS 03 – Prüfung 2, Y, 20. Aug. 2003

Y Ingenieurmathematik Prüfung 2 20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Nennen Sie zwei formale Bedingungen welche ein Function-m-File erfüllen muss, damit es von Matlab als solches behandelt wird.

   1b) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^4 - 1 = 0$.

   1c) Welcher Unterschied besteht zwischen einer gewöhnlichen Faltung und einer zirkulären Faltung?

   1d) Welches sind die Dimensionszahlen der beiden möglichen Produkte eines Vektors “v” der Länge “n” mit sich selbst: v*v’ und v’*v?

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
   $(-1/r)$, $(0/0)$ und $(1/s)$. (r und s sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

3) Bestimmen Sie die Hesse’sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(3/0/3) , B(0/3/3) , C(0/0/7) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der x- und y-Achsen durch diese Ebene.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_2 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 & a_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(4/0) C(4/2) D(0/2) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/6) (6/6) (6/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an:
   $F(x, y) = \sqrt{(x^4 + y^4 - x \cdot y^2)}$

5.2.13 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 20. Aug. 2003

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die Dimensionen der beiden Resultate der Mutliplikation einer nxm Rechtecksmatrix A mit sich selbst: A'*A und A*A'.

   L: A'*A ist mxm und A*A' ist nxn

   1b) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^4 - 1 = 0$.

   L: 1, i, -1, -i

   1c) Welcher Unterschied besteht zwischen einer gewöhnlichen Faltung und einer zirkulären Faltung?

   L: Die Eingabe-Folgen müssen bei der zirkulären Faltung gleich sein und das Resultat hat dann auch dieselbe Länge. Bei der gewöhnlichen Faltung können sie verschieden lang sein und das Resultat hat die Länge $n1+n2-1$. Bei der immer wieder verschoben platzierten Folge der Kern-Funktion werden über den Rand hinausragende Werte am anderen Rand wieder (zyklisch) in die Berechnungs-Tabelle eingefügt.

   1d) Wie ermöglicht man die simultane Rückgabe von zwei verschiedenartigen Resultat-Grössen durch eine Matlab-Funktion?

   L: Mit dem Aufruf `[Res1, Res2] = funktion(Parameter)`

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
   $(-1/p)$, (0/0) und $(2/q)$. (p und q sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

L: x = [-1 0 2]; y = [p 0 q]; M = [sx2 sx; sx 3] = [5 1; 1 3]
b = [2*q-p, p+q]'; [a,b] = M\b;

3) Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(14/0/0) , B(8/8/0) , C(8/0/8) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der y- und z-Achsen durch diese Ebene.

L:
```
A = [14 0 0]'; B=[8 8 0]'; C=[8 0 8]'
n = cross(B-A,C-A), ne = n/norm(n), d = ne'*A
%n =[ 64 48 48]; ne = [ 0.6860 0.5145 0.5145]'; d= 9.6039
 ys = d/ne(2) ;  Sy = [ 0 ys 0]' ne'*Sy-d % ys = 18.6667
 zs = d/ne(3) ;  Sz = [ 0 0 zs]' ne'*Sz-d % zs = 18.6667
```

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & a_3 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & c_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

L: $Pl = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(8/0) C(8/2) D(0/2) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/10) (10/10) (10/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

L:
```
Rur = [0 8 8 0 0; 0 0 2 2 0; 1 1 1 1 1];
T1 = [1 0 -5; 0 1 -5; 0 0 1]; RTb = [0 1 5; -1 0 5; 0 0 1];
TT = RTb*T1    % TT=   [0 1 0; -1 0 12; 0 0 1]
R1 = TT*Rur, R2 = TT^2*Rur, R3=TT^3*Rur, hold on
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k'); plot(R1(1,:),R1(2,:),'r');
plot(R2(1,:),R2(2,:),'g'); plot(R3(1,:),R3(2,:),'b');
axis([-1 11 -1 11]); axis square; hold off
```

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an:
$F(x,y) = \sqrt{(x^7 + y^3 + x \cdot y)}$

L: $grad(F(x,y)) = \begin{pmatrix} (7x^6 + y)/(2 \cdot \sqrt{(x^7 + y^3 + x \cdot y)}) \\ (3y^2 + x)/(2 \cdot \sqrt{(x^7 + y^3 + x \cdot y)}) \end{pmatrix}$

5.2.14 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 20. Aug. 2003

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Welches sind die Dimensionszahlen der beiden möglichen Produkte eines Vektors “v” der Länge “n” mit sich selbst: v*v’ und v’*v

L: 1x1 Skalarprodukt und nxn dyadisches Produkt.

1b) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^2 = i$.

L: exp(j*pi/4), exp(j*5*pi/4)

1c) Wozu dient im Zusammenhang mit der Faltung das “zero padding” (Anhängen von Nullen)?

L: Um bei beiden Eingabe Folgen die Länge des Resultates der gewöhnlichen Faltung zu erreichen und diese damit auf eine zirkuläre Faltung zurückzuführen.

1d) Nennen Sie zwei formale Bedingungen welche ein Function-m-File erfüllen muss, damit es von MATLAB als solches behandelt wird.

L: Die erste (nicht-Kommentar-) Zeile muss mit derm Wort function beginnen Der Funktionsname (direkt vor der Parameter-Klammer) muss mit dem Filenamen (ohne .m) übereinstimmen.

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
$(-2/p)$, (0/0) und $(2/q)$. (p und q sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

L: x = [-2 0 2]; y = [p 0 q]; M = [sx2 sx; sx 3] = [8 0; 0 3]
b = [2*q-2*p, p+q]’; [a,b] = M\b

3) Bestimmen Sie die Hesse’sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(0/4/4) , B(0/7/0) , C(4/4/0) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der x- und z-Achsen durch diese Ebene.

L:
```
A = [0 4 4]'; B=[0 7 0]'; C=[4 4 0]'
n = cross(A-B,C-B), ne = n/norm(n), d = ne'*A
%n =[ 12 16 12]; ne = [ 0.5145 0.6860 0.5145]'; d= 4.8020
 xs = d/ne(1) ;  Sx = [ xs  0  0]'; ne'*Sx-d % ys = 9.333
 zs = d/ne(3) ;  Sz = [ 0 0 zs]' ;  ne'*Sz-d % zs = 9.333
```

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & 0 & 0 & b_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

L: $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(8/0) C(8/4) D(0/4) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/12) (12/12) (12/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

L:
```
Rur = [0 8 8 0 0; 0 0 4 4 0; 1 1 1 1 1];
T1 = [1 0 -6; 0 1 -6; 0 0 1]; RTb = [0 1 6; -1 0 6; 0 0 1];
TT = RTb*T1    % TT=   [0 1 0; -1 0 12; 0 0 1]
R1 = TT*Rur, R2 = TT^2*Rur, R3=TT^3*Rur, hold on
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k'); plot(R1(1,:),R1(2,:),'r');
plot(R2(1,:),R2(2,:),'g'); plot(R3(1,:),R3(2,:),'b');
axis([-1 13 -1 13]); axis square; hold off
```

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an: $F(x,y) = 1/(\sqrt{(x+y^2)})$

L: $grad(F(x,y)) = \begin{pmatrix} -1/(2 \cdot \sqrt{(x+y^2)}^3) \\ (y)/(\sqrt{(x+y^2)}^3 \end{pmatrix}$

5.2.15 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 20. Aug. 2003

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie ermöglicht man die simultane Rückgabe von zwei verschiedenartigen Resultat-Grössen durch eine Matlab-Funktion?

   L: Mit dem Aufruf `[Res1, Res2] = funktion(Parameter)`

   1b) Wozu dient im Zusammenhang mit der Faltung das "zero padding" (Anhängen von Nullen)?

   L: Um bei beiden Eingabe Folgen die Länge des Resultates der gewöhnlichen Faltung zu erreichen und diese damit auf eine zirkuläre Faltung zurückzuführen.

   1c) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^2 = i$.

   L: exp(j*pi/4), exp(j*5*pi/4)

   1d) Geben Sie die Dimensionen der beiden Resultate der Mutliplikation einer nxm Rechtecksmatrix A mit sich selbst: A'*A und A*A'.

   L: A'*A ist mxm und A*A' ist nxn

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
   $(-2/r)$, (0/0) und $(1/s)$. (r und s sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

L: x = [-2 0 1]; y = [r 0 s]; M = [sx2 sx; sx 3] = [5 -1; -1 3]
b = [s-2*r, r+s]'; [a,b] = M\b

3) Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(0/0/14) , B(6/0/6) , C(0/6/6) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der x- und y-Achsen durch diese Ebene.

L:
```
A = [0 0 14]'; B=[6 0 6]'; C=[0 6 6]'
n = cross(B-A,C-A), ne = n/norm(n), d = ne'*A
%n =[ 48 48 36]; ne = [0.6247 0.6247 0.4685]'; d= 6.5593
 xs = d/ne(1) ;  Sx = [ xs 0 0]', ne'*Sx-d % xs = 10.5
 ys = d/ne(2) ;  Sy = [ 0 ys 0]', ne'*Sy-d % ys = 10.5
```

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & a_4 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & c_3 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

L: $Pl = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(3/0) C(3/6) D(0/6) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/9) (9/9) (9/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

L:
```
Rur = [0 3 3 0 0; 0 0 6 6 0; 1 1 1 1 1];
T1 = [1 0 -4.5; 0 1 -4.5; 0 0 1]; RTb = [0 1 4.5; -1 0 4.5; 0 0 1];
TT = RTb*T1    % TT=   [0 1 0; -1 0 12; 0 0 1]
R1 = TT*Rur, R2 = TT^2*Rur, R3=TT^3*Rur, hold on
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k'); plot(R1(1,:),R1(2,:),'r');
plot(R2(1,:),R2(2,:),'g'); plot(R3(1,:),R3(2,:),'b');
axis([-1 11 -1 11]); axis square; hold off
```

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an:
$F(x, y) = ((x - y) \cdot (x + y))^4$

L: $grad(F(x, y)) = \begin{pmatrix} 4(x^2 - y^2)^3 \cdot 2x \\ -4(x^2 - y^2)^3 \cdot 2y \end{pmatrix}$

5.2.16 SS 03 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 20. Aug. 2003

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 20. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Nennen Sie zwei formale Bedingungen welche ein Function-m-File erfüllen muss, damit es von Matlab als solches behandelt wird.

L: Die erste (nicht-Kommentar-) Zeile muss mit derm Wort function beginnen Der Funktionsname (direkt vor der Parameter-Klammer) muss mit dem Filenamen (ohne .m) übereinstimmen.

1b) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^4 - 1 = 0$.

L: 1, i, -1, -i

1c) Welcher Unterschied besteht zwischen einer gewöhnlichen Faltung und einer zirkulären Faltung?

L: Die Eingabe-Folgen müssen bei der zirkulären Faltung gleich sein und das Resultat hat dann auch dieselbe Länge. Bei der gewöhnlichen Faltung können sie verschieden lang sein und das Resultat hat die Länge $n1+n2-1$. Bei der immer wieder verschoben platzierten Folge der Kern-Funktion werden über den Rand hinausragende Werte am anderen Rand wieder (zyklisch) in die Berechnungs-Tabelle eingefügt.

1d) Welches sind die Dimensionszahlen der beiden möglichen Produkte eines Vektors “v” der Länge “n” mit sich selbst: v*v’ und v’*v?

L: 1x1 Skalarprodukt und nxn dyadisches Produkt.

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
$(-1/r)$, (0/0) und $(1/s)$. (r und s sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

L: x = [-1 0 1]; y = [r 0 s]; M = [sx2 sx; sx 3] = [2 0; 0 3]
b = [s-r, r+s]’; [a,b] = M\b

3) Bestimmen Sie die Hesse’sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(3/0/3) , B(0/3/3) , C(0/0/7) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der x- und y-Achsen durch diese Ebene.

L:
```
A = [3 0 3]'; B=[0 3 3]'; C=[0 0 7]'
n = cross(B-A,C-A), ne = n/norm(n), d = ne'*A
```

```
%n =[12 12 9]; ne = [0.6247 0.6247 0.4685]'; d= 3.2796
 xs = d/ne(1) ;  Sx = [ xs 0 0]', ne'*Sx-d % xs = 5.25
 ys = d/ne(2) ;  Sy = [ 0 ys 0]', ne'*Sy-d % ys = 5.25
```

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_2 & 0 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_2 & 0 & 0 & a_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

L: $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Rechteck A(0/0) B(4/0) C(4/2) D(0/2) in die drei übrigen Rechtecke transformiert, so dass die Umhüllung der vier Rechtecke das Quadrat (0/0) (0/6) (6/6) (6/0) bildet und die benachbarten Rechtecke sich nur berühren aber nicht überlappen.

L:
```
Rur = [0 4 4 0 0; 0 0 2 2 0; 1 1 1 1 1];
T1 = [1 0 -3; 0 1 -3; 0 0 1]; RTb = [0 1 3; -1 0 3; 0 0 1];
TT = RTb*T1    % TT=   [0 1 0; -1 0 12; 0 0 1]
R1 = TT*Rur, R2 = TT^2*Rur, R3=TT^3*Rur, hold on
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k'); plot(R1(1,:),R1(2,:),'r');
plot(R2(1,:),R2(2,:),'g'); plot(R3(1,:),R3(2,:),'b');
axis([-1 8 -1 8]); axis square; hold off
```

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an:
$F(x,y) = \sqrt{(x^4 + y^4 - x \cdot y^2)}$

L: $grad(F(x,y)) = \begin{pmatrix} (4x^3 - y^2)/(2 \cdot \sqrt{(x^4 + y^4 - x \cdot y^2)}) \\ (4y^3 + 2x \cdot y)/(2 \cdot \sqrt{(x^4 + y^4 - x \cdot y^2)}) \end{pmatrix}$

5.2.17 SS 03 – Nachprüfung , 27. Aug. 2003

N **Ingenieurmathematik Prüfung 2N** 27. August 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welches sind die beiden möglichen Produkte eines Vektors der Länge n mit seinem Transponierten und welches sind die zugehörigen Dimensionszahlen.

   1b) Geben sie alle Lösungen zur Gleichung $z^2 + i = 0$.

   1c) Beschreiben Sie die Signatur der Matlab-Bibliotheksprozedur `lu()` und geben Sie die Bedeutung der Rückgabe-Parameter an.

   1d) Wie nennt man eine Matrix, deren Transponierte gerade gleich der Inversen ist?

2) Stellen Sie das Gleichungssystem auf für den Geradenfit $a \cdot x + b$ an die drei Punkte
   $(0/p)$, $(1/0)$ und $(2/q)$. (p und q sind noch nicht festgelegte Parameter, welche in den Gleichungen enthalten sein werden.)

3) Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die drei Punkte A(0/12/12) , B(8/8/0) , C(8/0/8) und bestimmen Sie die Durchstosspunkte der x- y- und z-Achsen durch diese Ebene.

4) Suchen Sie die speziellen Permutationsmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
   $$\begin{pmatrix} 0 & a_4 & 0 & a_1 \\ 0 & d_4 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_4 & 0 & c_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

5) Suchen Sie die drei Gesamt-Transformations-Matrizen, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das "L" A(0/2) B(0/0) C(8/0) in die drei übrigen Plätze transformiert, so dass die vier "L"s das Quadrat (0/0) (0/10) (10/10) (10/0) bilden und sich immer ein Anfang von einem "L" an das Ende des anderen anschliesst.

6) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variabeln an:
   $F(x, y) = 1/\sqrt{(x^5 + y^4 + x \cdot y)}$

6 Schuljahr 2003/04

6.1 Wintersemester 2003/04

6.1.1 WS 03/04 – Prüfung 1, 3. Dez. 2003

Ingenieurmathematik Prüfung 1 3. Dez. 2003

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie lautet das allgemeine Element der 3x3 Resultat-Matrix, welche als Produkt einer Diagonalmatrix mit den Diagonalelementen $d_1,\ d_2,\ d_3$ mal eine allgemeine 3x3 Matrix (a_{kl}) entsteht?

   1b) Was hat der Bildraum (=range) einer Matrix für eine Bedeutung in Bezug auf die Lösbarkeit des Gleichungssystems?

   1c) Nennen Sie je eine Funktion mit der Signatur – komplexes Resultat folgt auf komplexe Eingabe, sowie – reelles Resultat folgt auf komplexe Eingabe!

   1c) Wie wird verhindert, dass die komplexen Fourier-Koeffizienten zuviele Freiheitsgrade enthalten? (z.B. reelle Koeffizienten $a_0,\ a_1$ .. $a_{20},\ b_1$ .. b_{20} total 41 Freiheitsgrade, entsprechende komplexe Koeffizienten z_{-20} .. z_{20} 2x41 das wären 82 Freiheitsgrade).

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, welches den Frequenzgang des effektiven Widerstandes einer Parallelschaltung von R = 1 kOhm und C = 0.05 Mikrofarad und L = 0.2 Henry aufzeichnet!
   Bestimmen Sie selbst den Frequenzbereich, so, dass sich eine erhebliche Änderung der effektiven Widerstandes zeigt.

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer nxn Matrix ('n' vorgegebener Parameter), welche auf der Diagonalen und auf allen zur Diagonalen parallelen Linien mit dem Abstand 3, 6, 9 ...etc. (Indizes 4,7,10 ...), also mit je 2 mit Nullen gefüllten Linien dazwischen, die Werte 1 aufweisen. Die anderen Elemente sind alle Null.

4) Erstellen Sie ein Matlab-Skript, welches einen roten Kreis mit Radius 5 cm, eine schwarze, breite Ellipse (Scheitel bei (10/0) und (0/3), sowie eine grüne, hohe Ellipse (Scheitel bei (4/0) und (0/8)) in dieselbe Figur einzeichet.

5) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrix $\mathbf{M}$, (nur Werte 0 und 1):

$$\begin{pmatrix} a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}$$

6) Geben Sie ein Matlab-Skript an, welches eine logarithmische Spirale zeichnet, welche durch die Punkte (1/0) und (2/0) verläuft und sich im Uhrzeigersinn öffnet.

6.1.2 WS 03/04 – Prüfung 2, 28. Jan. 2004

Ingenieurmathematik Prüfung 2 28. Jan. 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Mit welchem Befehl zeichnet man mit MATLAB die durch die Vektoren x und y definierte Punkteschar als rote Kreise?

   1b) Für welche Dimensionszahlen 'n' ist das Skalarprodukt zweier Vektoren, und für welche Dimensionszahlen 'm' der zwei Vektoren ist deren Vektorprodukt definiert?

   1c) Wie nennt man eine Matrix, bei welcher der Rang gleich der Dimension ist?

   1d) Mit welcher Anpassung kann man eine gewöhnliche Faltung einer Folge a der Länge 12 mit einer anderen Folge b der Länge 9 als zirkuläre Faltung formulieren?

2) Finden Sie durch Überlegen je die Inversen Matrizen zu den unten angegebenen und beschreiben Sie Ihre Lösungs-Idee.

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer nxn oberen Dreiecksmatrix ('n' vorgegebener Parameter), welche in den von Null verschiedenen Elementen Werte enthält, welche dem Abstand von der Diagonalen plus 1 entsprechen.

4) Geben Sie die Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten an, für die Transformationen A) und B). Es sind jeweils die Gesamt-Transformation und die drei zugehörigen Teiltransformationen anzugeben. Bei A) wird das "L" (5/2), (5/0) (6/0) um seinen obersten Punkt, also um (5/2) um den Winkel -90^o gedreht. Bei B) erfolgt die Drehung um den Punkt an dem die Ecke des "L" sich nach der ersten Drehung befindet, ebenfalls um -90^o.

5) Berechnen Sie von Hand, unter Angabe der zu summierenden Tabelle die zirkuläre Faltung der Folge [1 2 3 2 1] mit sich selbst.

6) Bestimmen Sie $\vec{grad}(F(x,y,z))$ für die Funktion $F(x,y,z) = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$.

6.2 Sommersemester2004

6.2.1 SS 04 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 30. Juni 2004

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Eine Kurve in Polarkoordinaten-Darstellung ist als Tabelle 'r, w' (Radius, Winkel in Radian) gegeben. Wie kann man daraus die Vektoren erhalten, um die Kurve mit plot(x,y) zu zeichnen?

   1b) Mit welcher Zahl muss man eine komplexe Zahl "z" multiplizieren, damit die grafische Darstellung des Resultates als Vektor senkrecht auf der Darstellung von "z" steht?

   1c) Welches ist der Rang einer 5x5 Scroll-up Matrix , welche die oben herausfallende Zeile unten **nicht** wieder einfügt?

   1d) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichungssystems der Form $R \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei R um eine Rechts-Dreiecksmatrix handelt?

2) Bestimmen Sie die Ebene E durch die Punkte $A(3/0/0)$, $B(0/4/0)$ und $C(0/0/3.2)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatenursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 2 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 1 stehen.

4) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & a & 0 & 0 \\ b & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den

Ecken $L = (0/-8)$, $S = (4/-7)$, $R = (0/-6)$ um –90° (im Uhrzeigersinnn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/8) und (8/1/0) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

6.2.2 SS 04 – Prüfung 1, G, 30. Juni 2004

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welches ist der Rang einer 5x5 Scroll-down Matrix , welche die unten herausfallende Zeile **nicht** wieder oben einfügt?

   1b) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichungssystems der Form $R \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei R um eine Rechts-Dreiecksmatrix handelt?

   1c) Geben Sie die zu $r \cdot \mathrm{e}^{j \cdot w}$ konjugiert komplexe Zahl, ebenfalls in der Polarkoordinatenform an!

   1d) Für welche Elemente einer quadratischen Matrix, für welche $A^T = -A$ gilt, sind durch diese Bedingung die Zahlenwerte festgelegt?

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 5 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 10 stehen.

3) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?
$$\begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ b & 0 & \sqrt{2}/2 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(8/0/0)$, $B(0/6/0)$ und $C(0/0/6.4)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatnursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den Ecken $L = (0/5)$, $S = (-5/7)$, $R = (0/9)$ um 90° (im Gegenuhrzeigersinn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der y-Achse, welche durch die Punkte (-6/0/0) und (0/1/6) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

6.2.3 SS 04 – Prüfung 1, B, 30. Juni 2004

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die zu $r \cdot \mathrm{e}^{j \cdot w}$ konjugiert komplexe Zahl, ebenfalls in der Polarkoordinatenform an!

   1b) Nennen Sie vier weitere Kenn-Buchstaben, sowie deren Bedeutung, zur Angabe einer Farbe in MATLAB, ausser den am meisten verbreiteten 'r', 'g' 'b'!

   1c) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichunssystems der Form $L \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei L um eine Links-Dreiecksmatrix handelt?

   1d) Wie erreicht man in MATLAB, dass die grafische Zeichenfläche quadratisch gewählt wird?

2) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} 0 & c & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & a \\ 0 & 0 & b & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 4 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 2 stehen.

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(6.4/0/0)$, $B(0/8/0)$ und $C(0/0/6)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatnursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den Ecken $L = (0/6)$, $S = (-4/7)$, $R = (0/8)$ um –90° (im Uhrzeigersinnn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der x-Achse, welche durch die Punkte (0/4/0) und (1/0/4) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

6.2.4 SS 04 – Prüfung 1, Y, 30. Juni 2004

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichunssystems der Form $L \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei L um eine Links-Dreiecksmatrix handelt?

   1b) Mit welcher Zahl muss man eine komplexe Zahl "z" multiplizieren, damit die grafische Darstellung des Resultates als Vektor senkrecht auf der Darstellung von "z" steht?

   1c) Warum gibt es in MATLAB keinen Punkt-Operator für die Addition, wie etwa ".+"?

   1d) Eine Kurve in Polarkoordinaten-Darstellung ist als Tabelle 'r, w' (Radius, Winkel in Radian) gegeben. Wie kann man daraus die Vektoren erhalten ,um die Kurve mit plot(x,y) zu zeichnen?

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 3 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 6 stehen.

3) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte$A(8/0/0)$, $B(0/6/0)$ und $C(0/0/6.4)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatnursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

4) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & a & 0 \\ 0 & b & \sqrt{3}/2 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den Ecken $L = (0/-4)$, $S = (5/-2)$, $R = (0/0)$ um 90° (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der x-Achse, welche durch die Punkte (0/-5/0) und (1/0/-5) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

6.2.5 SS 04 – Lösungen der Prüfung 1, RGBY, 30. Juni 2004

R **Lösungen Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Eine Kurve in Polarkoordinaten-Darstellung ist als Tabelle 'r, w' (Radius, Winkel in Radian) gegeben. Wie kann man daraus die Vektoren erhalten, um die Kurve mit plot(x,y) zu zeichnen?

L 1a) x = r .* cos(w) ; y = r .* sin(w) ;

1b) Mit welcher Zahl muss man eine komplexe Zahl "z" multiplizieren, damit die grafische Darstellung des Resultates als Vektor senkrecht auf der Darstellung von "z" steht?

L 1b) z steht senkrecht auf i*z oder -i*z

1c) Welches ist der Rang einer 5x5 Scroll-up Matrix , welche die oben herausfallende Zeile unten **nicht** wieder einfügt?

1c) 5-1 = 4

1d) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichungssystems der Form $R \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei R um eine Rechts-Dreiecksmatrix handelt?

1d) Rückwärtseinsetzen.

2) Bestimmen Sie die Ebene E durch die Punkte $A(3/0/0)$, $B(0/4/0)$ und $C(0/0/3.2)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatenursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

L 2) en = [0.64 0.48 0.6]' ; d=1.92
E: en'*OP-1.92 = 0 , F: en'*OP = 0; G: en'*OP-3.84 = 0

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 2 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 1 stehen.

L 3)

```
M=zeros(2*n)
```

```
for zei= 1:2*n
for spa = max(1,zei-n):zei
M(zei,spa)= 2
end
M(zei,zei)=1
end
```

4) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c anneh-
men, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & a & 0 & 0 \\ b & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

L 4) a=1/2 b=-1/2 oder a=-1/2 b=1/2 und c=1 oder c=-1

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den Ecken $L = (0/-8)$, $S = (4/-7)$, $R = (0/-6)$ um –90° (im Uhrzeigersinnn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

L 5) S=[1 0 -4 ; 0 1 7 ; 0 0 1] ; R= [0 1 0 ; -1 0 0 ; 0 0 1]; B=[1 0 4 ; 0 1 -7 ; 0 0 1]; Ttot = B*R*S = [0 1 11 ; -1 0 -3 ; 0 0 1]; Ptrans = [3 4 5; -3 -7 -3 ; 1 1 1]

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/8) und (8/1/0) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L 6)
```
w = (0:0.0625:8)*pi; z = 8*cos(w) ; x = 8*sin(w); y = w*2/pi;
plot3(x, y, z,'r-o'); axis equal
```

6.2.6 SS 04 – Lösungen der Prüfung 1, G, 30. Juni 2004

G **LösungenIngenieurmathematik Prüfung 1** 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

 1a) Welches ist der Rang einer 5x5 Scroll-down Matrix , welche die unten herausfallende Zeile **nicht** wieder oben einfügt?

 L 1a) 5-1 = 4

 1b) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichungssystems der Form $R \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei R um eine Rechts-Dreiecksmatrix handelt?

 L 1b) Rückwärtseinsetzen.

 1c) Geben Sie die zu $r \cdot \mathrm{e}^{j \cdot w}$ konjugiert komplexe Zahl, ebenfalls in der Polarkoordinatenform an!

 L 1c) $r \cdot \mathrm{e}^{-j \cdot w}$

 1d) Für welche Elemente einer quadratischen Matrix, für welche $A^T = -A$ gilt, sind durch diese Bedingung die Zahlenwerte festgelegt?

 L 1d) Diagonalelemente alle 0.

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 5 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 10 stehen.

L 2)

```
M=zeros(2*n)
for zei= 1:2*n
for spa = max(1,zei-n):zei
M(zei,spa)=5
end
M(zei,zei)=10
end
```

3) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & a & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ b & 0 & \sqrt{2}/2 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L 3) a=sqrt(2)/2 b=-sqrt(2)/2 oder a=-sqrt(2)/2 b=sqrt(2)/2 und c=0

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(8/0/0)$, $B(0/6/0)$ und $C(0/0/6.4)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatnursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

L 4) en = [0.48 0.64 0.60]' ; d=3.84
E: en'*OP-3.84 = 0 , F: en'*OP = 0; G: en'*OP-7.68 = 0

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den Ecken $L = (0/5)$, $S = (-5/7)$, $R = (0/9)$ um 90° (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

L 5) S=[1 0 5 ; 0 1 -7 ; 0 0 1] ; R= [0 -1 0 ; 1 0 0 ; 0 0 1]; B=[1 0 -5 ; 0 1 7 ; 0 0 1];
Ttot = B*R*S = [0 -1 2 ; 1 0 12 ; 0 0 1]; Ptrans = [-3 -5 -7 ; 12 7 12 ; 1 1 1]

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der y-Achse, welche durch die Punkte (-6/0/0) und (0/1/6) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L 6)
```
w = (0:0.0625:8)*pi; x = -6*cos(w) ; z = 6*sin(w); y = w*2/pi;
plot3(x, y, z,'g-o') axis equal
```

6.2.7 SS 04 – Lösungen der Prüfung 1, B, 30. Juni 2004

B Lösungen Ingenieurmathematik Prüfung 1 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie die zu $r \cdot \mathrm{e}^{j \cdot w}$ konjugiert komplexe Zahl, ebenfalls in der Polarkoordinatenform an!

L 1a)

1b) Nennen Sie vier weitere Kenn-Buchstaben, sowie deren Bedeutung, zur Angabe einer Farbe in MATLAB, ausser den am meisten verbreiteten 'r', 'g' 'b'!

L 1b) 'c'yan, 'm'agenta, 'y'ellow = gelb, blac'k' = schwarz.

1c) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichunssystems der Form $L \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei L um eine Links-Dreiecksmatrix handelt?

L 1c) Vorwärtseinsetzen.

1d) Wie erreicht man in MATLAB, dass die grafische Zeichenfläche quadratisch gewählt wird?

L 1d) axis square (gilt auch fuer 3D, um wuerfelformigen Bereich zu verlangen)

2) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} 0 & c & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sqrt{3}/2 & a \\ 0 & 0 & b & \sqrt{3}/2 \end{pmatrix}$$

L 2) a=1/2 b=-1/2 oder a=-1/2 b=1/2 und c=1 oder c=-1

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 4 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 2 stehen.

L 3)

```
M=zeros(2*n)
for zei= 1:2*n
```

```
for spa = zei:min(2*n,zei+n)
M(zei,spa)= 4
end
M(zei,zei)=2
end
```

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(6.4/0/0)$, $B(0/8/0)$ und $C(0/0/6)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatnursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

L 4) en = [0.6 0.48 0.64]' ; d=3.84
E: en'*OP-3.84 = 0 , F: en'*OP = 0; G: en'*OP-7.68 = 0

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den Ecken $L = (0/6)$, $S = (-4/7)$, $R = (0/8)$ um –90° (im Uhrzeigersinnn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

L 5) S=[1 0 4 ; 0 1 -7 ; 0 0 1] ; R= [0 1 0 ; -1 0 0 ; 0 0 1]; B=[1 0 -4 ; 0 1 7 ; 0 0 1];
Ttot = B*R*S = [0 1 -11 ; -1 0 3 ; 0 0 1]; Ptrans = [-5 -4 -3 ; 3 7 3 ; 1 1 1]

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der x-Achse, welche durch die Punkte (0/4/0) und (1/0/4) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L 6)
```
w = (0:0.0625:8)*pi; y = 4*cos(w) ; z = 4*sin(w); x = w*2/pi;
plot3(x, y, z,'b-o') axis equal
```

6.2.8 SS 04 – Lösungen der Prüfung 1, Y, 30. Juni 2004

Y **Lösungen Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Juni 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichunssystems der Form $L \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei L um eine Links-Dreiecksmatrix handelt?

L 1a) Vorwärtseinsetzen.

1b) Mit welcher Zahl muss man eine komplexe Zahl "z" multiplizieren, damit die grafische Darstellung des Resultates als Vektor senkrecht auf der Darstellung von "z" steht?

L 1b) z steht senkrecht auf i*z oder -i*z

1c) Warum gibt es in MATLAB keinen Punkt-Operator für die Addition, wie etwa ".+"?

L 1c) Die Addition ist bereits Elementweise definiert.

1d) Eine Kurve in Polarkoordinaten-Darstellung ist als Tabelle 'r, w' (Radius, Winkel in Radian) gegeben. Wie kann man daraus die Vektoren erhalten ,um die Kurve mit plot(x,y) zu zeichnen?

L 1d) x = r .* cos(w) ; y = r .* sin(w) ;

2) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 2nx2n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit dem Wert 3 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon n Werte (bzw. bis zum Rand) nebeneinander verschieden von Null sind. Auf der Diagonalen soll jedoch der Wert 6 stehen.

L 2)

```
M=zeros(2*n)
for zei= 1:2*n
for spa = zei:min(2*n,zei+n)
M(zei,spa)= 3
end
M(zei,zei)=6
end
```

3) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte$A(8/0/0)$, $B(0/6/0)$ und $C(0/0/6.4)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an.

Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei F soll durch den Koordinatnursprung gehen und G soll doppelt so weit vom Ursprung entfernt sein wie E.

L 3) en = [0.48 0.64 0.60]' ; d=3.84
E: en'*OP-3.84 = 0 , F: en'*OP = 0; G: en'*OP-7.68 = 0

4) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{3}/2 & a & 0 \\ 0 & b & \sqrt{3}/2 & c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L 4) a=1/2 b=-1/2 oder a=-1/2 b=1/2 und c=0

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die Pfeil-Figur mit den Ecken $L = (0/-4)$, $S = (5/-2)$, $R = (0/0)$ um 90° (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Spitze S dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten L'S'R'.

L 5) S=[1 0 -5 ; 0 1 2 ; 0 0 1] ; R= [0 -1 0 ; 1 0 0 ; 0 0 1]; B=[1 0 5 ; 0 1 -2 ; 0 0 1];
Ttot = B*R*S = [0 -1 3 ; 1 0 -7 ; 0 0 1]; Ptrans = [7 5 3 ; -7 -2 -7 ; 1 1 1]

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der x-Achse, welche durch die Punkte (0/-5/0) und (1/0/-5) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L 6)
```
w = (0:0.0625:8)*pi; y = -5*cos(w) ; z = -5*sin(w); x = w*2/pi;
plot3(x, y, z,'k-o') axis equal
```

6.2.9 SS 2004 – Nachprüfung 1, 7. Juli 2004

N **Ingenieurmathematik Nachprüfung 1** 7. Juli 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Nennen Sie man einen Matrizen-Typ, bei welchem die Bedingung $A^T \cdot A = A \cdot A^T$ erfüllt ist!

   1b) Erklären Sie den Begriff "Pivot"-Element! (nur ganz kurz)

   1c) Wie bestimmt man die Inverse einer einzelnen einfachen Eliminationsmatrix? (Einheitsmatrix mit einem einzigen von Null verschiedenen Element im unteren Dreiecksbereich.)

   1d) Was wird gezeichnet, wenn Sie in MATLAB plot(M) mit einem einzigen Parameter M aufrufen, der eine nxm Matrix ist?

2) Gegeben ist der Tetraeder ABCD durch $A(0/0/0)$, $B(6/3/0)$, $C(3/9/0)$, $D(6/6/9)$. Bestimmen sie die Ebene E durch die drei Schwerpunkte der Dreiecke ABC, ABD, ACD. und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei soll F durch den Koordinatenursprung gehen und G soll durch den Schwerpunkt des Dreiecks BCD gehen.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript mit einer Doppelschleife, das in einer eine 2nx2n unteren Dreiecksmatrix jede zweite zur Diagonale parallelen Linie (also, die 2., 4., 6. ... parallele Linie), sowie die Diagonale selbst mit Werten füllt, welche der Summe beider Indizes entsprechen. Oberhalb der Diagonalen, und in der 1., 3. usw. Nebendiagonale unterhalb sind Nullen. (Mit Nebendiagolalen sind zur Diagonalen parallele Linien gemeint. Achtung im Papula ist die Beschreibung der Nebendiagonalen falsch!)

4) Konstruieren Sie eine Pseudo-Zykloide mit der Form eines vierblättrigen Kleeblattes, indem Sie den Komplexen Einheitskreises 3 mal (im Gegenuhrzeigersinn) durchlaufen und währenddem das Zentrum dieses Kreises gleichmässig einmal im Uhrzeigersinn, ebenfalls um den Einheitskreis herum wandern lassen. Formulieren Sie das Erzeugen dieser Kleeblatt-Figur in MATLAB! Die Figur soll auf dem Bildschirm/Papier ohne Verzerrung dargestellt werden.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L"-Figur mit den Ecken $A = (5/2)$, $B = (5/0)$, $C = (6/0)$ an der schiefstehenden Achse $y = -x+2$ spiegelt. Geben Sie auch die transformierten (bzw. gespiegelten) Koordinaten des "L" an!

6) Wählen Sie von den 2 Lösungen einer archimedischen Spirale durch die 2 Punkte $P(0/-3)$ und $Q(0/5)$ diejenige aus, welche sich im Uhrzeigersinn öffnet, und geben Sie ein Matlab-Skript an, das diese Figur zwischen den Radien-Werten 0 und 12 zeichnet.

6.2.10 SS 2004 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 18. Aug. 2004

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch magentarote Kreise zu markieren?

   1b) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!

   1c) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

   1d) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 4 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 3 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit den Werten 8 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\text{Zeilennummer})^2 + (\text{Spaltennummer})^2 < 1.2 * \text{n}^2$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 2,4 und 1 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (2/2) (2/0) (3/0) zuerst an der Geraden y=4 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (2/8) um $+90^o$ drehen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x,y,z) = \sqrt{x \cdot y} \cdot (x^2 + 1/y^2 + 1/z^2)$.

6.2.11 SS 2004 – Prüfung 2, G, 18. Aug. 2004

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!

   1b) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

   1c) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.

   1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch blaue Kreise zu markieren?

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 5 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 4 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit den Werten 5 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\mathrm{Zeilennummer})^2 + (\mathrm{Spaltennummer})^2 < 1.5 * \mathrm{n}^2$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 4,8 und 2 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) zuerst an der Geraden y=6 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (4/12) um +90° drehen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z) = \sqrt{y} \cdot (y^2 + 1/x^2 + x^2/z^2)$.

6.2.12 SS 2004 – Prüfung 2, B, 18. Aug. 2004

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

   1b) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.

   1c) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch magentarote Kreise zu markieren?

   1d) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 3 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 4 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das bei vorgegebenem n eine nxn obere Dreiecksmatrix mit den Werten 4 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\text{Zeilennummer})^2 + (\text{Spaltennummer})^2 < 1.2 * \text{n}^2$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 8,16 und 4 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) zuerst an der Geraden y=5 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (4/10) um $+90^{\circ}$ drehen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x,y,z) = \sqrt{z} \cdot (y^2/x^2 + 1/y^2 + z^2)$.

6.2.13 SS 2004 – Prüfung 2, Y, 18. Aug. 2004

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.
   - 1a) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.
   - 1b) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch magentarote Kreuze zu markieren?
   - 1c) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!
   - 1d) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 6 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 4 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das bei vorgegebenem n eine nxn obere Dreiecksmatrix mit den Werten 2 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\text{Zeilennummer})^2 + (\text{Spaltennummer})^2 < 1.5 * \text{n}^2$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 6,12 und 3 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (2/2) (2/0) (3/0) zuerst an der Geraden y=5 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (2/10) um $+90^{\circ}$ drehen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion
   $F(x, y, z) = \sqrt{x} \cdot (x^2 + 1/y^2 + y^2/z^2)$.

6.2.14 SS 2004 – Lösungen zur Prüfung 2, RGBY, 18. Aug. 2004

R **Lösungen Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch magentarote Kreise zu markieren?

L 1a) plot(xpl,ypl,'mo')

1b) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!

L 1b) $z + \overline{z}$ und $z * \overline{z}$

1c) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

L 1c) n*n-n

1d) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.

L 1d) Rückwärtseinsetzen, Vorwärtseinsetzen

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 4 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 3 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

L 2) n = cross([4 0 -3], [0 4 -3]') = [12 12 16]';
w=180/pi*acos(n'*[0 0 1]'/norm(n)) = 46.68°

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit den Werten 8 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\text{Zeilennummer})^2 + (\text{Spaltennummer})^2 < 1.2 * \text{n}^2$

L 3)
```
n=8; M=zeros(n);
for zei = 1:n
  for spa = 1:zei
    if (zei^2 + spa^2)<1.2*n^2
      M(zei,spa) = 8;
```

```
    end
  end
end
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 2,4 und 1 in x,y und z-Richtung (2 in x, 4 in y, 1 in z). Die Ecken werden in der unteren Ebene (z=0) im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichnet und korrespondierend in der oberen (z=1) mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

L 4) n=cross([2 0 -1]', [0 4 -1]'); en=[0.4364 0.2182 0.8729]';
en'*OP -0.8729 = 0 ; dA = -0.8729 ; dC,F,H = 0.8729 ; dG = 1.7457

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (2/2) (2/0) (3/0) zuerst an der Geraden y=4 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (2/8) um +90° drehen.

L 5)
```
T1 = [1 0  0; 0 1 -4; 0 0 1]; Mx = [1  0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T2 = [1 0  0; 0 1  4; 0 0 1]; L =  [2  2 3; 2  0 0; 1 1 1]
T3 = [1 0 -2; 0 1 -8; 0 0 1]; R =  [0 -1 0; 1  0 0; 0 0 1];
T4 = [1 0  2; 0 1  8; 0 0 1]
Ttot = T4*R*T3 * T2*Mx*T1  %  = [ 0 1 2; 1 0 6 ; 0 0 1];
% Ltr = [4 2 2; 8 8 9; 1 1 1]
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z) = \sqrt{x \cdot y} \cdot (x^2 + 1/y^2 + 1/z^2)$.

L6)

$$\begin{aligned}
\Delta F \;\; = \;\; & 1/(2\sqrt{x \cdot y}) \cdot (x^2 + 1/y^2 + 1/z^2) + \sqrt{x \cdot y} \cdot 2x \cdot \Delta x \;\; + \\
& (\; 1/(2\sqrt{x \cdot y}) \cdot (x^2 + 1/y^2 + 1/z^2) + \sqrt{x \cdot y} \cdot (-1/y^3) \;) \cdot \Delta y \;\; + \\
& \sqrt{x \cdot y} \cdot (-1/z^3) \cdot \Delta z \;\; +
\end{aligned}$$

6.2.15 SS 2004 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 18. Aug. 2004

G **Lösungen Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!

L 1a) $z + \overline{z}$ und $z * \overline{z}$

1b) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

L 1b) n*n-n

1c) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.

L 1c) Rückwärtseinsetzen, Vorwärtseinsetzen

1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch blaue Kreise zu markieren?

L 1d) plot(xpl,ypl,'bo')

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 5 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 4 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

L 2) n = cross([5 0 -4], [0 5 -4]') = [20 20 25]';
w=180/pi*acos(n'*[0 0 1]'/norm(n)) = 48.52°

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn untere Dreiecksmatrix mit den Werten 5 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\text{Zeilennummer})^2 + (\text{Spaltennummer})^2 < 1.5 * \text{n}^2$

L 3)
```
n=8;  M=zeros(n);
for zei = 1:n
  for spa = 1:zei
    if (zei^2 + spa^2)<1.5*n^2
      M(zei,spa) = 5;
```

```
    end
  end
end
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 4,8 und 2 in x,y und z-Richtung (4 in x, 8 in y, 2 in z). Die Ecken werden in der unteren Ebene (z=0) im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichnet und korrespondierend in der oberen (z=2) mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

L 4) n=cross([4 0 -2]', [0 8 -2]'); en=[0.4364 0.2182 0.8729]';
en'*OP -1.7457 = 0 ; dA = -1.7457 ; dC,F,H = 1.7457 ; dG = 3.491

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) zuerst an der Geraden y=6 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (4/12) um +90° drehen.

L 5)
```
T1 = [1 0  0; 0 1  -6; 0 0 1]; Mx = [1  0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T2 = [1 0  0; 0 1   6; 0 0 1]; L =  [4  4 5; 2  0 0; 1 1 1]
T3 = [1 0 -4; 0 1 -12; 0 0 1]; R =  [0 -1 0; 1  0 0; 0 0 1];
T4 = [1 0  4; 0 1  12; 0 0 1]
Ttot = T4*R*T3 * T2*Mx*T1  % = [ 0 1 4; 1 0 8 ; 0 0 1];
% Ltr = [6 4 4; 12 12 13; 1 1 1]
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x,y,z) = \sqrt{y} \cdot (y^2 + 1/x^2 + x^2/z^2)$.

L6)

$$\begin{aligned}\Delta F \;=\; & \sqrt{y} \cdot (-2/x^3 + 2x/z^2) \cdot \Delta x \;+ \\ & (\;1/(2\sqrt{y}) \cdot (y^2 + 1/x^2 + x^2/z^2) + \sqrt{y} \cdot 2y\;) \cdot \Delta y \;+ \\ & \sqrt{y} \cdot (-2x^2/z^3) \cdot \Delta z \;+\end{aligned}$$

6.2.16 SS 2004 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 18. Aug. 2004

B **Lösungen Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

L 1a) n*n-n

1b) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.

L 1b) Rückwärtseinsetzen, Vorwärtseinsetzen

1c) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch magentarote Kreise zu markieren?

L 1c) plot(xpl,ypl,'mo')

1d) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!

L 1d) $z + \overline{z}$ und $z * \overline{z}$

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 3 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 4 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

L 2) n = cross([3 0 -4], [0 3 -4]') = [12 12 9]';
w=180/pi*acos(n'*[0 0 1]'/norm(n)) = 62.06°

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das bei vorgegebenem n eine nxn obere Dreiecksmatrix mit den Werten 4 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\text{Zeilennummer})^2 + (\text{Spaltennummer})^2 < 1.2 * \text{n}^2$

L 3)
```
n=8;  M=zeros(n);
for zei = 1:n
  for spa = zei:n
    if (zei^2 + spa^2)<1.2*n^2
      M(zei,spa) = 4;
```

```
    end
  end
end
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 8,16 und 4 in x,y und z-Richtung (8 inx, 16 in y, 4 in z). Die Ecken werden in der unteren Ebene (z=0) im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichnet und korrespondierend in der oberen (z=4) mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

L 4) n=cross([8 0 -4]', [0 16 -4]'); en=[0.4364 0.2182 0.8729]';
en'*OP -3.4915 = 0 ; dA = -3.4915 ; dC,F,H = 3.4915 ; dG = 6.983

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) zuerst an der Geraden y=5 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (4/10) um +90° drehen.

L 5)
```
T1 = [1 0  0; 0 1  -5; 0 0 1]; Mx = [1  0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T2 = [1 0  0; 0 1   5; 0 0 1]; L  = [4  4 5; 2  0 0; 1 1 1]
T3 = [1 0 -4; 0 1 -10; 0 0 1]; R  = [0 -1 0; 1  0 0; 0 0 1];
T4 = [1 0  4; 0 1  10; 0 0 1]
Ttot = T4*R*T3 * T2*Mx*T1  % = [ 0 1 4; 1 0 6 ; 0 0 1];
% Ltr = [6 4 4; 10 10 11; 1 1 1]
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z) = \sqrt{z} \cdot (y^2/x^2 + 1/y^2 + z^2)$.

L6)

$$\begin{aligned}\Delta F \;=\; & \sqrt{z} \cdot (-2y^2/x^3) \cdot \Delta x \;+ \\ & \sqrt{z} \cdot (2y/x^2 - 2/y^3) \cdot \Delta y \;+ \\ & (\; 1/(2\sqrt{z}) \cdot (y^2/x^2 + 1/y^2 + z^2) + \sqrt{z} \cdot 2z \;) \cdot \Delta z \;+\end{aligned}$$

6.2.17 SS 2004 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 18. Aug. 2004

Y **Lösungen Ingenieurmathematik Prüfung 2** 18. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man die speziellen Lösungsverfahren, welche ein Gleichungssystem effizient lösen, falls die zugehörige Matrix eine Rechts- oder eine Linksdreiecksmatrix ist.

L 1a) Rückwärtseinsetzen, Vorwärtseinsetzen

1b) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um die zu zeichnenden Punkte mit den Koordinatenvektoren xpl und ypl in einem Plot-Aufruf durch magentarote Kreuze zu markieren?

L 1a) plot(xpl,ypl,'m+') oder plot(xpl,ypl,'mx')

1c) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, welche aus einer komplexen Zahl und der zugehörigen konjugiert komplexen Zahl ein reelles Resultat erzeugen!

L 1c) $z + \overline{z}$ und $z * \overline{z}$

1d) Wieviele Nullen hat es in einer nxn Permutationsmatrix?

L 1d) n*n-n

2) Ein Turm einer modernen Kirche hat den Grundriss eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit der Kathetenlänge von 6 m. Bei der Spitze, über dem rechten Winkel des Grundrisses ist das Kirchturmdach 4 m höher als bei der Unterkante, welche die beiden anderen Ecken horizontal verbindet. Berechnen Sie den wahren Neigungswinkel dieses Daches!

L 2) n = cross([6 0 -4], [0 6 -4]') = [24 24 36]';
w=180/pi*acos(n'*[0 0 1]'/norm(n)) = 43.31°

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das bei vorgegebenem n eine nxn obere Dreiecksmatrix mit den Werten 2 füllt, jedoch von links oben beginnend nur so weit als noch gilt: $(\text{Zeilennummer})^2 + (\text{Spaltennummer})^2 < 1.5 * n^2$

L 3)
```
n=8; M=zeros(n);
for zei = 1:n
  for spa = zei:n
    if (zei^2 + spa^2)<1.5*n^2
      M(zei,spa) = 2;
```

```
    end
  end
end
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 6,12 und 3 in x,y und z-Richtung (6 in x, 12 in y, 3 in z). Die Ecken werden in der unteren Ebene (z=0) im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichnet und korrespondierend in der oberen (z=3) mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die Punkte B,D,E und berechnen Sie alle Abstände der weiteren Quader-Eckpunkte von dieser Ebene.

L 4) n=cross([6 0 -3]', [0 12 -3]'); en=[0.4364 0.2182 0.8729]';
en'*OP -2.6186 = 0 ; dA = -2.6186 ; dC,F,H = 2.6186 ; dG = 5,2372

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (2/2) (2/0) (3/0) zuerst an der Geraden y=5 spiegeln und das Bild der ersten Abbildung um den Drehpunkt (2/10) um +90° drehen.

L 5)
```
T1 = [1 0  0; 0 1  -5; 0 0 1]; Mx = [1  0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T2 = [1 0  0; 0 1   5; 0 0 1]; L =  [2  2 3; 2  0 0; 1 1 1]
T3 = [1 0 -2; 0 1 -10; 0 0 1]; R =  [0 -1 0; 1  0 0; 0 0 1];
T4 = [1 0  2; 0 1  10; 0 0 1]
Ttot = T4*R*T3 * T2*Mx*T1  % = [ 0 1 2; 1 0 8 ; 0 0 1];
%  Ltr = [4 2 2; 10 10 11; 1 1 1]
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z) = \sqrt{x} \cdot (x^2 + 1/y^2 + y^2/z^2)$.

L6)

$$\begin{aligned}\Delta F \;=\; & (\ 1/(2\sqrt{x}) \cdot (x^2 + 1/y^2 + y^2/z^2) + \sqrt{x} \cdot 2x\ ) \cdot \Delta x\ + \\ & \sqrt{x} \cdot (-2/y^3 + 2y/z^2) \cdot \Delta y\ + \\ & \sqrt{x} \cdot (-2y^2/z^3) \cdot \Delta z\ +\end{aligned}$$

6.2.18 SS 2004 – 2. Nachprüfung 25. Aug. 2004

Ingenieurmathematik Nachprüfung 2

25. August 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie lautet der MATLAB-Befehl, damit in einem Matlab-Plot das Zeichenfenster gleich hoch wie breit wird.

   1b) Was bedeutet der Fachausdruck "Gradient"?

   1c) Wieviele Nullen hat es in einer nxn oberen Dreiecksmatrix mindestens?

   1d) Wie berechnet man die Inverse aus einem Matrizenprodukt $(\mathbf{A} \cdot \mathbf{B})^{-1}$ aus den einzelnen inversen Matrizen $\mathbf{A}^{-1}$ und $\mathbf{B}^{-1}$?

2) Über einem Grundriss in Form eines rechtwinklig gleichschenkligen Dreiecks mit Kathetenlänge von 4 m ist ein als eben anzunehmendes Zeltdach aufgespannt mit Höhen über den Ecken von 1.5 und 3 m bei den spitzen Winkeln und 2 m beim rechten Winkel.
   Wie gross ist die Höhe über dem Schwerpunkt des Grundrisses?

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine nxn Tridiagonalmatrix mit Werten füllt, welche dem kleineren der beiden Abstände ($\sqrt{(\Delta z)^2 + (\Delta s)^2}$) jedes Elementes zu den Elementen T(1,1) bzw. T(n,n) entsprechen. (T(1,1) und T(n,n) sind somit 0 sowie alle Elemente ausserhalb dem tridiagonalen Band.)

4) Durch die drei Punkte A(2/0/0) , B(0/4/0) und C(0/0/1) ist die Ebene T bestimmt. Geben sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Spiegen Sie die drei Punkte an der Ebene z=0 und bestimmen Sie ebenfalls die Hesse'sche Normalform für die so gespiegelte Ebene S.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Bildkoordinaten (alles in homogenen Koordinaten der Ebene), für die Spegelung des gleichseitgen Dreiecks $A(4/0)$, $B(6/0)$ $C(5/\sqrt{3})$ an der Geraden $y = tan(30^o) \cdot x$ (= Gerade durch Nullpunkt mit Neigungswinkel 30^o).

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion
   $F(x, y, z) = \sqrt{x/y} \cdot (x^3 + 1/y^3 + 1/z)$.

7 Schuljahr 2004/05

7.1 Wintersemester 2004/05

7.1.1 WS 04/05 – Musterprüfung, 10. Nov. 2004

Ingenieurmathematik Musterprüfung 10. Nov. 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., (theoretisch: 40 P. = N.6).

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche Bedeutung hat der Begriff der linearen Abhängigkeit in der Diskussion der Lösbarkeit von linearen Gleichungssystemen?

   1b) Welche Dimensionen müssen die Matrizen B und D haben, damit das Produkt A*B*C*D*E definiert ist? Welche Dimensionen hat das Resultat? (A = (3x5), C = (7x2)), E = (4x2)) .

   1c) Wie heisst der Fachbegriff für eine Matrix, welche durch das Transponieren in sich selbst übergeht?

   1d) Geben Sie zwei arithmetische Operationen an, bei denen sich unter Verwendung einer komplexen Zahl und ihrer konjugiert komplexen ein reelles Resultat ergibt.

2) Stellen Sie die Gleichungen auf, um die (komplexen) Ströme in einem Widerstands-Netz zu berechnen, das in der Anordnung einer Wheatstone'schen Messbrücke gleicht. Die Versorgungsspannung ist 5 Volt, 10 kHz. Die Impedanzen sind: $Z_1 = R_a = 50\Omega$, $Z_2 = L = 2mHy$, $Z_3 = R_b = 20\Omega$, $Z_4 = C_a = 3\mu F$ und im Galvanometerzweig $Z_5 = C_b = 1\mu F$

3) Geben Sie alle (komplexen) Lösungen an für die Gleichung $z^6 + 1 = 0$

4) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer oberen Dreicks-Matrix der Dimension nxn, welche auf der Diagonalen lauter 1-en, direkt darüber lauter 2-er, dann 3-er aufweist, etc, bis zur rechten oberen Ecke, in welcher der Wert 'n' steht!

5) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrix $\mathbf{M}$:

$$\begin{pmatrix} a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix}$$

6) Ein Feder-Element aus Stahldraht hat die Form einer 3-dimensionalen Lissajous Figur: Auf einer Zylinder-Oberfläche mit dem Radius 5 mm bewegt sich die Linie in z-Richtung sinusförmig auf- und ab, so dass bei einem Umlauf drei obere und drei untere Punkte entstehen, deren Ebenen 4 mm Distanz aufweisen.
Entwickeln Sie die Parameterdarstellung dieser Raumkurve in den 3 Koordinaten x(t), y(t) und z(t) !

7.1.2 WS 04/05 – Prüfung 1, 1. Dez. 2004

Ingenieurmathematik Prüfung 1

1. Dez. 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Fall der Lösbarkeit liegt bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 'n' vor, wenn gilt: Rang(A) < n und Rang([A b]) = Rang(A)?

   1b) Welche Dimensionen müssen die Matrizen B und D haben, damit das Produkt A*B*C*D*E definiert ist? Welche Dimensionen hat das Resultat? (A = (4x4), C = (5x3)), E = (6x1)) .

   1c) Wie lautet der Fachbegriff für eine Matrix, für welche gilt: $A^T = -A$?

   1d) Geben Sie die Eliminationsmatrix an, welche beim Gauss-Algorithmus bei der Matrix
   $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ an der Position 2,1 eine Null erzeugt und Bestimmen Sie auch die Inverse dieser Eliminationsmatrix.

2) Geben Sie alle (komplexen) Lösungen an für die Gleichung $z^6 + j = 0$

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer unteren Band-Dreicks-Matrix der Dimension nxn, mit der (halben) Bandbreite k (d.h. k von Null verschiedene Linien ausserhalb der Diagonalen), welche in den von Null verschiedenen Elementen die Werte "Spaltenindex plus Zeilenindex" aufweist. (Die Zahlen 'n' und 'k' sind vorgegebene Parameter, wobei natürlich k < n sein muss.)

4) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrizen **Pl** und **Pr**, so dass die untenstehende Gleichung für beliebige a_{jk} gilt:

$$\begin{pmatrix} a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{41} & a_{42} \end{pmatrix} = \mathbf{Pl} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Pr}$$

5) Ein Dach über einem Ausstellungspavillon hat im Grundriss die Form eines gleichseitigen Dreiecks, das in einem Kreis vom Radius 2 m einbeschrieben ist. Die Ecken haben die Höhen 2 m (Nord), 3 m (ca. Südwest) und 4 m (ca. Südost).

Berechnen Sie den Neigungswinkel dieses Daches, sowie die wahren Winkel dieses Dreiecks im Raum.

6) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zum Zeichnen (plot3) einer linksgängigen (rot) und einer rechtsgängigen (schwarz) Schraubenlinie mit je 10 Umgängen, mit der x-Achse als Achse der Schraubenlinien, je einem Radius von 1, einer Ganghöhe von 0.8 und dem gemeinsamen Startpunkt (0/0/1)!

7.1.3 WS 04/05 – Lösungen zu Prüfung 1, 1. Dez. 2004

Lösungen zur Ingenieurmathematik Prüfung 1 1. Dez. 2004

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Welcher Fall der Lösbarkeit liegt bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 'n' vor, wenn gilt: Rang(A) < n und Rang([A b]) = Rang(A)?

L 1a) Rang(A) < n bedeutet singulär. und Rang([A b]) = Rang(A) bewirkt dass 'b' im Zeilenraum (range) ist, also lösbar, aber mit unendlich vielen Lösungen.

1b) Welche Dimensionen müssen die Matrizen B und D haben, damit das Produkt A*B*C*D*E definiert ist? Welche Dimensionen hat das Resultat? (A = (4x4), C = (5x3)), E = (6x1)) .

L 1b) (A = (4x4), **B= (4x5)**, C = (5x3), **D =(3x6)**, E = (6x1)) . Welche Dimensionen hat das Resultat? **R= (4x1)**

1c) Wie lautet der Fachbegriff für eine Matrix, für welche gilt: $A^T = -A$?

L 1c) Antisymmetrisch oder schiefsymmetrisch.

1d) Geben Sie die Eliminationsmatrix an, welche beim Gauss-Algorithmus bei der Matrix

$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ an der Position 2,1 eine Null erzeugt und Bestimmen Sie auch die Inverse dieser Eliminationsmatrix.

L 1d) $\mathbf{L_{21}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{L_{21}^{-1}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2) Geben Sie alle (komplexen) Lösungen an für die Gleichung $z^6 + j = 0$

L 2) $e^{j\cdot(\pi/4+k\cdot\pi/3)}$

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer unteren Band-Dreicks-Matrix der Dimension nxn, mit der (halben) Bandbreite k (d.h. k von Null verschiedene Linien ausserhalb der Diagonalen), welche in den von Null verschiedenen Elementen die Werte “Spaltenindex plus Zeilenindex” aufweist. (Die Zahlen 'n' und 'k' sind vorgegebene Parameter, wobei natürlich k < n sein muss.)

L 3)
```
n=12 ; k=9;
M=zeros(n)
for lin =1:k+1
  for zei = lin:n
     spa = zei-lin+1;
     M(zei,spa) = zei+spa;
  end
end
M
```

4) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrizen **Pl** und **Pr**, so dass die untenstehende Gleichung für beliebige a_{jk} gilt:

$$\begin{pmatrix} a_{25} & a_{24} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{35} & a_{34} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{45} & a_{44} & a_{43} & a_{41} & a_{42} \end{pmatrix} = \mathbf{Pl} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Pr}$$

L 4)

$$\mathbf{Pl} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad , \quad \mathbf{Pr} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5) Ein Dach über einem Ausstellungspavillon hat im Grundriss die Form eines gleichseitigen Dreiecks, das in einem Kreis vom Radius 2 m einbeschrieben ist. Die Ecken haben die Höhen 2 m (Nord), 3 m (ca. Südwest) und 4 m (ca. Südost). Berechnen Sie den Neigungswinkel dieses Daches, sowie die wahren Winkel dieses Dreiecks im Raum.

L 5)
```
a = [2*cos(pi/2) 2*sin(pi/2) 2]'       % 0 2 2
b = [2*cos(7*pi/6) 2*sin(7*pi/6) 3]'   % -1.732 -1  3
c = [2*cos(11*pi/6) 2*sin(11*pi/6) 4]' %  1.732 -1  4
la = sqrt((b-c)'*(b-c)) ; lb = sqrt((c-a)'*(c-a)) ; lc = sqrt((a-b)'*(a-b));
%
wa = acos((c-a)'*(b-a)/lb/lc)*180/pi  % 56.31 deg
wb = acos((a-b)'*(c-b)/la/lc)*180/pi  % 67.38 deg
wc = acos((b-c)'*(a-c)/la/lb)*180/pi  % 56.31 deg
n = cross(a-b,a-c)          % [ -3  5.19  10.39]'
en = n/sqrt(n'*n)
wd = acos([0 0 1]*en)*180/pi                % 30 deg
```

6) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zum Zeichnen (plot3) einer linksgängigen (rot) und einer rechtsgängigen (schwarz) Schraubenlinie mit je 10 Umgängen, mit der x-Achse als Achse der Schraubenlinien, je einem Radius von 1, einer Ganghöhe von 0.8 und dem gemeinsamen Startpunkt (0/0/1)!

L 6)
```
t = 0:pi/100:20*pi;
z = cos(t);
yl = sin(t);
yr = -sin(t);
x = t*0.8/2/pi;
plot3(x,yl,z,'r')
hold on
plot3(x,yr,z,'k')
hold off
```

7.1.4 WS 04/05 – Prüfung 2, 2. März 2005

Ingenieurmathematik Prüfung 2 2. März 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Mit welchem Befehl zeichnet man mit MATLAB die durch die Vektoren x und y definierte Punkteschar als violettrote diagonale Kreuze?

   1b) Wie gross ist die Länge der Resultatfolge bei einer gewöhnlichen Faltung der beiden Folgen a und b , welche je die Länge n haben, und welche Länge hat eine zirkuläre Faltung von a mit b?

   1c) Welches ist der maximal mögliche Rang einer breiten Rechtecksmatrix der Dimension n x m?

   1d) In einer DFT einer Folge der Länge 80 sind die (komplexen) Koeffizienten c_k mit $k = 8,\ 50$ durch Übertragungsfehler verlorengegangen. Wie können diese aus den anderen, intakt gebliebenen Koeffizienten rekonstruiert werden?

2) Finden Sie durch Überlegen je die Inversen Matrizen zu den unten angegebenen und beschreiben Sie Ihre Lösungs-Idee.

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer nxn antisymmetrischen Matrix ('n' vorgegebener Parameter), welche in den von Null verschiedenen Elementen Werte enthält, deren Betrag dem Abstand von der Diagonalen entspricht, und deren Elemente im oberen Dreiecks-Teil positiv sind.

4) Geben Sie die Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten an, für die Transformationen R) und S), sowie die Koordinaten der transformierten Punkte. Es sind jeweils die Gesamt-Transformation und die zugehörigen Teiltransformationen anzugeben. Bei R) wird das Quadrat $A(-4/0)$, $B(0/4)$ $C(-4/8)$ $D(-8/4)$ um den Punkt B um den Winkel -180^o gedreht. Bei S) wird dasselbe Quadrat an der y-Achse gespiegelt. Zeigen Sie, dass die beiden Bildquadrate übereinander liegen indem Sie die zusammenpassenden Paare von Bildpunkten suchen.

5) Berechnen Sie "von Hand", unter Angabe der zu summierenden Tabelle sowohl die zirkuläre Faltung als auch die gewöhnliche Faltung der Folge [1 1 2 1 1] mit sich selbst.

6) Bestimmen Sie $\vec{grad}(F(x,y))$ für die Funktion $F(x,y) = (x^2 - 2xy + y^2)^2$.

7.1.5 WS 04/05 – Lösung der Prüfung 2, 2. März 2005

Ingenieurmathematik Prüfung 2

2. März 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Mit welchem Befehl zeichnet man mit MATLAB die durch die Vektoren x und y definierte Punkteschar als violettrote diagonale Kreuze?

L: `plot(x,y,'mx')`

1b) Wie gross ist die Länge der Resultatfolge bei einer gewöhnlichen Faltung der beiden Folgen a und b , welche je die Länge n haben, und welche Länge hat eine zirkuläre Faltung von a mit b?

L: 2*n-1 ; n

1c) Welches ist der maximal mögliche Rang einer breiten Rechtecksmatrix der Dimension n x m?

L: Antwort: n, die kleinere der zwei Dimensionen

1d) In einer DFT einer Folge der Länge 80 sind die (komplexen) Koeffizienten c_k mit $k = 8,\ 50$ durch Übertragungsfehler verlorengegangen. Wie können diese aus den anderen, intakt gebliebenen Koeffizienten rekonstruiert werden?

L: $c_8 = \mathrm{Re}(c_{72}) - j \cdot \mathrm{Im}(c_{72})$
$c_50 = \mathrm{Re}(c_{30}) - j \cdot \mathrm{Im}(c_{30})$

2) Finden Sie durch Überlegen je die Inversen Matrizen zu den unten angegebenen und beschreiben Sie Ihre Lösungs-Idee.

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

L: Die erste Matrix ist eine Rotation um 45°, deren Inverse also eine Rotation um −45°. Die zweite Matrix ist eine zyklische scroll-down Matrix, die dazu Inverse also eine scroll-up Matrix.

$$\begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer nxn antisymmetrischen Matrix ('n' vorgegebener Parameter), welche in den von Null verschiedenen Elementen Werte enthält, deren Betrag dem Abstand von der Diagonalen entspricht, und deren Elemente im oberen Dreiecks-Teil positiv sind.

L:

```
A=zeros(n);
for zei = 1:n
for spa = 1:n
A(zei,spa) = spa - zei;
end
end
```

4) Geben Sie die Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten an, für die Transformationen R) und S), sowie die Koordinaten der transformierten Punkte. Es sind jeweils die Gesamt-Transformation und die zugehörigen Teiltransformationen anzugeben. Bei R) wird das Quadrat A($-4/0$), B($0/4$) C($-4/8$) D($-8/4$) um den Punkt B um den Winkel -180^o gedreht. Bei S) wird dasselbe Quadrat an der y-Achse gespiegelt. Zeigen Sie, dass die beiden Bildquadrate übereinander liegen indem Sie die zusammenpassenden Paare von Bildpunkten suchen.

L:

Spiegelung S):

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 4 & 8 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & -4 & -8 \\ 0 & 4 & 8 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Vertikaltranslation B zu O, dann Drehung, dann Ruecktranslation:

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 8 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -4 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Gesamt-Transformation R):

$$\begin{pmatrix} 4 & 0 & 4 & 8 \\ 8 & 4 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 8 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & -4 & -8 \\ 0 & 4 & 8 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Vergleich S)–R): Ats = Ctr, Bts = Btr, Cts = Atr, Dts = Dtr

5) Berechnen Sie "von Hand", unter Angabe der zu summierenden Tabelle sowohl die zirkuläre Faltung als auch die gewöhnliche Faltung der Folge [1 1 2 1 1] mit sich selbst.

L:

$$\begin{array}{ccccccccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & & & & \\ & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & & & \\ & & 2 & 2 & 4 & 2 & 2 & & \\ & & & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 & \\ & & & & 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 5 & 6 & 8 & 6 & 5 & 2 & 1 \end{array} \qquad \begin{array}{ccccc} 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 7 & 7 & 7 & 7 & 8 \end{array}$$

6) Bestimmen Sie $\vec{grad}(F(x,y))$ für die Funktion $F(x,y) = (x^2 - 2xy + y^2)^2$.

L:

$$\vec{grad}(F(x,y)) = \begin{pmatrix} 2 \cdot (x^2 - 2xy + y^2) \cdot (2x - 2y) \\ 2 \cdot (x^2 - 2xy + y^2) \cdot (-2y + 2x) \end{pmatrix}$$

7.2 Sommersemester 2005

7.2.1 SS 2005 – Musterprüfung 7. Juni 2005

Ingenieurmathematik Musterprüfung 7. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.
   - 1a) Wie erhält man bei einer x-y-Grafik schwarze diagonale Kreuzchen bei den Kurvenpunkten?
   - 1b) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichungssystems der Form $R \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei R um eine Rechts-Dreiecksmatrix handelt?
   - 1c) Für welche Elemente einer quadratischen Matrix, für welche $A^T = -A$ gilt, sind durch diese Bedingung die Zahlenwerte festgelegt?
   - 1d) Wie bestimmt man den symmetrischen und den antisymmetrischen Teil einer gegebenen Matrix M = A+S? (d.h. wie berechnet man A und S?)
2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & a_3 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & c_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine falsche Dreiecksmatrix (links und oben verschieden von Null), von der linken oberen Ecke her bis und mit der falschen (bzw. Anti-) Diagonalen (die von links unten nach rechts oben läuft) mit Einsen füllt und den Rest Null lässt.
4) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c annehmen, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & a & 0 & 0 \\ b & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

5) Bestimmen Sie je die Projektion des Vektors [3 4 3.75]' auf die drei Grundvektoren [1 1 0]', [-1 1 0]' und [0 0 1]', sowie je die Winkel zwischen den Vektorpaaren.

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/8) und (8/1/0) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

7.2.2 SS 2005 – Lösungen der Musterprüfung 7. Juni 2005

Ingenieurmathematik Musterprüfung 7. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie erhält man bei einer x-y-Grafik schwarze diagonale Kreuzchen bei den Kurvenpunkten?

   L: plot(x,y,'kx')

   1b) Wie nennt man das spezielle Lösungsverfahren eines linearen Gleichungssystems der Form $R \cdot x = b$ wenn bekannt ist, dass es sich bei R um eine Rechts-Dreiecksmatrix handelt?

   L: Rückwärts-Einsetzen

   1c) Für welche Elemente einer quadratischen Matrix, für welche $A^T = -A$ gilt, sind durch diese Bedingung die Zahlenwerte festgelegt?

   L: Die Diagonalelemente müssen alle Null sein.

   1d) Wie bestimmt man den symmetrischen und den antisymmetrischen Teil einer gegebenen Matrix M = A+S? (d.h. wie berechnet man A und S?)

   L: S = 0.5*(M+M') ; A = 0.5*(M-M')

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & a_3 & 0 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_3 & 0 & c_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr$$

L2 $$Pl = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine falsche Dreiecksmatrix (links und oben verschieden von Null), von der linken oberen Ecke her bis und mit der falschen (bzw. Anti-) Diagonalen (die von links unten nach rechts oben läuft) mit Einsen füllt und den Rest Null lässt.

L3)
```
F= zeros(n);
for zei = 1:n
```

```
  for spa = 1:(n+1-zei)
    F(zei,spa) = 1;
  end
end
```

4) Welche Werte müssen die Parameter a, b und c anneh- men, damit die nebenstehende Matrix orthogonal ist?

$$\begin{pmatrix} \sqrt{3}/2 & a & 0 & 0 \\ b & \sqrt{3}/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

L4) Orthogonal: $M^T * M = I$, Multiplikation von Hand und 0 bzw 1 setzen ergibt: a=1/2 b=-1/2 oder a=-1/2 b=1/2 und c=1 oder c=-1

5) Bestimmen Sie je die Projektion des Vektors [3 4 3.75]' auf die drei Grundvektoren [1 1 0]', [-1 1 0]' und [0 0 1]', sowie je die Winkel zwischen den Vektorpaaren.

5L) p1= [3.5 3.5 0]' , p2 = [-0.5 0.5 0]' , p3 = [0 0 3.75]
w1 = 37.63°, w2 = 83.504°, w3 = 53.13°

6) Suchen Sie die Darstellung der Schraubenlinie mit Achse entlang der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/8) und (8/1/0) geht, und geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L6) Viertelkreis Vorschub 1, also gesamter Vorschub 4 pro Umgang.

```
w = 0:0.1:8*pi;
z = 8*cos(w);
x = 8*sin(w);
z = w/(2*pi)*4
plot3(x,y,z)
```

7.2.3 SS 2005 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 29. Juni 2005

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer hohen Rechtecksmatrix durch Transponieren?

   1b) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 4x7 Matrix?

   1c) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [3, -2]' senkrechten Vektor an.

   1d) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [2, 4 ; 0, -3].

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_1 \\ 0 & 0 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 3nx3n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 5 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(9/0/0)$, $B(0/12/0)$ und $C(0/0/9.6)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (6/0)$, $B = (6/6)$, $C = (3/3)$ um -90^o (im Uhrzeigersinn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche durch die Punkte (0/0/6) und (8/0/6) gehen und dazwischen 4 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

7.2.4 SS 2005 – Prüfung 1, G, 29. Juni 2005

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer breiten Rechtecksmatrix durch Transponieren?

   1b) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [7, 0 ; -6 2].

   1c) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 9x5 Matrix?

   1d) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [2, 5]' senkrechten Vektor an.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_1 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 3nx3n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 3 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(12/0/0)$, $B(0/9.6/0)$ und $C(0/0/9)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (4/0)$, $B = (4/6)$, $C = (1/3)$ um -90^o (im Uhrzeigersinn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche durch die Punkte (0/0/3) und (10/0/3) gehen und dazwischen 5 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

7.2.5 SS 2005 – Prüfung 1, B, 29. Juni 2005

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer Rechts-Dreiecksmatrix durch Transponieren?

   1b) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [-3, 4]' senkrechten Vektor an.

   1c) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [0, -5 ; 3, 7].

   1d) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 3x4 Matrix?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_3 & d_4 & 0 & 0 \\ c_3 & c_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 4nx4n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 3 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(6/0/0)$, $B(0/4.5/0)$ und $C(0/0/4.8)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (8/0)$, $B = (8/4)$, $C = (6/2)$ um 90° (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/5) und (0/8/5) gehen und dazwischen 4 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

7.2.6 SS 2005 – Prüfung 1, Y, 29. Juni 2005

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 — 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer antisymmetrischen Matrix durch Transponieren?

   1b) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [1, 4]' senkrechten Vektor an.

   1c) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 4x6 Matrix?

   1d) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [9, -2 ; 0, -5].

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & d_1 & d_2 \\ 0 & 0 & c_1 & c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 4nx4n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 6 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(4.8/0/0)$, $B(0/6/0)$ und $C(0/0/4.5)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (4/0)$, $B = (4/4)$, $C = (2/2)$ um 90° (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/4) und (0/10/4) gehen und dazwischen 5 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

7.2.7 SS 05 – Lösung zur Prüfung 1, RGBY, 29. Juni 2005

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer hohen Rechtecksmatrix durch Transponieren?

   L:) Eine breite Rechtecksmatrix.

   1b) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 4x7 Matrix?

   L:) 4, die kleinere der beiden Dimensionszahlen.

   1c) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [3, -2]' senkrechten Vektor an.

   L:) Vertauschen von x gegen y und 1 Vorzeichen ändern, also [2, 3]'

   1d) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [2, 4 ; 0, -3].

   L:) S = [2, 2 ; 2, -3]. A = [0, 2 ; -2, 0].

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_1 \\ 0 & 0 & a_2 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L:) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 3nx3n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 5 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

L:)
```
n=5
D = zeros(3*n)
for zei = 1:3*n
  for spa = max(1,zei-n+1):zei
```

```
    D(zei,spa) = 5
  end
end
spy(D)
```

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(9/0/0)$, $B(0/12/0)$ und $C(0/0/9.6)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

L:)
```
a = [9 0 0]'
b = [0 12 0]'
c = [0 0 9.6]'
ab = b-a
ac = c-a
n = cross(ab,ac)
en = n/sqrt(n'*n)
% Test ob a,b,c alle in derselben Ebene
dista = en'*a
distb = en'*b
distc = en'*c
```

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (6/0)$, $B = (6/6)$, $C = (3/3)$ um -90^o (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

L:)
```
ay = [6 0 1]'
by = [6 6 1]'
cy = [3 3 1]'
P0 = [ay by cy ay]
T1 = [1 0 -6 ; 0 1 -6; 0 0 1]
T2 = [0 1 0 ; -1 0 0; 0 0 1]
T3 = [1 0 6 ; 0 1 6; 0 0 1]
P1 = T1*P0
P2 = T2*P1
% transformierte Punkte
P3 = T3*P2
% Gesamt Transformationsmatrix
TT = T3*T2*T1
% Transformierte Punkte mit TT
P3b = TT*P0
```

```
% Plot  Urbild schwarz, Schlussbild rot
plothclin(P0,'k')
stdhcaxis
hold on
plothclin(P1,'b')
plothclin(P2,'g')
plothclin(P3,'r')
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche durch die Punkte (0/0/6) und (8/0/6) gehen und dazwischen 4 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L:)

```
w = (0:0.01:4)*2*pi
x = w*2/(2*pi)  % W*Ganghoehe/(2*pi)
z = 6*cos(w)
yr = 6*sin(w)
yl = -6*sin(w)
plot3(x,yr,z,'r')
hold on
plot3(x,yl,z,'k')
% Achsenkreuz
plot3([0 0], [0 10], [0 0],'g')
plot3([0 5], [0 0], [0 0],'g')
plot3([0 0], [0 0], [0 5],'g')
axis([-8 8 0 16 -8 8])
axis square
% Kreuzungspunkte zwischen links und rechtsdrehender Helix
wm = (0:0.5:4)*2*pi
ym = wm*2/(2*pi)
zm = 6*cos(wm)
xm = 6*sin(wm)
plot3(xm,ym,zm,'bo')
```

7.2.8 SS 05 – Lösung zur Prüfung 1, G, 29. Juni 2005

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer breiten Rechtecksmatrix durch Transponieren?

   L:) Eine hohe Rechtecksmatrix.

   1b) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [7, 0 ; -6 2].

   L:) S = [7, -3 ; -3, 2]. A = [0, 3 ; -3, 0].

   1c) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 9x5 Matrix?

   L:) 5, die kleinere der beiden Dimensionszahlen.

   1d) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [2, 5]' senkrechten Vektor an.

   L:) Vertauschen von x gegen y und 1 Vorzeichen ändern, also [-5, 2]'

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_1 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L:) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 3nx3n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 3 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

L:)
```
n=5
D = zeros(3*n)
for zei = 1:3*n
  for spa = zei:min(zei-n+1,3*n)
```

```
    D(zei,spa) = 3
  end
end
spy(D)
```

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(12/0/0)$, $B(0/9.6/0)$ und $C(0/0/9)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

L:)
```
a = [12 0 0]'
b = [0 9.6 0]'
c = [0 0 9]'
ab = b-a
ac = c-a
n = cross(ab,ac)
en = n/sqrt(n'*n)
% Test ob a,b,c alle in derselben Ebene
dista = en'*a
distb = en'*b
distc = en'*c
```

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (4/0)$, $B = (4/6)$, $C = (1/3)$ um -90^o (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

L:)
```
ay = [4 0 1]'
by = [4 6 1]'
cy = [1 3 1]'
P0 = [ay by cy ay]
T1 = [1 0 -4 ; 0 1 -6; 0 0 1]
T2 = [0 1 0 ; -1 0 0; 0 0 1]
T3 = [1 0 4 ; 0 1 6; 0 0 1]
P1 = T1*P0
P2 = T2*P1
% transformierte Punkte
P3 = T3*P2
% Gesamt Transformationsmatrix
TT = T3*T2*T1
% Transformierte Punkte mit TT
P3b = TT*P0
```

```
% Plot  Urbild schwarz, Schlussbild rot
plothclin(P0,'k')
stdhcaxis
hold on
plothclin(P1,'b')
plothclin(P2,'g')
plothclin(P3,'r')
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche durch die Punkte (0/0/3) und (10/0/3) gehen und dazwischen 5 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L:)
```
w = (0:0.01:5)*2*pi
x = w*2/(2*pi)  % W*Ganghoehe/(2*pi)
z = 3*cos(w)
yr = 3*sin(w)
yl = -3*sin(w)
plot3(x,yr,z,'r')
hold on
plot3(x,yl,z,'k')
% Achsenkreuz
plot3([0 0], [0 10], [0 0],'g')
plot3([0 5], [0 0], [0 0],'g')
plot3([0 0], [0 0], [0 5],'g')
axis([-5 5 0 10 -5 5])
axis square
% Kreuzungspunkte zwischen links und rechtsdrehender Helix
wm = (0:0.5:5)*2*pi
ym = wm*2/(2*pi)
zm = 3*cos(wm)
xm = 3*sin(wm)
plot3(xm,ym,zm,'bo')
```

7.2.9 SS 05 – Lösung zur Prüfung 1, B, 29. Juni 2005

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer Rechts-Dreiecksmatrix durch Transponieren?

   1b) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [-3, 4]' senkrechten Vektor an.

   L:) Vertauschen von x gegen y und 1 Vorzeichen ändern, also [4, 3]'

   1c) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [0, -5 ; 3, 7].

   L:) S = [0, -1 ; -1, 7], A = [0, -4 ; 4, 0].

   1d) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 3x4 Matrix?

   L:) 3, die kleinere der beiden Dimensionszahlen.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ d_3 & d_4 & 0 & 0 \\ c_3 & c_4 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L:) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 4nx4n untere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 3 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und links davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

L:)
```
n=5
D = zeros(4*n)
for zei = 1:4*n
  for spa = max(1,zei-n+1):zei
    D(zei,spa) = 3
  end
```

```
end
spy(D)
```

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(6/0/0)$, $B(0/4.5/0)$ und $C(0/0/4.8)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

L:)
```
a = [6 0 0]'
b = [0 4.5 0]'
c = [0 0  4.8]'
ab = b-a
ac = c-a
n = cross(ab,ac)
en = n/sqrt(n'*n)
% Test ob a,b,c alle in derselben Ebene
dista = en'*a
distb = en'*b
distc = en'*c
```

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (8/0)$, $B = (8/4)$, $C = (6/2)$ um 90^o (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

L:)
```
ay = [8 0 1]'
by = [8 4 1]'
cy = [6 2 1]'
P0 = [ay by cy ay]
T1 = [1 0 -8 ; 0 1 -4; 0 0 1]
T2 = [0 -1 0 ; 1 0 0; 0 0 1]
T3 = [1 0 8 ; 0 1 4; 0 0 1]
P1 = T1*P0
P2 = T2*P1
% transformierte Punkte
P3 = T3*P2
% Gesamt Transformationsmatrix
TT = T3*T2*T1
% Transformierte Punkte mit TT
P3b = TT*P0
% Plot  Urbild schwarz, Schlussbild rot
plothclin(P0,'k')
```

```
stdhcaxis
hold on
plothclin(P1,'b')
plothclin(P2,'g')
plothclin(P3,'r')
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/5) und (0/8/5) gehen und dazwischen 4 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L:)
```
w = (0:0.01:4)*2*pi
y = w*2/(2*pi)  % W*Ganghoehe/(2*pi)
z = 5*cos(w)
xr = 5*sin(w)
xl = -5*sin(w)
plot3(xr,y,z,'r')
hold on
plot3(xl,y,z,'k')
% Achsenkreuz
plot3([0 0], [0 10], [0 0],'g')
plot3([0 5], [0 0], [0 0],'g')
plot3([0 0], [0 0], [0 5],'g')
axis([-6 6 0 12 -6 6])
axis square
% Kreuzungspunkte zwischen links und rechtsdrehender Helix
wm = (0:0.5:4)*2*pi
ym = wm*2/(2*pi)
zm = 5*cos(wm)
xm = 5*sin(wm)
plot3(xm,ym,zm,'bo')
```

7.2.10 SS 05 – Lösung zur Prüfung 1, Y, 29. Juni 2005

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 29. Juni 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Typ Matrix entsteht aus einer antisymmetrischen Matrix durch Transponieren?

   1b) Geben Sie in der Ebene einen zum Vektor [1, 4]' senkrechten Vektor an.

   L:) Vertauschen von x gegen y und 1 Vorzeichen ändern, also [4, -1]'

   1c) Welches ist der maximal mögliche Rang einer 4x6 Matrix?

   L:) 4, die kleinere der beiden Dimensionszahlen.

   1d) Geben Sie eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A an, so dass gilt: S+A = [9, -2 ; 0, -5].

   L:) S = [9, -1 ; -1, -5]. A = [0, -1 ; 1, 0].

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & d_1 & d_2 \\ 0 & 0 & c_1 & c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L:) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das eine 4nx4n obere Dreiecksmatrix mit Bandstruktur der Bandbreite n mit den Werten 6 füllt. Mit der Bandstruktur ist gemeint, dass auf der Diagonalen und rechts davon bis zu n nebeneinander liegende Werte verschieden von Null sind (natürlich höchstens bis zum Rand). Das umfasst n-1 Nebendiagonalen und die Diagonale selbst.

L:)
```
n=5
D = zeros(4*n)
for zei = 1:4*n
  for spa = zei:min(zei-n+1,4*n)
    D(zei,spa) = 6
  end
```

```
end
spy(D)
```

4) Bestimmen Sie eine Ebene E durch die Punkte $A(4.8/0/0)$, $B(0/6/0)$ und $C(0/0/4.5)$ und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichung der zu E parallelen Ebene F an, welche die Punktspiegelung von E am Koordinatenursprung ist.

L:)
```
a = [4.8 0 0]'
b = [0  6 0]'
c = [0 0 4.5]'
ab = b-a
ac = c-a
n = cross(ab,ac)
en = n/sqrt(n'*n)
% Test ob a,b,c alle in derselben Ebene
dista = en'*a
distb = en'*b
distc = en'*c
```

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Dreieck ABC mit den Ecken $A = (4/0)$, $B = (4/4)$, $C = (2/2)$ um 90^o (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten A'B'C'.

L:)
```
ay = [4 0 1]'
by = [4 4 1]'
cy = [2 2 1]'
P0 = [ay by cy ay]
T1 = [1 0 -4 ; 0 1 -4; 0 0 1]
T2 = [0 -1 0 ; 1 0 0; 0 0 1]
T3 = [1 0 4 ; 0 1 4; 0 0 1]
P1 = T1*P0
P2 = T2*P1
% transformierte Punkte
P3 = T3*P2
% Gesamt Transformationsmatrix
TT = T3*T2*T1
% Transformierte Punkte mit TT
P3b = TT*P0
% Plot  Urbild schwarz, Schlussbild rot
plothclin(P0,'k')
```

```
stdhcaxis
hold on
plothclin(P1,'b')
plothclin(P2,'g')
plothclin(P3,'r')
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche durch die Punkte (0/0/4) und (0/10/4) gehen und dazwischen 5 Umgänge haben, so, dass die eine rechtsgängig und die andere linksgängig ist. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese zu zeichnen.

L:)
```
w = (0:0.01:5)*2*pi
y = w*2/(2*pi)  % W*Ganghoehe/(2*pi)
z = 4*cos(w)
xr = 4*sin(w)
xl = -4*sin(w)
plot3(xr,y,z,'r')
hold on
plot3(xl,y,z,'k')
% Achsenkreuz
plot3([0 0], [0 10], [0 0],'g')
plot3([0 5], [0 0], [0 0],'g')
plot3([0 0], [0 0], [0 5],'g')
axis([-5 5 0 10 -5 5])
axis square
% Kreuzungspunkte zwischen links und rechtsdrehender Helix
wm = (0:0.5:5)*2*pi
ym = wm*2/(2*pi)
zm = 4*cos(wm)
xm = 4*sin(wm)
plot3(xm,ym,zm,'bo')
```

7.2.11 SS 2005 – Prüfung 2, RGBY, 17. Aug. 2005

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.

   1b) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?

   1c) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

   1d) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(9/0), und B=(0/12). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 3 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 6, 12 und 5 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die “L” -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.4 \cdot x$ spiegeln.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z, u) = \sqrt{x \cdot y} \cdot (z^2 \cdot y^3/u + u/y^3 + x^2/u)$.

7.2.12 SS 2005 – Prüfung 2, G, 17. Aug. 2005

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.
   - 1a) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?
   - 1b) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.
   - 1c) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.
   - 1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(8/0), und B=(0/6). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 3 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A$$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 4, 8 und 3 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.3 \cdot x$ spiegeln.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z, u) = \sqrt{y \cdot z} \cdot (y^2 \cdot z^3/x + u/y^3 + x^2/u)$.

7.2.13 SS 2005 – Prüfung 2, B, 17. Aug. 2005

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?

   1b) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.

   1c) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.

   1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(9/0), und B=(0/12). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 2 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 9, 12 und 8 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.2 \cdot x$ spiegeln.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z, u) = \sqrt{z \cdot u} \cdot (u^2 \cdot y^3/x + z/y^3 + z^2/u)$.

7.2.14 SS 2005 – Prüfung 2, Y, 17. Aug. 2005

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.

   1b) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?

   1c) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

   1d) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(6/0), und B=(0/8). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 2 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A$$

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 8, 6 und 3 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.25 \cdot x$ spiegeln.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z, u) = \sqrt{y \cdot z} \cdot (z^2 \cdot x^3/u + u/y^3 + x^2/y)$.

7.2.15 SS 2005 – Lösungen zur Prüfung 2, RGBY, 17. Aug. 2005

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.

   L: Normalengleichungen und Fehlergleichungen

   1b) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?

   L: $n^2 - n - 2(n-1) \;=\; n^2 - 3 \cdot n + 2$ Matrix minus Diagonale minus zwei Nebendiagonalen.

   1c) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

   L: `axis([-d d -d d -d d]);   axis square`

   1d) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.

   L: `real(), imag(), abs(), angle()`

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(9/0), und B=(0/12). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 3 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

L:
```
C=[0 0 0]'; A=[9 0 0]'; B=[0 12 0]'; S=(A+B)/2+[0 0 3]';
na=cross(A-C,S-C); nb=cross(S-C,B-C); coswi = na'*nb/norm(na)/norm(nb);
wi = acos(coswi)*180/pi ,na ,nb  % wi = 41.9088 Grad
% na = [0 -27 54]' , nb = [-36 0 54]'
```

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$$

L:
```
A=[11 12 13 14; 21 22 23 24; 31 32 33 34; 41 42 43 44];
idar=[4 3 1 2]; Atr = A;
for k=1:4;
  Atr(k,:)=A(idar(k),:);
end;
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 6, 12 und 5 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

L:
```
A=[0 0 0]'; B=[6 0 0]'; C=[6 12 0]'; D=[0 12 0]';
E=[0 0 5]'; F=[6 0 5]'; G=[6 12 5]'; H=[0 12 5]';
na=cross(H-C,F-C); ne=na/norm(na)
ne'*F, ne'*C, ne'*H, ne'*G
%  ne = [0.6097 0.3049 0.7317]'
%  Ebenen: ne'*OP - 7.3165 = 0 ; ne'*OP=0 ;  ne'*OP - 10.9748 = 0 ;
```

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.4 \cdot x$ spiegeln.

L:
```
Lur = [4 4 5; 2 0 0; 1 1 1]; w = atan(0.4);
Mr1 = [cos(-w) -sin(-w) 0; sin(-w) cos(-w) 0; 0 0 1]
Mirr = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Mr2 = [cos(w) -sin(w) 0; sin(w) cos(w) 0; 0 0 1]
Mt = Mr2*Mirr*Mr1 , Lb = Mt*Lur
plot(Lur(1,:),Lur(2,:)); hold on; plot(Lb(1,:),Lb(2,:),'r')
axis([-1 9 -1 9]); axis square;  plot([0 10],[0 4]); hold off
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z, u) = \sqrt{x \cdot y} \cdot (z^2 \cdot y^3/u + u/y^3 + x^2/u)$.

L:

$$\begin{aligned}\Delta F \quad = \quad & 1/2 \left(\tfrac{z^2y^3}{u} + \tfrac{u}{y^3} + \tfrac{x^2}{u}\right) y \tfrac{1}{\sqrt{xy}} + 2\,\tfrac{\sqrt{xy}x}{u} \cdot \Delta x \; + \\ & 1/2 \left(\tfrac{z^2y^3}{u} + \tfrac{u}{y^3} + \tfrac{x^2}{u}\right) x \tfrac{1}{\sqrt{xy}} + \sqrt{xy}\left(3\,\tfrac{z^2y^2}{u} - 3\,\tfrac{u}{y^4}\right) \cdot \Delta y \; + \\ & 2\,\tfrac{\sqrt{xy}zy^3}{u} \cdot \Delta z \; + \\ & \sqrt{xy}\left(-\tfrac{z^2y^3}{u^2} + y^{-3} - \tfrac{x^2}{u^2}\right) \cdot \Delta u\end{aligned}$$

7.2.16 SS 2005 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 17. Aug. 2005

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?

L: $n^2 - n - 2(n-1) \;=\; n^2 - 3 \cdot n + 2$ Matrix minus Diagonale minus zwei Nebendiagonalen.

1b) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.

L: Normalengleichungen und Fehlergleichungen

1c) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.

L: `real(), imag(), abs(), angle()`

1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

L: `axis([-d d -d d -d d]);   axis square`

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(8/0), und B=(0/6). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 3 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

L:
```
C=[0 0 0]'; A=[8 0 0]'; B=[0 6 0]'; S=(A+B)/2+[0 0 3]';
na=cross(A-C,S-C); nb=cross(S-C,B-C); coswi = na'*nb/norm(na)/norm(nb);
wi = acos(coswi)*180/pi ,na ,nb  % wi = 55.5501 Grad
% na = [0 -24 24]' , nb = [-18 0 24]'
```

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A$$

L:
```
A=[11 12 13 14; 21 22 23 24; 31 32 33 34; 41 42 43 44];
idar=[2 1 3 4]; Atr = A;
for k=1:4;
  Atr(k,:)=A(idar(k),:);
end; Atr
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 4, 8 und 3 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

L:
```
A=[0 0 0]'; B=[4 0 0]'; C=[4  8 0]'; D=[0  8 0]';
E=[0 0 3]'; F=[4 0 3]'; G=[4  8 3]'; H=[0  8 3]';
na=cross(H-C,F-C); ne=na/norm(na)
ne'*F, ne'*C, ne'*H, ne'*G
%  ne = [0.5747 0.2873 0.7663]'
%  Ebenen: ne'*OP - 4.5976 = 0 ; ne'*OP = 0 ;  ne'*OP - 6.8963 = 0 ;
```

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.3 \cdot x$ spiegeln.

L:
```
Lur = [4 4 5; 2 0 0; 1 1 1]; w = atan(0.3);
Mr1 = [cos(-w) -sin(-w) 0; sin(-w) cos(-w) 0; 0 0 1]
Mirr = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Mr2 = [cos(w) -sin(w) 0; sin(w) cos(w) 0; 0 0 1]
Mt = Mr2*Mirr*Mr1 , Lb = Mt*Lur
plot(Lur(1,:),Lur(2,:)); hold on; plot(Lb(1,:),Lb(2,:),'r')
axis([-1 9 -1 9]); axis square;  plot([0 10],[0 3]); hold off
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x,y,z,u) = \sqrt{y \cdot z} \cdot (y^2 \cdot z^3/x + u/y^3 + x^2/u)$.

L:

$$\begin{aligned}
\Delta F \;=\; & \sqrt{yz}\left(-\tfrac{y^2z^3}{x^2} + 2\,\tfrac{x}{u}\right)\cdot \Delta x \;+ \\
& 1/2\,\left(\tfrac{y^2z^3}{x} + \tfrac{u}{y^3} + \tfrac{x^2}{u}\right) z\,\tfrac{1}{\sqrt{yz}} + \sqrt{yz}\left(2\,\tfrac{yz^3}{x} - 3\,\tfrac{u}{y^4}\right)\cdot \Delta y \;+ \\
& 1/2\,\left(\tfrac{y^2z^3}{x} + \tfrac{u}{y^3} + \tfrac{x^2}{u}\right) y\,\tfrac{1}{\sqrt{yz}} + 3\,\tfrac{\sqrt{yz}y^2z^2}{x}\cdot \Delta z \;+ \\
& \sqrt{yz}\left(y^{-3} - \tfrac{x^2}{u^2}\right)\cdot \Delta u
\end{aligned}$$

7.2.17 SS 2005 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 17. Aug. 2005

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?

L: $n^2 - n - 2(n-1) \;=\; n^2 - 3 \cdot n + 2$ Matrix minus Diagonale minus zwei Nebendiagonalen.

1b) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.

L: Normalengleichungen und Fehlergleichungen

1c) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.

L: `real(), imag(), abs(), angle()`

1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

L: `axis([-d d -d d -d d]);   axis square`

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(9/0), und B=(0/12). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 2 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

L:
```
C=[0 0 0]'; A=[9 0 0]'; B=[0 12 0]'; S=(A+B)/2+[0 0 2]';
na=cross(A-C,S-C); nb=cross(S-C,B-C); coswi = na'*nb/norm(na)/norm(nb);
wi = acos(coswi)*180/pi ,na ,nb  % wi = 29.8976 Grad
% na = [0 -18 54]' , nb = [-24 0 54]'
```

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot A$$

L:
```
A=[11 12 13 14; 21 22 23 24; 31 32 33 34; 41 42 43 44];
idar=[4 2 3 1]; Atr = A;
for k=1:4;
  Atr(k,:)=A(idar(k),:);
end; Atr
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 9, 12 und 8 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

L:
```
A=[0 0 0]'; B=[9 0 0]'; C=[9 12 0]'; D=[0 12 0]';
E=[0 0 8]'; F=[9 0 8]'; G=[9 12 8]'; H=[0 12 8]';
na=cross(H-C,F-C); ne=na/norm(na)
ne'*F, ne'*C, ne'*H, ne'*G
%  ne = [0.5946 0.4460 0.6690]'
%  Ebenen: ne'*OP - 10.7034 = 0 ; ne'*OP=0 ;  ne'*OP - 16.0552 = 0 ;
```

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.2 \cdot x$ spiegeln.

L:
```
Lur = [4 4 5; 2 0 0; 1 1 1]; w = atan(0.2);
Mr1 = [cos(-w) -sin(-w) 0; sin(-w) cos(-w) 0; 0 0 1]
Mirr = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Mr2 = [cos(w) -sin(w) 0; sin(w) cos(w) 0; 0 0 1]
Mt = Mr2*Mirr*Mr1 , Lb = Mt*Lur
plot(Lur(1,:),Lur(2,:)); hold on; plot(Lb(1,:),Lb(2,:),'r')
axis([-1 9 -1 9]); axis square;  plot([0 10],[0 2]); hold off
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x,y,z,u) = \sqrt{z \cdot u} \cdot (u^2 \cdot y^3/x + z/y^3 + z^2/u)$.

L:

$$\begin{aligned}\Delta F \;=\; & -\tfrac{\sqrt{zu}u^2y^3}{x^2} \cdot \Delta x \;+ \\ & \sqrt{zu}\left(3\,\tfrac{u^2y^2}{x} - 3\,\tfrac{z}{y^4}\right) \cdot \Delta y \;+ \\ & 1/2\,\left(\tfrac{u^2y^3}{x} + \tfrac{z}{y^3} + \tfrac{z^2}{u}\right) u \tfrac{1}{\sqrt{zu}} + \sqrt{zu}\left(y^{-3} + 2\,\tfrac{z}{u}\right) \cdot \Delta z \;+ \\ & 1/2\,\left(\tfrac{u^2y^3}{x} + \tfrac{z}{y^3} + \tfrac{z^2}{u}\right) z \tfrac{1}{\sqrt{zu}} + \sqrt{zu}\left(2\,\tfrac{uy^3}{x} - \tfrac{z^2}{u^2}\right) \cdot \Delta u\end{aligned}$$

7.2.18 SS 2005 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 17. Aug. 2005

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 17. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie vier MATLAB Standardfunktionen an, welche einen komplexen Eingabewert und einen reellen Ausgabewert haben.

L: `real(), imag(), abs(), angle()`

1b) Wieviele Nullen hat eine nxn Tridiagonalmatrix mindestens?

L: $n^2 - n - 2(n-1) \;=\; n^2 - 3 \cdot n + 2$ Matrix minus Diagonale minus zwei Nebendiagonalen.

1c) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um dem mit plot3 zu zeichnenden Bereich eine Würfel-Form vorzuschreiben?

L: `axis([-d d -d d -d d]);   axis square`

1d) Wie nennt man die beiden wichtigsten Gleichungs-Ansätze, welche für das Lösen von Fit-Problemen angewendet werden.

L: Normalengleichungen und Fehlergleichungen

2) Ein Windschutzzelt hat einen Grundriss in der Form eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Bodenpukte der Verspannung sind C=(0/0), A=(6/0), und B=(0/8). In der Mitte der Hypothenuse ist ein 2 Meter hoher vertikaler Stützpfosten zum Punkt S. Berechnen Sie den Winkel zwischen den zwei Dreiecksflächen CAS und CBS.

L:
```
C=[0 0 0]'; A=[6 0 0]'; B=[0 8 0]'; S=(A+B)/2+[0 0 2]';
na=cross(A-C,S-C); nb=cross(S-C,B-C); coswi = na'*nb/norm(na)/norm(nb);
wi = acos(coswi)*180/pi ,na ,nb  % wi = 41.9088 Grad
% na = [0 -12 24]' , nb = [-16 0 24]'
```

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das dieselbe Wirkung hat, wie die Multiplikation von links mit der unten angegebenen Matrix. Das Skript soll also eine beliebige 4x4 Matrix A in eine entsprechende Matrix $\widetilde{A}$ umforman.

$$\widetilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot A$$

L:
```
A=[11 12 13 14; 21 22 23 24; 31 32 33 34; 41 42 43 44];
idar=[1 3 2 4]; Atr = A;
for k=1:4;
  Atr(k,:)=A(idar(k),:);
end; Atr
```

4) Ein (rechtwinkliger) Quader hat die Seitenlängen 8, 6 und 3 in x,y und z-Richtung. Die Ecken werden in der unteren Ebene im Gegenuhrzeigersinn mit ABCD bezeichet und korrespondierend in der oberen mit EFGH. A sei im Nullpunkt. Bestimmen Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform für die Ebene durch die drei Punkte F,C,H, sowie der Ebenen die dazu parallel sind und durch A und durch G gehen.

L:
```
A=[0 0 0]'; B=[8 0 0]'; C=[8  6 0]'; D=[0  6 0]';
E=[0 0 3]'; F=[8 0 3]'; G=[8  6 3]'; H=[0  6 3]';
na=cross(H-C,F-C); ne=na/norm(na)
ne'*F, ne'*C, ne'*H, ne'*G
%  ne = [0.3180 0.4240 0.8480]'
%  Ebenen: ne'*OP - 5.0880 = 0 ; ne'*OP = 0 ;  ne'*OP - 7.6320 = 0 ;
```

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L" -Figur (4/2) (4/0) (5/0) an der Geraden $y = 0.25 \cdot x$ spiegeln.

L:
```
Lur = [4 4 5; 2 0 0; 1 1 1]; w = atan(0.25);
Mr1 = [cos(-w) -sin(-w) 0; sin(-w) cos(-w) 0; 0 0 1]
Mirr = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Mr2 = [cos(w) -sin(w) 0; sin(w) cos(w) 0; 0 0 1]
Mt = Mr2*Mirr*Mr1 , Lb = Mt*Lur
plot(Lur(1,:),Lur(2,:)); hold on; plot(Lb(1,:),Lb(2,:),'r')
axis([-1 9 -1 9]); axis square;  plot([0 10],[0 2.5]); hold off
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion $F(x, y, z, u) = \sqrt{y \cdot z} \cdot (z^2 \cdot x^3/u + u/y^3 + x^2/y)$.

L:

$$\begin{aligned}
\Delta F \;=\; & \sqrt{yz}\left(3\,\frac{z^2x^2}{u} + 2\,\frac{x}{y}\right)\cdot\Delta x \;+ \\
& 1/2\,\left(\frac{z^2x^3}{u} + \frac{u}{y^3} + \frac{x^2}{y}\right) z\frac{1}{\sqrt{yz}} + \sqrt{yz}\left(-3\,\frac{u}{y^4} - \frac{x^2}{y^2}\right)\cdot\Delta y \;+ \\
& 1/2\,\left(\frac{z^2x^3}{u} + \frac{u}{y^3} + \frac{x^2}{y}\right) y\frac{1}{\sqrt{yz}} + 2\,\frac{\sqrt{yz}zx^3}{u}\cdot\Delta z \;+ \\
& \sqrt{yz}\left(-\frac{z^2x^3}{u^2} + y^{-3}\right)\cdot\Delta u
\end{aligned}$$

7.2.19 SS 2005 – Nachprüfung 24. August 2005

N **Ingenieurmathematik Nachprüfung** 24. August 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man den Matrizen-Typ, bei welchem die Bedingung $A^T = -A$ erfüllt ist!

   1b) Wie nennt man die weiteren Lösungsschritte , wenn zu einer Matrix eine L und eine R Matrix aus der LR-Zerlegung vorhanden ist, und ein neuer Vektor der rechten Seiten b vorliegt?

   1c) Welche Bedingungen müssen an einem Punkt bei einer Funktion von mehreren Variablen erfüllt sein, damit dieser für ein lokales Maximum/Minimum in Frage kommt?

   1d) Wie lautet der MATLAB plot() Befehl, um bei der Darstellung der durch die Vektoren x und y gegebenen Funktion sowohl eine schwarze durchgezogene Linie als auch Kreise zur Markierung der Punkte zu erhalten?

2) Gegeben ist der Tetraeder ABCD durch $A(0/0/0)$, $B(12/9/0)$, $C(6/12/0)$, $D(6/6/9)$. Bestimmen sie die Ebene E durch die drei Schwerpunkte der Dreiecke ABC, ABD, ACD. und geben Sie deren Gleichung in der Hesse'schen Normalform an. Geben Sie zusätzlich die Gleichungen der zwei zu E parallelen Ebenen F und G an. Dabei soll F durch den Koordinatenursprung gehen und G soll durch den Schwerpunkt des Dreiecks BCD gehen.

3) Schreiben Sie ein Matlab-Skript mit einer Doppelschleife, das eine gegebene quadratische Matrix M elementweise (es werden immer Paare von Elementen verarbeitet) analysiert und dabei eine symmetrische Matrix S und eine antisymmetrische Matrix A aufbaut, so dass gilt A+S = M!

4) Geben Sie die (vektorwertige) Gradient-Funktion zur folgenden Funktion von zwei Variablen an:
   $F(x, y) = 1/\sqrt{(x^5 + y^4 + x \cdot y)}$

5) Suchen Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche die "L"-Figur mit den Ecken $A = (5/2)$, $B = (5/0)$, $C = (6/0)$ an der schiefstehenden Achse $y = x - 2$ spiegelt. Geben Sie auch die transformierten (bzw. gespiegelten) Koordinaten des "L" an!

6) Wählen Sie von den 2 Lösungen einer archimedischen Spirale durch die 2 Punkte $P(0/-1)$ und $Q(0/2)$ diejenige aus, welche sich im Uhrzeigersinn öffnet, und geben Sie ein Matlab-Skript an, das diese Figur zwischen den Radien-Werten 0 und 5 zeichnet.

8 Schuljahr 2005/06

8.1 Wintersemester 2005/06

8.1.1 WS 05/06 – Prüfung 1, 7. Dez. 2006

Ingenieurmathematik Prüfung A 7. Dez. 2005

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche spezielle Eigenschaft besitzt eine Matrix B, welche aus einer quadratischen Matrix A durch die Operation $B = A + A^T$ gewonnen wird?

   1b) Geben Sie einen Vektor v mit komplexen Zahlen als Elemente an, so dass `plot(v)` ein auf der Spitze stehendes Quadrat zeichnet!

   1c) Wie erreicht man, dass das Polygon, gegeben durch die Vektoren x und y mit plot(x,y,??) in violettroten punktierten Linien mit kreisförmigen Markierungen gezeichnet wird?

   1d) Ist es möglich, zwei Einheitsvektoren $\mathbf{v_1}$ und $\mathbf{v_2}$ zu finden, so dass gilt: Skalarprodukt $\mathbf{v_1} \cdot \mathbf{v_2} = 0$ und gleichzeitig $c_1 \cdot \mathbf{v_1} + c_2 \cdot \mathbf{v_2} = \mathbf{0}$ mit Werten c_1 und c_2 die nicht beide Null sind? Ja oder Nein? geben Sie eine kurze Begründung!

2) Geben Sie alle (komplexen) Lösungen an für die Gleichung $z^4 + 16 \cdot j = 0$

3) Schreiben Sie ein Funktions-Programm in Matlab-Code zum Erstellen einer speziellen unteren Dreicks-Matrix, welche auch rechteckig sein darf. In den von Null verschiedenen Elementen soll die Summe von Spaltenindex und Zeilenindex stehen. Die Dimensionen sollen durch 0, 1 oder 2 Eingabeparameter gewählt werden. Dabei bedeuten: kein Parameter 4x4, 1 Parameter n: nxn quadratisch, 2 Parameter Nzeilen, Nspalten.
   Verwenden Sie dazu die Funktion `varargin` als Parameter und die zugehörigen Abfragen `nargin` und allenfalls `varargin{1}` und `varargin{2}`.

4) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrizen **Pl** und **Pr**, so dass die untenstehende Gleichung für beliebige a_{jk} gilt:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{55} & a_{54} & a_{51} & a_{52} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_{15} & a_{14} & a_{11} & a_{12} \\ 0 & a_{25} & a_{24} & a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \mathbf{Pl} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Pr}$$

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion für den komplexen Spannungsabfall über dem Widerstand von 100 Ohm, wenn mit diesem eine Spule von 0.2 mHy und ein Kondensator von 30 μFarad im Serie geschaltet sind und die am ganzen Kreis anliegende Spannung die Amplitude von 1 Volt hat.

6) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zum Zeichnen (plot3) einer linksgängigen (rot) und einer rechtsgängigen (schwarz) Schraubenlinie mit je 6 Umgängen, mit der y-Achse als Achse der Schraubenlinien, einer Ganghöhe von 2 und dem gemeinsamen Startpunkt (0/0/4)! Markieren Sie die Schnittpunkte der beiden Schraubenlinien mit Kreisen! Diese befinden sich bei den z-Werten $+4$ und -4.

8.1.2 WS 05/06 – Prüfung 2, 1. März 2006

Ingenieurmathematik Prüfung 2

1. März 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie Formel an für denjenigen Anteil eines beliebigen Vektors $\vec{v}$, welcher parallel zu einem vorgegebenen Einheitsvektor $\vec{e_w}$ verläuft!

   1b) Wieviele Nullen muss man der Folge a mit der Länge 15 anhängen und wieviele der Folge b mit der Länge 12, damit man die gewöhnliche Faltung von a mit b via FFT lösen kann?

   1c) Warum schreibt man bei der Fouriertransformation die Gleichstromkomponente als $a_0/2$ statt einfach als a_0?

   1d) Kann man die Zeitfunktion aus dem Powerspektrum rekonstuieren, falls man – (Ja oder nein, und ganz kurze Begründung)
   d1) zusätzlich alle cos-Koeffizienten kennt?
   d2) weiss, dass es sich bei $f(t)$ um eine gerade Funktion handelt?

2) Ein Oktaeder hat die 6 Ecken A(6/0/0), B(0/6/0), C(−6/0/0), D(0/ − 6/0), T(0/0/6), und S(0/0/ − 6). Bestimmen Sie die Gleichungen in Hesse'scher Normalform für die zwei Ebenen F (durch C,D, und den Schwerpunkt des Dreicks ABS) und G (durch A,B, und den Schwerpunkt des Dreicks CDT).

3) Schreiben Sie ein Programm in Matlab-Code, welches zu einer vorgegebenen quadratischen Matrix M im oberen Dreiecks-Teil (inkl. Diagonale) den symmetrischen Anteil von M abspeichert und im unteren Dreiecks-Teil (ohne Diagonale) den antisymmetrischen Teil.

4) Geben Sie die Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten an, für die Transformationen R) und S), sowie die Koordinaten der transformierten Punkte. Es sind jeweils die Gesamt-Transformation und die zugehörigen Teiltransformationen anzugeben.
   Bei R) wird das Quadrat A(5/0), B(10/0) C(10/5) D(5/5) um den Punkt C um den Winkel $+90^o$ gedreht.
   Bei S) wird dasselbe Quadrat am Mittelpunkt der Strecke BC einer Punktspiegelung unterworfen. Zeigen Sie, dass die beiden Bildquadrate übereinander liegen indem Sie die zusammenpassenden Paare von Bildpunkten suchen.

5) Berechnen Sie "von Hand", unter Angabe der zu summierenden Tabelle sowohl die zirkuläre Faltung als auch die gewöhnliche Faltung der Folge [1 0 2 2 3] mit sich selbst.

6) Bestimmen Sie $\vec{grad}(F(x,y))$ für die Funktion $F(x,y) = (\sin(x) + 0.2\sin(3x)) \cdot \sin(y)$, und schreiben Sie ein MATLAB-Skript zum Zeichnen eines Konturplots dieser Funktion im Bereich $x = 0 \ldots \pi$ und $y = 0 \ldots \pi$

8.2 Sommersemester 2006

8.2.1 SS 06 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 28. Juni 2006

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie heisst die MATLAB Funktion zur Berechnung der L-R-Zerlegung und wie lautet ihre Signatur?

   1b) Wieviele Begegnungen gibt es bei einer einfachen Turnier-Runde (keine Hin- und Rückspiele) von n Teilnehmern?

   1c) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [-1\ -1]'$ und $w = [-1\ 1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = -1 - j$ und $z_w = -1 + j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -4 und 8 und die y-Werte zwischen 0 und 12 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_1 & b_5 \\ 0 & 0 & e_2 & e_1 & e_5 \\ 0 & 0 & a_2 & a_1 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 + 4 + 4j = 0$$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(0/12/0)$ und $C(9/6/0)$, $D(3/6/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (8/-6)$, $B = (16/-6)$, $C = (16/2)$, $D = (8/2)$ um -90° (im

Uhrzeigersinnn) um die Ecke D dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche beide im Punkt (0/0/5) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+x$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-x$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe 0.8. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

8.2.2 SS 06 – Prüfung 1, G, 28. Juni 2006

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie heissen die MATLAB Funktionen zur Berechung des grössten gemeinsamen Teilers und zur Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen?

1b) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -7 und 14 und die y-Werte zwischen 0 und 21 variieren?

1c) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [1\ 1]'$ und $w = [-1\ 1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = 1 + j$ und $z_w = -1 + j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

1d) Warum ist die Formel der Kramer'schen Regel für die praktische Lösung von grösseren linearen Gleichungssystemen ungeeignet?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} b_4 & b_2 & b_1 & 0 & 0 \\ e_4 & e_2 & e_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 + 9 + 9j = 0$$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(0/10/0)$ und $C(-9/6/0)$, $D(-3/6/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (-2/6)$, $B = (4/6)$, $C = (4/12)$, $D = (-2/12)$ um $+90^o$ (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche beide im Punkt (0/8/0) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+x$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-x$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe 1.2. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

8.2.3 SS 06 – Prüfung 1, B, 28. Juni 2006

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Warum ist die Formel der Kramer'schen Regel für die praktische Lösung von grösseren linearen Gleichungssystemen ungeeignet?

   1b) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [-1\ 1]'$ und $w = [1\ 1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = -1 + j$ und $z_w = 1 + j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

   1c) Wie heissen die MATLAB Funktionen zur Berechung des grössten gemeinsamen Teilers und zur Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen?

   1d) Wieviele Begegnungen gibt es bei einer einfachen Turnier-Runde (keine Hin- und Rückspiele) von n Teilnehmern?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & e_4 & e_1 & 0 & e_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 & a_1 & 0 & a_5 \\ 0 & b_4 & b_1 & 0 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 - 4 + 4j = 0$$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(12/0/0)$ und $C(6/9/0)$, $D(6/3/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (6/-2)$, $B = (12/-2)$, $C = (12/4)$, $D = (6/4)$ um -90^o (im Uhrzeigersinn) um die Ecke D dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.
   Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche beide im Punkt (4/0/0) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+y$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-y$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe 0.6. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

8.2.4 SS 06 – Prüfung 1, Y, 28. Juni 2006

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Begegnungen gibt es bei einer vollen Turnier-Runde mit Hin- und Rückspielen von n Teilnehmern?

   1b) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [1\ 1]'$ und $w = [1\ \ -1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = 1 + j$ und $z_w = 1 - j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

   1c) Warum ist die Formel der Kramer'schen Regel für die praktische Lösung von grösseren linearen Gleichungssystemen ungeeignet?

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -3 und 3 und die y-Werte zwischen 0 und 6 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_2 & 0 & 0 & c_4 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_2 & 0 & 0 & e_4 & e_1 \\ b_2 & 0 & 0 & b_4 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 + 9 - 9j = 0$$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(12/0/0)$ und $C(6/-9/0)$, $D(6/-3/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (10/-8)$, $B = (20/-8)$, $C = (20/2)$, $D = (10/2)$ um $+90^o$ (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke D dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.

Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche beide im Punkt (0/0/6) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+y$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-y$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe von 1.2. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

8.2.5 SS06 – Lösungen zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 28. Juni 2006

R **Lösungen zur Ingenieurmathematik Prüfung 1** 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie heisst die MATLAB Funktion zur Berechnung der L-R-Zerlegung und wie lautet ihre Signatur?

L) `[L,R,P] = lu(A)`

1b) Wieviele Begegnungen gibt es bei einer einfachen Turnier-Runde (keine Hin- und Rückspiele) von n Teilnehmern?

L) `n*(n-1)/2`

1c) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [-1\ -1]'$ und $w = [-1\ 1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = -1 - j$ und $z_w = -1 + j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

L) `-1*-1 + -1*1 = 0` $z_v \cdot z_w = 2$

1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -4 und 8 und die y-Werte zwischen 0 und 12 variieren?

L) `axis([-4 8 0 12]) ; axis square`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_1 & b_5 \\ 0 & 0 & e_2 & e_1 & e_5 \\ 0 & 0 & a_2 & a_1 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

L)
```
Pl1 = [ 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 1; 1 0 0 0 0 ; 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0];
Pr1 = [ 0 0 0 1 0; 0 0 1 0 0; 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 1]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 + 4 + 4j = 0$$

L) $2\sqrt{2} \cdot \mathrm{e}^{(-\pi \cdot 3/8 + k \cdot \pi)}$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(0/12/0)$ und $C(9/6/0)$, $D(3/6/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

L) `M= [6 6 4]' en = [-0.6 0 0.8]`
Distanzen: A,B: d=0.4 , C: d= -5, D: d=5

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (8/-6)$, $B = (16/-6)$, $C = (16/2)$, $D = (8/2)$ um -90^o (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke D dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L)
```
T1 = [1 0 -8; 0 1 -2;0 0 1];   T2 = [0 1 0; -1 0 0 ; 0 0 1];
T3 =  [1 0 8; 0 1 2;0 0 1]; TT = T3*T2*T1 % =[0 1 6; -1 0 10 ; 0 0 1];
Q = [8 16 16 8 8; -6 -6 2 2 -6; 1 1 1 1 1]; QT = TT*Q;
plot(Q(1,:),Q(2,:)); hold on; plot(QT(1,:),QT(2,:),'r');
axis([-18 18 -18 18]); axis square; hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche beide im Punkt (0/0/5) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+x$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-x$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe 0.8. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

L)
```
w=(0:0.02:5)*2*pi; z= 5*cos(w); y= -5*sin(w); xr= w*0.8/2/pi; xl = -xr;
clf; plot3(xr,y,z); hold on; plot3(xl,y,z,'m'); axis equal; hold off
```

8.2.6 SS 06 – Lösungen zur Prüfung 1, G, 28. Juni 2006

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie heissen die MATLAB Funktionen zur Berechung des grössten gemeinsamen Teilers und zur Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen?

L) `gcd(z1,z2)` , `lcm(z1,z2)`

1b) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -7 und 14 und die y-Werte zwischen 0 und 21 variieren?

L) `axis([-7 14 0 21]) ; axis square`

1c) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [1\ 1]'$ und $w = [-1\ 1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = 1 + j$ und $z_w = -1 + j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

L) `1*-1 + 1*1 = 0` $z_v \cdot z_w = -2$

1d) Warum ist die Formel der Kramer'schen Regel für die praktische Lösung von grösseren linearen Gleichungssystemen ungeeignet?

L) Weil der Aufwand zur Auswertung der Formel enorm stark ansteigt ($n!$), viel viel stärker als z. B. bei der Gauss-Elimination (n^3).

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} b_4 & b_2 & b_1 & 0 & 0 \\ e_4 & e_2 & e_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & a_2 & a_1 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L)
```
Pl2 = [0 1 0 0 0; 0 0 0 0 1; 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0; 1 0 0 0 0]
Pr2 = [0 0 1 0 0; 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 0; 1 0 0 0 0; 0 0 0 0 0]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 + 9 + 9j = 0$$

L) $3\sqrt{2} \cdot \mathrm{e}^{(-\pi \cdot 3/8 + k \cdot \pi)}$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(0/10/0)$ und $C(-9/6/0)$, $D(-3/6/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

L) `M= [-6 6 4]' en = [0.6 0 0.8]`
Distanzen: A,B: d=0.4 , C: d= -5, D: d=5

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (-2/6)$, $B = (4/6)$, $C = (4/12)$, $D = (-2/12)$ um $+90^{o}$ (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke B dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\text{A}}\tilde{\text{B}}\tilde{\text{C}}\tilde{\text{D}}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L)
```
T1 = [1 0 -4; 0 1 -6;0 0 1];   T2 = [0 -1 0; 1 0 0 ; 0 0 1];
T3 =  [1 0 4; 0 1 6;0 0 1]; TT = T3*T2*T1 % =[0 -1 10; 1 0 2 ; 0 0 1];
Q = [-2 4 4 -2 -2; 6 6 12 12  6; 1 1 1 1 1]; QT = TT*Q;
plot(Q(1,:),Q(2,:)); hold on; plot(QT(1,:),QT(2,:),'r');
axis([-15 15 -15 15]); axis square; hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der x-Achse, welche beide im Punkt (0/8/0) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+x$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-x$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe 1.2. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

L)
```
w=(0:0.02:5)*2*pi; y= 8*cos(w); z= 8*sin(w); xr= w*1.2/2/pi; xl = -xr;
clf; plot3(xr,y,z); hold on; plot3(xl,y,z,'m'); axis equal; hold off
```

8.2.7 SS 06 – Lösungen zur Prüfung 1, B, 28. Juni 2006

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Warum ist die Formel der Kramer'schen Regel für die praktische Lösung von grösseren linearen Gleichungssystemen ungeeignet?

L) Weil der Aufwand zur Auswertung der Formel enorm stark ansteigt ($n!$), viel viel stärker als z. B. bei der Gauss-Elimination (n^3).

1b) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [-1\ 1]'$ und $w = [1\ 1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = -1 + j$ und $z_w = 1 + j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

L) `-1*1 + 1*1 = 0` $z_v \cdot z_w = -2$

1c) Wie heissen die MATLAB Funktionen zur Berechung des grössten gemeinsamen Teilers und zur Bestimmung des kleinsten gemeinsamen Vielfachen?

L) `gcd(z1,z2) , lcm(z1,z2)`

1d) Wieviele Begegnungen gibt es bei einer einfachen Turnier-Runde (keine Hin- und Rückspiele) von n Teilnehmern?

L) `n*(n-1)/2`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & e_4 & e_1 & 0 & e_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 & a_1 & 0 & a_5 \\ 0 & b_4 & b_1 & 0 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \ = \ Pl \cdot A \cdot Pr$$

L)
```
Pl3 = [0 0 0 0 1; 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0; 1 0 0 0 0; 0 1 0 0 0]
Pr3 = [0 0 1 0 0; 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 0; 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 1]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 - 4 + 4j = 0$$

L) $2\sqrt{2} \cdot \mathrm{e}^{(-\pi \cdot 1/8 + k \cdot \pi)}$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(12/0/0)$ und $C(6/9/0)$, $D(6/3/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

L) `M= [6 6 4]' en = [ 0 -0.6 0.8]`
Distanzen: A,B: d=0.4 , C: d= -5, D: d=5

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (6/-2)$, $B = (12/-2)$, $C = (12/4)$, $D = (6/4)$ um -90^o (im Uhrzeigersinnn) um die Ecke D dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L)
```
T1 = [1 0 -6; 0 1 -4;0 0 1];   T2 = [0 1 0; -1 0 0 ; 0 0 1];
T3 =  [1 0 6; 0 1 4;0 0 1]; TT = T3*T2*T1 % =[0 1 2; -1 0 10 ; 0 0 1];
Q = [6 12 12 6 6; -2 -2 4 4 -2; 1 1 1 1 1]; QT = TT*Q;
plot(Q(1,:),Q(2,:)); hold on; plot(QT(1,:),QT(2,:),'r');
axis([-15 15 -15 15]); axis square; hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche beide im Punkt (4/0/0) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+y$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-y$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe 0.6. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

L)
```
w=(0:0.02:5)*2*pi; x= 4*cos(w); z= -4*sin(w); yr= w*0.6/2/pi; yl = -yr;
clf; plot3(x,yr,z); hold on; plot3(x,yl,z,'m'); axis equal; hold off
```

8.2.8 SS 06 – Lösungen zur Prüfung 1, Y, 28. Juni 2006

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. Juni 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Begegnungen gibt es bei einer vollen Turnier-Runde mit Hin- und Rückspielen von n Teilnehmern?

L) `n*(n-1)`

1b) Bestimmen Sie die zwei Resultate: Skalarprodukt der Vektoren $v = [1\ 1]'$ und $w = [1\ -1]'$, sowie das Produkt der komplexen Zahlen $z_v = 1 + j$ und $z_w = 1 - j$. Daraus sehen Sie, dass das Skalarprodukt und die komplexe Multiplikation prinzipiell verschieden sind.

L) `1*1 + 1*-1 = 0` $z_v \cdot z_w = 2$

1c) Warum ist die Formel der Kramer'schen Regel für die praktische Lösung von grösseren linearen Gleichungssystemen ungeeignet?

L) Weil der Aufwand zur Auswertung der Formel enorm stark ansteigt ($n!$), viel viel stärker als z. B. bei der Gauss-Elimination (n^3).

1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -3 und 3 und die y-Werte zwischen 0 und 6 variieren?

L) `axis([-3 3 0 6]) ; axis square`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_2 & 0 & 0 & c_4 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_2 & 0 & 0 & e_4 & e_1 \\ b_2 & 0 & 0 & b_4 & b_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L)
```
Pl4 = [0 0 1 0 0; 0 0 0 0 0; 0 0 0 0 1; 0 1 0 0 0; 0 0 0 0 0]
Pr4 = [0 0 0 0 1; 1 0 0 0 0; 0 0 0 0 0; 0 0 0 1 0; 0 0 0 0 0 ]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^2 + 9 - 9j = 0$$

L) $3\sqrt{2} \cdot \mathrm{e}^{(\pi \cdot 3/8 + k \cdot \pi)}$

4) Gegeben ist der (nicht reguläre) Tetraeder ABCD durch die Punkte $A(0/0/0)$, $B(12/0/0)$ und $C(6/-9/0)$, $D(6/-3/8)$. Geben Sie die Gleichung in der Hesse'schen Normalform an für die mittelsenkrechte Ebene zur Strecke CD. Berechnen Sie zusätzlich die Abstände aller Tetraeder-Ecken von dieser Ebene.

L) `M= [6 -6 4]' en = [0 0.6 0.8]`
Distanzen: A,B: d=0.4 , C: d= -5, D: d=5

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A=(10/-8)$, $B=(20/-8)$, $C=(20/2)$, $D=(10/2)$ um $+90^o$ (im Gegenuhrzeigersinnn) um die Ecke D dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L)
```
T1 = [1 0 -10; 0 1 -2;0 0 1];   T2 = [0 -1 0; 1 0 0 ; 0 0 1];
T3 =  [1 0 10; 0 1 2;0 0 1]; TT = T3*T2*T1 % =[0 -1 12; 1 0 -8 ; 0 0 1];
Q = [10 20 20 10 10; -8 -8 2 2 -8; 1 1 1 1 1]; QT = TT*Q;
plot(Q(1,:),Q(2,:)); hold on; plot(QT(1,:),QT(2,:),'r');
axis([-22 22 -22 22]); axis square; hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien mit Achse auf der y-Achse, welche beide im Punkt (0/0/6) starten, wobei die rechtsdrehende Schraubenlinie 5 Umgänge in die $+y$ Richtung hat, und die linksdrehende ebensoviele in die $-y$ Richtung aufweist, beide mit einer Ganghöhe von 1.2. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, um diese in derselben Grafik zu zeichnen.

L)
```
w=(0:0.02:5)*2*pi; z= 6*cos(w); x= 6*sin(w); yr= w*1.2/2/pi; yl = -yr;
clf; plot3(x,yr,z); hold on; plot3(x,yl,z,'m'); axis equal; hold off
```

8.2.9 SS 06 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 16. Aug. 2006

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her $(P \cdot A)$ die erste und die letzte Zeile von A miteinander vertauscht!

   1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[1 0 ; 0 -1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

   1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit rot.

   1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 6 Umgängen, Radius = 2 cm und Ganghöhe = 0.5 cm und Start beim Punkt (0/0/2) und der x-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `fliplr()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Spalten von links nach rechts und von rechts nach links an der mittleren Spalte (ungerade Spaltenzahl) bzw. an einer vertikalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Spaltenzahl) gespiegelt wurden.

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(2/0/0) B(4/0/0) C(4/2/0) D(2/2/0) E(2/0/2) F(4/0/2) G(4/2/2) H(2/2/2) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
   I) durch BDE und
   II) durch CDEF in der Hesse'schen Normalform gesucht
   Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(4/0) B(8/0) C(8/4) D(4/4)
   Ia) an der Geraden durch BC spiegeln

Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180°dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{1/x + y^3} \cdot tan(z/u)$$

8.2.10 SS 06 – Prüfung 2, G, 16. Aug. 2006

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her $(P \cdot A)$ die erste und die dritte Zeile von A miteinander vertauscht!

   1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[-1 0 ; 0 -1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

   1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit grün.

   1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 5 Umgängen, Radius = 5 cm und Ganghöhe = 0.8 cm und Start beim Punkt (0/0/5) und der x-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `flipud()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Zeilen von oben nach unten und von unten nach oben an der mittleren Zeile (ungerade Zeilenzahl) bzw. an einer horizontalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Zeilenzahl) gespiegelt wurden.

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(2/0/0) B(4/0/0) C(4/2/0) D(2/2/0) E(2/0/2) F(4/0/2) G(4/2/2) H(2/2/2) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
   I) durch BDE und
   II) durch BCFH in der Hesse'schen Normalform gesucht
   Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(0/6) B(3/6) C(3/9) D(3/8)
   Ia) an der Geraden durch BC spiegeln

Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180°dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{x^3 + y + 1/z^2} \cdot \frac{\sin(u)}{\cos(u)}$$

8.2.11 SS 06 – Prüfung 2, B, 16. Aug. 2006

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her $(P \cdot A)$ die zweite und die letzte Zeile von A miteinander vertauscht!

   1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[-1 0 ; 0 1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

   1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit blau.

   1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 8 Umgängen, Radius = 4 cm und Ganghöhe = 0.5 cm und Start beim Punkt (0/0/4) und der y-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `flipud()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Zeilen von oben nach unten und von unten nach oben an der mittleren Zeile (ungerade Zeilenzahl) bzw. an einer horizontalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Zeilenzahl) gespiegelt wurden.

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(5/0/0) B(10/0/0) C(10/5/0) D(5/5/0) E(5/0/5) F(10/0/5) G(10/5/5) H(5/5/5) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
   I) durch BDE und
   II) durch BCFH in der Hesse'schen Normalform gesucht
   Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(6/0) B(9/0) C(9/3) D(6/3)

Ia) an der Geraden durch BC spiegeln
Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180 °dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{x^2 + y^3 + 1/z} \cdot tan(u)$$

8.2.12 SS 06 – Prüfung 2, Y, 16. Aug. 2006

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her (P · A) die zweite und die dritte Zeile von A miteinander vertauscht!

   1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[-1 0 ; 0 -1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

   1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit gelb.

   1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 8 Umgängen, Radius = 3 cm und Ganghöhe = 0.4 cm und Start beim Punkt (0/0/3) und der y-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `fliplr()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Spalten von links nach rechts und von rechts nach links an der mittleren Spalte (ungerade Spaltenzahl) bzw. an einer vertikalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Spaltenzahl) gespiegelt wurden.

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(5/0/0) B(10/0/0) C(10/5/0) D(5/5/0) E(5/0/5) F(10/0/5) G(10/5/5) H(5/5/5) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
   I) durch BDE und
   II) durch BCFH in der Hesse'schen Normalform gesucht
   Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(0/4) B(4/4) C(4/8) D(0/8)

Ia) an der Geraden durch BC spiegeln
Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180 °dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{y + 1/z + u^2} \cdot \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

8.2.13 SS 06 – Lösungen zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 16. Aug. 2006

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her $(P \cdot A)$ die erste und die letzte Zeile von A miteinander vertauscht!

L:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[1 0 ; 0 -1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

L: Ebenfalls `[1 0 ; 0 -1]` , zweimal an x-Achse spiegeln ergibt wieder Urbild, also Identität.

1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit rot.

L: r y g c b m

1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

L: `delete(plhd)`

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 6 Umgängen, Radius = 2 cm und Ganghöhe = 0.5 cm und Start beim Punkt (0/0/2) und der x-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

L:
```
t=(0:0.01:6)*2*pi; to=(0:1:6)*2*pi; tu=(0.5:1:5.5)*2*pi;
h=0.5; R=2; x=t*h/2/pi; z=R*cos(t); y=R*sin(t);
plot3(x,y,z,'k'); hold on; axis equal; plot3(x,-y,z,'r');
plot3(to*h/2/pi,R*sin(to),R*cos(to),'+');
plot3(tu*h/2/pi,R*sin(tu),R*cos(tu),'o'); hold off;
```

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `fliplr()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Spalten von links nach rechts und von rechts nach links an der mittleren Spalte (ungerade Spaltenzahl) bzw. an einer vertikalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Spaltenzahl) gespiegelt wurden.

L:
```
function B = myfliplr(A)
[nzei,nspa]= size(A); B=A;
for spa = 1:nspa;
  B(:,spa) = A(:,nspa+1-spa);
end
```

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(2/0/0) B(4/0/0) C(4/2/0) D(2/2/0) E(2/0/2) F(4/0/2) G(4/2/2) H(2/2/2) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
I) durch BDE und
II) durch CDEF in der Hesse'schen Normalform gesucht
Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

L:
```
A=[2 0 0]'; B=[4 0 0]'; C=[4 2 0]'; D=[2 2 0]'; E=[2 0 2]'; F=[4 0 2]';
n1 = cross(D-B,E-B), ne1 = n1/norm(n1), d = ne1'*B, ne1'*A
%ne1 =[0.5774 0.5774 0.5774]', ne1'*OP - 2.3094=0,  ne1'*OP - 1.1547=0
n2 = cross(E-C,F-C), ne2 = n2/norm(n2), d = ne2'*C, ne2'*A
%ne1 =[0 0.7071 0.7071]', ne1'*OP - 1.4142=0,  ne2'*OP -0 =0
```

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(4/0) B(8/0) C(8/4) D(4/4)
Ia) an der Geraden durch BC spiegeln
Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180°dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

L:
```
Qur=[4 8 8 4 4; 0 0 4 4 0; 1 1 1 1 1];
Sl=[1 0 -8; 0 1 0; 0 0 1]; Sr=[1 0 8; 0 1 0; 0 0 1];
Su=[1 0 0; 0 1 -4; 0 0 1]; So=[1 0 0; 0 1 4; 0 0 1];
Miya=[-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]; Mixa=[1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T1a = Sr*Miya*Sl, Q1a = T1a*Qur, T1b = So*Mixa*Su, Q1b = T1b*Q1a
Mr180 = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]; T2 = Sr*So*Mr180*Su*Sl, Q2 = T2*Qur
plot(Qur(1,:),Qur(2,:)); hold on; axis([0 16 0 16]) ; axis square;
plot(Q1a(1,:),Q1a(2,:),'r');plot(Q1b(1,:),Q1b(2,:),'c');
plot(Q2(1,:),Q2(2,:),'ko:'); hold off
```

```
% T1a =[-1 0 16; 0  1  0; 0 0 1]; Q1a= [12 8 8 12; 0 0 4 4];
% T1b =[ 1 0  0; 0 -1  8; 0 0 1]; Q1b= [12 8 8 12; 8 8 4 4];
% T2  =[-1 0 16; 0 -1  8; 0 0 1]; Q2 = [12 8 8 12; 8 8 4 4];
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{1/x + y^3} \cdot \tan(z/u)$$

L:

$$\begin{aligned}\Delta F \quad = \quad & -1/2 \tan\left(\frac{z}{u}\right) \frac{1}{\sqrt{x^{-1}+y^3}} x^{-2} \cdot \Delta x \; + \\ & 3/2 \tan\left(\frac{z}{u}\right) y^2 \frac{1}{\sqrt{x^{-1}+y^3}} \cdot \Delta y \; + \\ & \sqrt{x^{-1}+y^3} \left(1 + \left(\tan\left(\frac{z}{u}\right)\right)^2\right) u^{-1} \cdot \Delta z \; + \\ & -\sqrt{x^{-1}+y^3} \left(1 + \left(\tan\left(\frac{z}{u}\right)\right)^2\right) z u^{-2} \cdot \Delta u\end{aligned}$$

8.2.14 SS 06 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 16. Aug. 2006

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her (P · A) die erste und die dritte Zeile von A miteinander vertauscht!

L:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[-1 0 ; 0 -1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

L: Ebenfalls `[-1 0 ; 0 -1]` , zweimal Punktspiegelung an Ursprung ergibt wieder Urbild, also Identität.

1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit grün.

L: g c b m r y

1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

L: `delete(plhd)`

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 5 Umgängen, Radius = 5 cm und Ganghöhe = 0.8 cm und Start beim Punkt (0/0/5) und der x-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

L:
```
t=(0:0.01:5)*2*pi; to=(0:1:5)*2*pi; tu=(0.5:1:4.5)*2*pi;
h=0.8; R=5; x=t*h/2/pi; z=R*cos(t); y=R*sin(t);
plot3(x,y,z,'k'); hold on; axis equal; plot3(x,-y,z,'r');
plot3(to*h/2/pi,R*sin(to),R*cos(to),'+');
plot3(tu*h/2/pi,R*sin(tu),R*cos(tu),'o'); hold off;
```

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `flipud()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Zeilen von oben nach unten und von unten nach oben an der mittleren Zeile (ungerade Zeilenzahl) bzw. an einer horizontalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Zeilenzahl) gespiegelt wurden.

L:
```
function B = myflipud(A)
[nzei,nspa]= size(A); B=A;
for zei = 1:nzei;
  B(zei,:) = A(nzei+1-zei,:);
end
```

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(2/0/0) B(4/0/0) C(4/2/0) D(2/2/0) E(2/0/2) F(4/0/2) G(4/2/2) H(2/2/2) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
I) durch BDE und
II) durch BDFH in der Hesse'schen Normalform gesucht
Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

L:
```
A=[2 0 0]'; B=[4 0 0]'; D=[2 2 0]'; E=[2 0 2]'; F=[4 0 2]'; H=[2 2 2]'
n1 = cross(D-B,E-B), ne1 = n1/norm(n1), d = ne1'*B, ne1'*A
%ne1 =[0.5774 0.5774 0.5774]', ne1'*OP - 2.3094=0,  ne1'*OP - 1.1547=0
n2 = cross(F-D,B-D), ne2 = n2/norm(n2), d = ne2'*C, ne2'*A
%ne1 =[0.7071 0.7071 0]', ne1'*OP - 4.2426=0,  ne2'*OP -1.4142 =0
```

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(0/6) B(3/6) C(3/9) D(0/9)
Ia) an der Geraden durch BC spiegeln
Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180 °dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

L:
```
Qur=[0 3 3 0 0; 6 6 9 9 6; 1 1 1 1 1];
Sl=[1 0 -3; 0 1 0; 0 0 1]; Sr=[1 0 3; 0 1 0; 0 0 1];
Su=[1 0 0; 0 1 -9; 0 0 1]; So=[1 0 0; 0 1 9; 0 0 1];
Miya=[-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]; Mixa=[1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T1a = Sr*Miya*Sl, Q1a = T1a*Qur, T1b = So*Mixa*Su, Q1b = T1b*Q1a
Mr180 = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]; T2 = Sr*So*Mr180*Su*Sl, Q2 = T2*Qur
plot(Qur(1,:),Qur(2,:)); hold on; axis([0 16 0 16]) ; axis square;
plot(Q1a(1,:),Q1a(2,:),'r');plot(Q1b(1,:),Q1b(2,:),'c');
plot(Q2(1,:),Q2(2,:),'ko:'); hold off
```

```
% T1a =[-1 0 6; 0  1  0; 0 0 1]; Q1a= [6 3 3 6;  4  4 8 8];
% T1b =[ 1 0 0; 0 -1 18; 0 0 1]; Q1b= [6 3 3 6; 12 12 8 8];
% T2  =[-1 0 6; 0 -1 18; 0 0 1]; Q2 = [6 3 3 6; 12 12 9 9];
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x,y,z,u) = \sqrt{x^3 + y + 1/z^2} \cdot \frac{\sin(u)}{\cos(u)}$$

L:

$$\begin{aligned}
\Delta F \;\; = \;\; & 3/2\,\tfrac{\sin(u)x^2}{\sqrt{x^3+y+z^{-2}}\cos(u)} \cdot \Delta x \;\; + \\
& 1/2\,\tfrac{\sin(u)}{\sqrt{x^3+y+z^{-2}}\cos(u)} \cdot \Delta y \;\; + \\
& -\tfrac{\sin(u)}{\sqrt{x^3+y+z^{-2}}\cos(u)z^3} \cdot \Delta z \;\; + \\
& \sqrt{x^3+y+z^{-2}} + \tfrac{\sqrt{x^3+y+z^{-2}}(\sin(u))^2}{(\cos(u))^2} \cdot \Delta u
\end{aligned}$$

8.2.15 SS 06 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 16. Aug. 2006

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her (P · A) die zweite und die letzte Zeile von A miteinander vertauscht!

L:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[-1 0 ; 0 1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

L: Ebenfalls `[-1 0 ; 0 1]` , zweimal an y-Achse spiegeln ergibt wieder Urbild, also Identität.

1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit blau.

L: b m r y g c

1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

L: `delete(plhd)`

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 8 Umgängen, Radius = 4 cm und Ganghöhe = 0.5 cm und Start beim Punkt (0/0/4) und der y-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

L:
```
t=(0:0.01:8)*2*pi; to=(0:1:8)*2*pi; tu=(0.5:1:7.5)*2*pi;
h=0.5; R=4; y=t*h/2/pi; z=R*cos(t); x=R*sin(t);
plot3(x,y,z,'k'); hold on; axis equal; plot3(-x,y,z,'r');
plot3(R*sin(to),to*h/2/pi,R*cos(to),'+');
plot3(R*sin(tu),tu*h/2/pi,R*cos(tu),'o'); hold off;
```

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `flipud()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Zeilen von oben nach unten und von unten nach oben an der mittleren Zeile (ungerade Zeilenzahl) bzw. an einer horizontalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Zeilenzahl) gespiegelt wurden.

L:
```
function B = myflipud(A)
[nzei,nspa]= size(A); B=A;
for zei = 1:nzei;
  B(zei,:) = A(nzei+1-zei,:);
end
```

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(5/0/0) B(10/0/0) C(10/5/0) D(5/5/0) E(5/0/5) F(10/0/5) G(10/5/5) H(5/5/5) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
I) durch BDE und
II) durch BCEH in der Hesse'schen Normalform gesucht
Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

L:
```
A=[5 0 0]'; B=[10 0 0]'; C=[10 5 0]'; D=[5 5 0]'; E=[5 0 5]'; H=[5 5 5]';
n1 = cross(D-B,E-B), ne1 = n1/norm(n1), d = ne1'*B, ne1'*A
%ne1 =[0.5774 0.5774 0.5774]', ne1'*OP - 5.7735=0,  ne1'*OP - 2.8868=0
n2 = cross(E-C,B-C), ne2 = n2/norm(n2), d = ne2'*C, ne2'*A
%ne1 =[0.7071 0 0.7071]', ne1'*OP - 7.0711=0,  ne2'*OP -3.5355 =0
```

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(6/0) B(9/0) C(9/3) D(6/3)
Ia) an der Geraden durch BC spiegeln
Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180°dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

L:
```
Qur=[6 9 9 6 6; 0 0 3 3 0; 1 1 1 1 1];
Sl=[1 0 -9; 0 1 0; 0 0 1]; Sr=[1 0 9; 0 1 0; 0 0 1];
Su=[1 0 0; 0 1 -3; 0 0 1]; So=[1 0 0; 0 1 3; 0 0 1];
Miya=[-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]; Mixa=[1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T1a = Sr*Miya*Sl, Q1a = T1a*Qur, T1b = So*Mixa*Su, Q1b = T1b*Q1a
Mr180 = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]; T2 = Sr*So*Mr180*Su*Sl, Q2 = T2*Qur
plot(Qur(1,:),Qur(2,:)); hold on; axis([0 16 0 16]) ; axis square;
plot(Q1a(1,:),Q1a(2,:),'r');plot(Q1b(1,:),Q1b(2,:),'c');
```

```
plot(Q2(1,:),Q2(2,:),'ko:'); hold off
% T1a =[-1 0 18; 0  1  0; 0 0 1]; Q1a= [12 9 9 12; 0 0 3 3];
% T1b =[ 1 0  0; 0 -1  6; 0 0 1]; Q1b= [12 9 9 12; 6 6 3 3];
% T2  =[-1 0 18; 0 -1  6; 0 0 1]; Q2 = [12 9 9 12; 6 6 3 3];
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{x^2 + y^3 + 1/z} \cdot \tan(u)$$

L:

$$\begin{aligned} \Delta F \;\; = \;\; & \tfrac{\tan(u)x}{\sqrt{x^2+y^3+z^{-1}}} \cdot \Delta x \;\; + \\ & 3/2\, \tfrac{\tan(u)y^2}{\sqrt{x^2+y^3+z^{-1}}} \cdot \Delta y \;\; + \\ & -1/2\, \tfrac{\tan(u)}{\sqrt{x^2+y^3+z^{-1}}z^2} \cdot \Delta z \;\; + \\ & \sqrt{x^2+y^3+z^{-1}} \left(1 + (\tan(u))^2\right) \cdot \Delta u \end{aligned}$$

8.2.16 SS 06 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 16. Aug. 2006

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 16. August 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von links her (P · A) die zweite und die dritte Zeile von A miteinander vertauscht!

L:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1b) Erraten oder berechnen Sie die Inverse zur Matrix `[-1 0 ; 0 -1]`! Liefern Sie eine ganz kurze Begründung für das gefundene Resultat

L: Ebenfalls `[-1 0 ; 0 -1]` , zweimal Punktspiegelung an Ursprung ergibt wieder Urbild, also Identität.

1c) Geben Sie die Kennbuchstaben der in MATLAB mit einem Buchstaben wählbaren sechs echten Farben in der Reihenfolge des Farbkreises an, beginnend mit gelb.

L: y g c b m r

1d) Wie lautet der MATLAB-Befehl, um ein grafisches Element zu löschen, für das man vorher dem mit dem Befehl `plhd = plot(.....)` das zugehörige Plot-Handle `plhd` erhalten hat?

L: `delete(plhd)`

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, um die zwei Schraubenlinien (eine rechtsdrehende und eine linksdrehende) in 3D zu zeichnen, mit je 8 Umgängen, Radius = 3 cm und Ganghöhe = 0.4 cm und Start beim Punkt (0/0/3) und der y-Achse als Achse der Schraubenlinien. Markieren Sie zusätzlich die oberen Schnittpukte (diejenigen mit grösseren z-Werten) mit einem '+'-Zeichen und die unteren Schittpunkte der beiden Schraubenlinien mit einem kleinen Kreis!

L:
```
t=(0:0.01:8)*2*pi; to=(0:1:8)*2*pi; tu=(0.5:1:7.5)*2*pi;
h=0.4; R=3; y=t*h/2/pi; z=R*cos(t); x=R*sin(t);
plot3(x,y,z,'k'); hold on; axis equal; plot3(-x,y,z,'r');
plot3(R*sin(to),to*h/2/pi,R*cos(to),'+');
plot3(R*sin(tu),tu*h/2/pi,R*cos(tu),'o'); hold off;
```

3) Schreiben Sie selbst eine MATLAB-Funktion, welche die Funktion `fliplr()` realisiert, mit einer beliebigen Matrix als Input. Der Output ist eine Matrix derselben Dimension, wobei die Spalten von links nach rechts und von rechts nach links an der mittleren Spalte (ungerade Spaltenzahl) bzw. an einer vertikalen Geraden in der Mitte der Matrix (gerade Spaltenzahl) gespiegelt wurden.

L:
```
function B = myfliplr(A)
[nzei,nspa]= size(A); B=A;
for spa = 1:nspa;
  B(:,spa) = A(:,nspa+1-spa);
end
```

4) Bei einem Würfel mit den Ecken A(5/0/0) B(10/0/0) C(10/5/0) D(5/5/0) E(5/0/5) F(10/0/5) G(10/5/5) H(5/5/5) werden die Gleichungen der zwei Ebenen
I) durch BDE und
II) durch BCEH in der Hesse'schen Normalform gesucht
Zu beiden Ebenen ist auch noch die Gleichung der dazu parallelen Ebene durch A anzugeben!

L:
```
A=[5 0 0]'; B=[10 0 0]'; C=[10 5 0]'; D=[5 5 0]'; E=[5 0 5]'; H=[5 5 5]';
n1 = cross(D-B,E-B), ne1 = n1/norm(n1), d = ne1'*B, ne1'*A
%ne1 =[0.5774 0.5774 0.5774]', ne1'*OP - 5.7735=0,  ne1'*OP - 2.8868=0
n2 = cross(E-C,B-C), ne2 = n2/norm(n2), d = ne2'*C, ne2'*A
%ne1 =[0.7071 0 0.7071]', ne1'*OP - 7.0711=0,  ne2'*OP -3.5355 =0
```

5) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die abgebildete Figur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die drei Abbildungen, welche das Quadrat A(0/4) B(4/4) C(4/8) D(0/8)
Ia) an der Geraden durch BC spiegeln
Ib) dann das durch Ib) abgebildete Quadrat noch an der Geraden durch CD spiegeln
II) Das Quadrat um den Punkt C um 180 °dreht.
(Die abgebildeten Figuren nach Ib) und nach II) decken sich.)

L:
```
Qur=[0 4 4 0 0; 4 4 8 8 4; 1 1 1 1 1];
Sl=[1 0 -4; 0 1 0; 0 0 1]; Sr=[1 0 4; 0 1 0; 0 0 1];
Su=[1 0 0; 0 1 -8; 0 0 1]; So=[1 0 0; 0 1 8; 0 0 1];
Miya=[-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]; Mixa=[1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
T1a = Sr*Miya*Sl, Q1a = T1a*Qur, T1b = So*Mixa*Su, Q1b = T1b*Q1a
Mr180 = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]; T2 = Sr*So*Mr180*Su*Sl, Q2 = T2*Qur
plot(Qur(1,:),Qur(2,:)); hold on; axis([0 16 0 16]) ; axis square;
plot(Q1a(1,:),Q1a(2,:),'r');plot(Q1b(1,:),Q1b(2,:),'c');
```

```
plot(Q2(1,:),Q2(2,:),'ko:'); hold off
% T1a =[-1 0 8; 0  1  0; 0 0 1]; Q1a= [8 4 4 8;  4  4 8 8];
% T1b =[ 1 0 0; 0 -1 16; 0 0 1]; Q1b= [8 4 4 8; 12 12 8 8];
% T2  =[-1 0 8; 0 -1 16; 0 0 1]; Q2 = [8 4 4 8; 12 12 8 8];
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x,y,z,u) = \sqrt{y + 1/z + u^2} \cdot \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$$

L:

$$\begin{aligned}
\Delta F \quad = \quad & \sqrt{y+z^{-1}+u^2} + \frac{\sqrt{y+z^{-1}+u^2}(\sin(x))^2}{(\cos(x))^2} \cdot \Delta x \ + \\
& 1/2\,\frac{\sin(x)}{\sqrt{y+z^{-1}+u^2}\cos(x)} \cdot \Delta y \ + \\
& -1/2\,\frac{\sin(x)}{\sqrt{y+z^{-1}+u^2}\cos(x)z^2} \cdot \Delta z \ + \\
& \frac{\sin(x)u}{\sqrt{y+z^{-1}+u^2}\cos(x)} \cdot \Delta u
\end{aligned}$$

8.2.17 SS 06 – Nachprüfung 23. Aug. 2006

N **Ingenieurmathematik Nachprüfung** 23. Aug. 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Matrizen-Typ erfüllt sowohl die Bedingungen einer oberen Dreiecksmatrix als auch diejenigen einer unteren Dreiecksmatris?

   1b) Warum benötigt eine vollständig programmierte Gauss-Elimination eine Option zur Zeilen-Vertauschung?

   1c) Was passiert, wenn man ein Vektorprodukt von zwei zueinender parallelel Vektoren bildet?

   1d) Was erhält man, wenn man bei einer komplexen Wurzel beim Term $\ldots + k \cdot 2\pi/n$ den Wert k über $n-1$ hinaus weiter laufen lässt?

2) Gegeben sind die Fusspunkte $A(16/-2/0)$ und $B(-2/16/0)$, eines Dreiecks im Raum. Auf welcher Höhe h muss der Punkt $C(0/0/h)$ liegen, damit das Dreieck ACB im Raum rechtwinklig wird? Geben Sie auch die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform an!

3) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, welche bei einer gegebenen Matrix testet, ob diese die Bedingungen für eine obere Dreiecksmatrix erfüllt!

4) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das mit einem komplexen Vektor (2 Umgänge um den Einheitskreis und geeigneter rein reeller Vorschub) eine masstäblich richtige, gewöhnliche Zykloide mit 2 vollen Zyklen zeichnet.

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix in homogenen Koordinaten der Ebene an, welche das Quadrat
   $A = (0/6)$, $B = (6/0)$, $C = (12/6)$, $D = (6/12)$
   Um seinen Mittelpunkt um den Winkel -90^{o}drehen, und geben Sie auch die MATLAB Kommandi an, zum Zeichnen von Urbild und Bild.

6) Bestimmen Sie eine sich bei Rechtsdrehung öffnende archimedische Spirale, welche durch die Punkte (0/4) (0/6) (0/8) (0/10) geht (überbestimmt, aber lösbar). Geben Sie ein MATLAB Skript an, welches diese Linie zeichnet!

8.2.18 SS 06 – Lösungen Nachprüfung 23. Aug. 2006

N **Ingenieurmathematik Nachprüfung** 23. Aug. 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Welcher Matrizen-Typ erfüllt sowohl die Bedingungen einer oberen Dreiecksmatrix als auch diejenigen einer unteren Dreiecksmatris?

L: Diagonalmatrix

1b) Warum benötigt eine vollständig programmierte Gauss-Elimination eine Option zur Zeilen-Vertauschung?

L: Weil als Pivot Elemente Werte von Null vermieden werden müssen.

1c) Was passiert, wenn man ein Vektorprodukt von zwei zueinender parallelel Vektoren bildet?

L: Das Resulat ist ein Nullvektor.

1d) Was erhält man, wenn man bei einer komplexen Wurzel beim Term $\ldots + k \cdot 2\pi/n$ den Wert k über $n-1$ hinaus weiter laufen lässt?

L: Man bekommt wieder Lösungen die man schon hat.

2) Gegeben sind die Fusspunkte $A(16/-2/0)$ und $B(-2/16/0)$, eines Dreiecks im Raum. Auf welcher Höhe h muss der Punkt $C(0/0/h)$ liegen, damit das Dreieck ACB im Raum rechtwinklig wird? Geben Sie auch die Gleichung dieser Ebene in der Hesse'schen Normalform an!

L: AC senkrecht BC : [-16 2 h]'*[2 -16 h] = 0;$-32-32+h^2 = 0$ $h = \pm 8$

```
A=[16 -2 0]'; B=[-2 16 0]'; C=[0 0 8]'; n=cross(C-A,C-B), ne = n/norm(n)
d=ne'*C, ne'*A, ne'*B
% n= [144 144 252]'; ne = [0.4444 0.4444 0.7778], d=6.2222
```

3) Schreiben Sie eine Matlab-Funktion, welche bei einer gegebenen Matrix testet, ob diese die Bedingungen für eine obere Dreiecksmatrix erfüllt!

L:
```
function isodreieck = obdreitest(M)
%Test ob die eingegebene Matrix obere Dreiecksform besitzt
isodreieck = true;
[nzei,nspal]=size(M);
for zei = 2:nzei;
  for spa = 1:zei-1;
```

```
    if M(zei,spa) ~=0
      isodreieck = false
    end
  end
end
```

4) Schreiben Sie ein Matlab-Skript, das mit einem komplexen Vektor (2 Umgänge um den Einheitskreis und geeigneter rein reeller Vorschub) eine masstäblich richtige, gewöhnliche Zykloide mit 2 vollen Zyklen zeichnet.

L:
```
w=(0:0.02:2)*2*pi;
z = exp(j*w);
zyk = z+w;
plot(zyk); axis equal
pause
% gewohnte Darstellung mit Abrollen nach links und Start unten
zz = exp( j*(3*pi/2 - w) );
zzyk = zz+w;
plot(zzyk,'r'); axis equal
```

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix in homogenen Koordinaten der Ebene an, welche das Quadrat
$A = (0/6)$, $B = (6/0)$, $C = (12/6)$, $D = (6/12)$
Um seinen Mittelpunkt um den Winkel -90^odrehen, und geben Sie auch die MATLAB Kommandi an, zum Zeichnen von Urbild und Bild.

L:
```
Qur=[0  6 12  6  0; 6  0  6 12  6; 1 1 1 1 1];
T1=[1 0 -6; 0 1 -6; 0 0 1]; T2R=[0 1 6; -1 0 6; 0 0 1];
Tt = T2R*T1, Qb = Tt*Qur  % Tt = [0 1 0; -1 0 12; 0 0 1];
plot(Qur(1,:),Qur(2,:),'r'); hold on; axis equal
plot(Qb(1,:),Qb(2,:),'ko:'); hold off
% Qur=[ 6 0  6 12  6; 12 6  0  6 12 ; 1 1 1 1 1];
```

6) Bestimmen Sie eine sich bei Rechtsdrehung öffnende archimedische Spirale, welche durch die Punkte (0/4) (0/6) (0/8) (0/10) geht (überbestimmt, aber lösbar). Geben Sie ein MATLAB Skript an, welches diese Linie zeichnet!

L:
```
w= (-0.75:-0.01:-3.75)*2*pi; a = -1/pi; w0 = -pi*(2.5);
r = a*(w+w0);
x = r.*cos(w); y = r .*sin(w); plot(x,y); axis equal
wp= (-0.75:-1:-3.75)*2*pi; rp = a*(wp+w0);
xp = rp.*cos(wp); yp = rp .*sin(wp); hold on; plot(xp,yp,'ro');
hold off
```

9 Schuljahr 2006 / 07

9.1 Wintersemester 2006/07

9.1.1 WS 06/07 – Prüfung 1, 6.12.2006

Ingenieurmathematik Prüfung A 6. Dez. 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche spezielle Struktur hat eine Eliminationsmatrix und wie findet man deren Inverse?

   1b) Geben Sie einen Vektor v mit komplexen Zahlen als Elemente an, so dass `plot(v)` ein Quadrat mit allen vier Seiten zeichnet, dessen Seiten zu den Koordinatenachsen parallel verlaufen!

   1c) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die Funktionen $y_1 = \mathrm{e}^{-x}$ (rot) und $y_2 = 1/x$ (schwarz) in dasselbe Bild zu zeichnen mit dem Bereich $0 < x < 5$ und $0 < y < 10$.

   1d) Wie kann man die Information, dass eine Matrix A orthogonal ist zum Vermindern von Rechenaufwand beim Lösen von lineearen Gleichungssystemen verwerten?

2) Geben Sie alle (komplexen) Lösungen an für die Gleichung $z^3 - 27 \cdot j = 0$

3) Schreiben Sie ein Funktions-Programm in MATLAB-Code, welches zu einer quadratischen eingegebenen Matrix die Matrix des symmetrischen Anteils zurückgibt. Die Funktion soll das Resultat Element für Element einzeln berechnen.

4) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrizen **Pl** und **Pr**, so dass die untenstehende Gleichung für beliebige a_{jk} gilt:

$$\begin{pmatrix} a_{55} & a_{54} & 0 & a_{51} & a_{52} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{25} & a_{24} & 0 & a_{21} & a_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{15} & a_{14} & 0 & a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{Pl} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Pr}$$

5) Ein Quadrat mit den Ecken $(x/y) = (\pm 2\ cm/\pm 2\ cm)$ soll mit Linien, die von links oben nach rechts unten im 45°Winkel verlaufen und untereinander den Abstand 1 cm haben, grob schraffiert werden. Geben Sie die Gleichungen der dazugehörenden 5 Trägergeraden in der Hesse'schen Normalform an! Die mittere dieser 5 Geraden soll durch den Koordinaten-Ursprung verlaufen.

6) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zum Zeichnen (plot3) des Verlaufes einer Leuchtschlange bei einem Design-"Christbaum". Die Leuchtschlange verläuft mit 8 Umgängen zu je 10 cm Ganghöhe als konische Helix mit variablem Radius zwischen 34 und 2 cm auf der Oberfläche eines geraden Kreiskegels.

9.1.2 WS 06/07 – Lösungen zur Prüfung 1, 6.12.2006

Lösungen zur Prüfung A

6. Dez. 2006

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, Zwischenresultate obligatorisch, Max. 6*8 P., 40 P. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche spezielle Struktur hat eine Eliminationsmatrix und wie findet man deren Inverse?

   L: Struktur : Einheitsmatrix mit einzelnem Wert verschieden von Null unterhalb der Diagonalen. Inverse bilden durch Vorzeichen-Umkehr bei Aussendiagonal-Element.

   1b) Geben Sie einen Vektor v mit komplexen Zahlen als Elemente an, so dass `plot(v)` ein Quadrat mit allen vier Seiten zeichnet, dessen Seiten zu den Koordinatenachsen parallel verlaufen!

   L: `v = [ 1+j, -1+j, -1-j, 1-j, 1+j]; plot(v)`

   1c) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die Funktionen $y_1 = \mathrm{e}^{-x}$ (rot) und $y_2 = 1/x$ (schwarz) in dasselbe Bild zu zeichnen mit dem Bereich $0 < x < 5$ und $0 < y < 10$.

   L:
```
x = 0:0.01:5; y1 = exp(-x); y2 = 1./x(2:500);
plot(x,y1,'r'); hold on ;
plot(x(2:500),y2,'k'); axis([0 5 0 10]); hold off
```

   1d) Wie kann man die Information, dass eine Matrix A orthogonal ist zum Vermindern von Rechenaufwand beim Lösen von linearen Gleichungssystemen verwerten?

   L: Wenn eine orthogonale Matrix vorliegt, so erhält man die dazu inveerse Matrix durch einfaches Transponieren.

2) Geben Sie alle (komplexen) Lösungen an für die Gleichung $z^3 - 27 \cdot j = 0$

L: $z^3 = 27 * exp(j \cdot \pi/2)$
$z_k = 3 * exp(j \cdot (\pi/6 + (k-1) \cdot 2\pi/3), k = 1 \ldots 3)$

3) Schreiben Sie ein Funktions-Programm in MATLAB-Code, welches zu einer quadratischen eingegebenen Matrix die Matrix des symmetrischen Anteils zurückgibt. Die Funktion soll das Resultat Element für Element einzeln berechnen.

L:

```
function S=symmpart(M)
[n,m]=size(M);
S=M;
% damit ist die Diegonale bereits erledigt
% Schleife ueber Teil oberhalb Diagonale
for zei = 1:n
  for spa = zei+1:n
    S(zei,spa) = 0.5*( M(zei,spa)+M(spa,zei) );
    S(spa,zei) = S(zei,spa);
  end
end
```

4) Bestimmen Sie alle Elemente der unbekannten Matrizen **Pl** und **Pr**, so dass die untenstehende Gleichung für beliebige a_{jk} gilt:

$$\begin{pmatrix} a_{55} & a_{54} & 0 & a_{51} & a_{52} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{25} & a_{24} & 0 & a_{21} & a_{22} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{15} & a_{14} & 0 & a_{11} & a_{12} \end{pmatrix} = \mathbf{Pl} \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{pmatrix} \cdot \mathbf{Pr}$$

L:

$$Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

5) Ein Quadrat mit den Ecken $(x/y) = (\pm 2\ cm/ \pm 2\ cm)$ soll mit Linien, die von links oben nach rechts unten im 45°Winkel verlaufen und untereinander den Abstand 1 cm haben, grob schraffiert werden. Geben Sie die Gleichungen der dazugehörenden 5 Trägergeraden in der Hesse'schen Normalform an! Die mittere dieser 5 Geraden soll durch den Koordinaten-Ursprung verlaufen.

L: Normalenvektor 45°nach rechts oben `n = [1 1]`.
Einheits-Normalenvektor `en = [sqrt(2)/2  sqrt(2)/2 ]`.

Gerade durch (0/0): en'*OP = 0
weitere Geraden: en'*OP -2 = 0 ; en'*OP -1 = 0,
en'*OP +1 = 0 ; en'*OP +2 = 0

6) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zum Zeichnen (plot3) des Verlaufes einer Leuchtschlange bei einem Design-"Christbaum". Die Leuchtschlange verläuft mit 8 Umgängen zu je 10 cm Ganghöhe als konische Helix mit variablem Radius zwischen 34 und 2 cm auf der Oberfläche eines geraden Kreiskegels.

L:

```
w = (0:0.01:8)*2*pi;  z = w*10/(2*pi);
r = 34 - z/80*32;
x = r .*cos(w); y = r .* sin(w);
plot3(x,y,z)
```

9.2 Sommersemester 2007

9.2.1 SS 07 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 30. Mai 2007

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Mai 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie je eine MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur –komplexe Eingabe $\rightarrow$ reelles Resultat bzw. – komplexe Eingabe $\rightarrow$ komplexes Resultat aufweisen!

   1b) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix B erfüllen,
   im Fall a) dass das Produkt $B \cdot B$ legal ist, und
   im Fall b) dass das Produkt $B^T \cdot B$ legal ist?

   1c) Wieviele frei wählbare Zahlenwerte sind in einer nxn Matrix enthalten, falls diese eine oberere Dreicksmatrix ist.

   1d) Wie erreicht man, dass in einer MATLAB-Grafik die Funktionen x=cos(w) und y=sin(w) einen wirklich runden Kreis produzieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_4 & e_1 & 0 & e_5 & 0 \\ c_4 & c_1 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_1 & 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^3 + 2 \cdot \sqrt{2} = 0$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(8/6)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
   1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
   2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
   Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
   1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-2/0)$ und $Qp(0/-4)$ und
   2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(2/0)$ und $Qn(0/-4)$.
   Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prueft, ob sie eine obere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung true oder false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

9.2.2 SS 07 – Prüfung 1, G, 30. Mai 2007

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 30. Mai 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie zwei MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur – komplexe Eingabe – reelles Resultat aufweisen!

   1b) Wieviele Nullen muss eine nxn Diagonalmatrix mindestens enthalten?

   1c) Wie erreicht man, dass die Linien zu nachfolgenden Plot-Befehlen in dasselbe Bild eingezeichnet werden?

   1d) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix U erfüllen,
   im Fall a) dass das Produkt $U \cdot U$ legal ist, und
   im Fall b) dass das Produkt $U^T \cdot U$ legal ist?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & 0 & a_1 & a_2 & 0 \\ d_5 & 0 & d_1 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_5 & 0 & c_1 & c_2 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \; = \; Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^6 + 27 = 0$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(6/8)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-3/0)$ und $Qp(0/-6)$ und
2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(3/0)$ und

$Qn(0/-6)$.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prueft, ob sie eine untere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung true oder false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

9.2.3 SS 07 – Prüfung 1, B, 30. Mai 2007

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 30. Mai 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie zwei MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur – komplexe Eingabe – reelles Resultat aufweisen!

   1b) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix U erfüllen,
   im Fall a) dass das Produkt $U \cdot U$ legal ist, und
   im Fall b) dass das Produkt $U^T \cdot U$ legal ist?

   1c) Wieviele Nullen muss eine nxn antisymmetrische Matrix mindestens enthalten?

   1d) Wie erreicht man, dass die Linien zu nachfolgenden Plot-Befehlen in dasselbe Bild eingezeichnet werden?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 & d_3 & d_4 \\ 0 & e_1 & 0 & e_3 & e_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^5 + 9 \cdot \sqrt{3} = 0$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(4/3)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
   1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
   2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
   Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
   1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-2/0)$ und $Qp(0/-4)$ und

2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(2/0)$ und $Qn(0/-4)$.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prueft, ob sie eine obere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung 1 für true oder 0 für false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

9.2.4 SS07 – Prüfung 1, Y, 30. Mai 2007

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Mai 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie je eine MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur –komplexe Eingabe → komplexes Resultat bzw. –komplexe Eingabe → reelles Resultat aufweisen!

   1b) Wie erreicht man, dass in einer MATLAB-Grafik die Funktionen x=cos(w) und y=sin(w) einen wirklich runden Kreis produzieren?

   1c) Wieviele Nullen muss eine obere Dreiecksmatrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix A erfüllen,
   im Fall a) dass das Produkt $A \cdot A$ legal ist, und
   im Fall b) dass das Produkt $A^T \cdot A$ legal ist?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_1 & e_4 & 0 & e_2 \\ 0 & a_1 & a_4 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & c_4 & 0 & c_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \ = \ Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^5 + 4 \cdot \sqrt{2} = 0$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(3/4)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
   1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
   2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
   Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
   1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-1/0)$ und $Qp(0/-2)$ und

2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(1/0)$ und $Qn(0/-2)$.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prueft, ob sie eine untere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung 1 für true oder 0 für false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

9.2.5 SS 07 – Prüfung 1, Lösungen, R-G-B-Y 30. Mai 2007

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Juni 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie je eine MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur –komplexe Eingabe → reelles Resultat bzw. – komplexe Eingabe → komplexes Resultat aufweisen!

L1a) c-r: real(), imag(), abs(), angle(), c-c: conj(), exp()

1b) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix B erfüllen,
im Fall a) dass das Produkt $B \cdot B$ legal ist, und
im Fall b) dass das Produkt $B^T \cdot B$ legal ist?

L1b) a) B quadratisch; b) keine Bedingung

1c) Wieviele frei wählbare Zahlenwerte sind in einer nxn Matrix enthalten, falls diese eine oberere Dreicksmatrix ist.

L1c) n*(n+1)/2

1d) Wie erreicht man, dass in einer MATLAB-Grafik die Funktionen x=cos(w) und y=sin(w) einen wirklich runden Kreis produzieren?

L1d) axis equal oder axis ([-1 1 -1 1]) zusammen mit axis square

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_4 & e_1 & 0 & e_5 & 0 \\ c_4 & c_1 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_1 & 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
RPl = zeros(5) ; RPr = zeros(5); A=iwmat(5)
RPl(1,5) = 1;   RPl(2,3) = 1;   RPl(4,2) = 1;
RPr(4,1) = 1;   RPr(1,2) = 1;   RPr(5,4) = 1;
As = RPl*A*RPr, RPl, RPr
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^3 + 2 \cdot \sqrt{2} = 0$$

L3)

$$z^3 = -2 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}^3 \cdot \exp j \cdot pi$$

$$z_k = \sqrt{2} \cdot \exp j \cdot pi/3 + k \cdot 2\pi/3 \quad k = 0 \ldots 2$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(8/6)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

L4)
```
OA = [8; 6] ;
N = [-6 ; 8]; eng = N/norm(N) , dkg = eng'*OA % dkg muss = 0 sein
% eng = [-0.6 0.8]  g: eng'*OP - 0 = 0
% N orth OA ; enh orth (orth OA) , also parallel OA
enh = OA/norm(OA), dkh = enh'*OA
% enh = [0.8 0.6]  h: enh'*OP - 10 = 0
yh = dkh/enh(2)   % = 16.66
```

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-2/0)$ und $Qp(0/-4)$ und
2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(2/0)$ und $Qn(0/-4)$.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

L5)
```
% 2 = an*(0 - wn0) ; 4 = an*(-pi/2 - wn0) ;
%  diff:  2 = an*(-pi/2) ; an = -4/pi; wn0 = pi/2
an = -4/pi ; wn0 = pi/2; wn = (0.5:-0.01:-0.5)*pi ;
xn = an*(wn - wn0).*cos(wn); yn = an*(wn - wn0).*sin(wn);
plot(xn, yn)
axis([-5 5 -5 5]); axis equal; hold on
plot([0 0],[-5 5],'k'); plot([-5 5],[0 0],'k');
% 2 = ap*(pi - wp0) ; 4 = ap*(3*pi/2 - wp0) ;
%  diff:  2 = ap*(pi/2) ; ap = 4/pi; wp0 = 2/(4/pi) = pi/2
ap = 4/pi ; wp0 = pi/2; wp = (0.5:0.01:1.5)*pi ;
xp = ap*(wp - wp0).*cos(wp); yp = ap*(wp - wp0).*sin(wp);
plot(xp, yp,'r')
hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prüft, ob sie eine obere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung true oder false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

L6
```
function iftri =  utritestb(M)
% Test auf obere Dreiecksmatrix
% 1. ist M quadratisch?
  [nzei,nspa] = size(M);
  if nzei ~= nspa
    iftri = false;
    return
  else
%  unteres Feld muss Nullen enthalten
    iftri = true;
    for zei = 2:nzei
      for spa = 1:zei-1
        if M(zei,spa) ~= 0
          iftri = false;
          return
        end
      end
    end
  end
```

9.2.6 SS 07 – Prüfung 1, Lösungen, G 30. Mai 2007

G **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Mai 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie zwei MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur – komplexe Eingabe – reelles Resultat aufweisen!

L1a) c-r: real(), imag(), abs(), angle()

1b) Wieviele Nullen muss eine nxn Diagonalmatrix mindestens enthalten?

L1b) n*n – n

1c) Wie erreicht man, dass die Linien zu nachfolgenden Plot-Befehlen in dasselbe Bild eingezeichnet werden?

L1c) hold on

1d) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix U erfüllen,
im Fall a) dass das Produkt $U \cdot U$ legal ist, und
im Fall b) dass das Produkt $U^T \cdot U$ legal ist?

L1d) a) B quadratisch; b) keine Bedingung

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & 0 & a_1 & a_2 & 0 \\ d_5 & 0 & d_1 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_5 & 0 & c_1 & c_2 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
GPl = zeros(5) ; GPr = zeros(5); A=iwmat(5)
GPl(2,1) = 1;   GPl(3,4) = 1;   GPl(5,3) = 1;
GPr(5,1) = 1;   GPr(1,3) = 1;   GPr(2,4) = 1;
As = GPl*A*GPr, GPl, GPr
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^6 + 27 = 0$$

L3)

$$z^6 = -27 = 27 \cdot \exp j \cdot pi$$

$$z_k = \sqrt{3} \cdot \exp j \cdot pi/6 + k \cdot 2\pi/6 \quad k = 0 \ldots 5$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(6/8)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

L4)
```
OA = [6; 8] ;
N = [-8 ; 6]; eng = N/norm(N) , dkg = eng'*OA % dkg muss = 0 sein
% eng = [-0.8 0.6]  g: eng'*OP - 0 = 0
% N orth OA ; enh orth (orth OA) , also parallel OA
enh = OA/norm(OA), dkh = enh'*OA
% enh = [0.6 0.8]  h: enh'*OP - 10 = 0
yh = dkh/enh(2) % = 12.5
```

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-3/0)$ und $Qp(0/-6)$ und
2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(3/0)$ und $Qn(0/-6)$.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

L5)
```
% 3 = an*(0 - wn0) ; 6 = an*(-pi/2 - wn0) ;
%  diff:  3 = an*(-pi/2) ; an = -6/pi; wn0 = pi/2
an = -6/pi ; wn0 = pi/2; wn = (0.5:-0.01:-0.5)*pi ;
xn = an*(wn - wn0).*cos(wn); yn = an*(wn - wn0).*sin(wn);
plot(xn, yn)
axis([-7 7 -7 7]); axis equal; hold on
plot([0 0],[-7 7],'k'); plot([-7 7],[0 0],'k');
% 3 = ap*(pi - wp0) ; 6 = ap*(3*pi/2 - wp0) ;
%  diff:  3 = ap*(pi/2) ; ap = 6/pi; wp0 = 6/(6/pi) = pi/2
ap = 6/pi ; wp0 = pi/2; wp = (0.5:0.01:1.5)*pi ;
xp = ap*(wp - wp0).*cos(wp); yp = ap*(wp - wp0).*sin(wp);
plot(xp, yp,'r')
hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prueft, ob sie eine untere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung true oder false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

L6 function iftri = ltrites(M)

```
% Test auf untere Dreiecksmatrix
% 1. ist M quadratisch?
  [nzei,nspa] = size(M);
  if nzei ~= nspa
    iftri = false;
    return
  else
%  oberes Feld muss Nullen enthalten
    iftri = true;
    for zei = 1:nzei-1
      for spa = zei+1:nzei
        if M(zei,spa) ~= 0
          iftri = false;
          return
        end
      end
    end
  end
```

9.2.7 SS 07 – Prüfung 1, Lösungen, B 30. Mai 2007

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 30. Mai 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie zwei MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur – komplexe Eingabe – reelles Resultat aufweisen!

L1a) c-r: real(), imag(), abs(), angle()

1b) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix U erfüllen,
im Fall a) dass das Produkt $U \cdot U$ legal ist, und
im Fall b) dass das Produkt $U^T \cdot U$ legal ist?

L1b) a) U quadratisch; b) keine Bedingung

1c) Wieviele Nullen muss eine nxn antisymmetrische Matrix mindestens enthalten?

L1c) n Nullen auf der Diagonalen

1d) Wie erreicht man, dass die Linien zu nachfolgenden Plot-Befehlen in dasselbe Bild eingezeichnet werden?

L1d) axis equal oder axis ([-1 1 -1 1]) zusammen mit axis square

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_1 & 0 & d_3 & d_4 \\ 0 & e_1 & 0 & e_3 & e_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_1 & 0 & a_3 & a_4 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
BPl = zeros(5) ; BPr = zeros(5); A=iwmat(5)
BPl(2,4) = 1;   BPl(3,5) = 1;   BPl(5,1) = 1;
BPr(1,2) = 1;   BPr(3,4) = 1;   BPr(4,5) = 1;
As = BPl*A*BPr, BPl, BPr
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^5 + 9 \cdot \sqrt{3} = 0$$

L3)

$$z^5 = -9 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3}^5 \cdot \exp j \cdot pi$$

$$z_k = \sqrt{3} \cdot \exp j \cdot pi/5 + k \cdot 2\pi/5 \quad k = 0 \dots 4$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(4/3)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

L4)
```
OA = [4; 3] ;
N = [-3 ; 4]; eng = N/norm(N) , dkg = eng'*OA % dkg muss 0 sein
% eng = [-0.6 0.8]  g: eng'*OP - 0 = 0
% N orth OA ; enh orth (orth OA) , also parallel OA
enh = OA/norm(OA), dkh = enh'*OA
% enh = [0.8 0.6]  h: enh'*OP - 5 = 0
yh = dkh/enh(2)   % = 8.33
```

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-2/0)$ und $Qp(0/-4)$ und
2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(2/0)$ und $Qn(0/-4)$.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

L5)
```
% 2 = an*(0 - wn0) ; 4 = an*(-pi/2 - wn0) ;
%  diff:  2 = an*(-pi/2) ; an = -4/pi; wn0 = pi/2
an = -4/pi ; wn0 = pi/2; wn = (0.5:-0.01:-0.5)*pi ;
xn = an*(wn - wn0).*cos(wn); yn = an*(wn - wn0).*sin(wn);
plot(xn, yn)
axis([-5 5 -5 5]); axis equal; hold on
plot([0 0],[-5 5],'k'); plot([-5 5],[0 0],'k');
% 2 = ap*(pi - wp0) ; 4 = ap*(3*pi/2 - wp0) ;
%  diff:  2 = ap*(pi/2) ; ap = 4/pi; wp0 = 2/(4/pi) = pi/2
ap = 4/pi ; wp0 = pi/2; wp = (0.5:0.01:1.5)*pi ;
xp = ap*(wp - wp0).*cos(wp); yp = ap*(wp - wp0).*sin(wp);
plot(xp, yp,'r')
hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prueft, ob sie eine obere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung 1 für true oder 0 für false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

L6
```
function iftri =  utrites(M)
% Test auf obere Dreiecksmatrix
% 1. ist M quadratisch?
  [nzei,nspa] = size(M);
  if nzei ~= nspa
    iftri = 0;
    return
  else
%  unteres Feld muss Nullen enthalten
    iftri = 1;
    for zei = 2:nzei
      for spa = 1:zei-1
        if M(zei,spa) ~= 0
          iftri = 0;
          return
        end
      end
    end
  end
```

9.2.8 SS 07 – Prüfung 1, Lösungen, Y 30. Mai 2007

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 30. Mai 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie je eine MATLAB-Bibliotheksfunktionen an, welche die Signatur – komplexe Eingabe → komplexes Resultat bzw. –komplexe Eingabe → reelles Resultat aufweisen!

L1a) c-c: conj(), exp(), c-r: real(), imag(), abs(), angle()

1b) Wie erreicht man, dass in einer MATLAB-Grafik die Funktionen x=cos(w) und y=sin(w) einen wirklich runden Kreis produzieren?

L1b) axis equal oder axis ([-1 1 -1 1]) zusammen mit axis square

1c) Wieviele Nullen muss eine obere Dreiecksmatrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

L1c) n*(n-1)/2

1d) Welche Bedingungen, falls überhaupt Bedingungen nötig sind, muss eine Matrix A erfüllen,
im Fall a) dass das Produkt $A \cdot A$ legal ist, und
im Fall b) dass das Produkt $A^T \cdot A$ legal ist?

L1d) a) A quadratisch; b) keine Bedingung

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_1 & e_4 & 0 & e_2 \\ 0 & a_1 & a_4 & 0 & a_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 & c_4 & 0 & c_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
YPl = zeros(5) ; YPr = zeros(5); A=iwmat(5)
YPl(2,5) = 1;   YPl(3,1) = 1;   YPl(5,3) = 1;
YPr(1,2) = 1;   YPr(4,3) = 1;   YPr(2,5) = 1;
As = YPl*A*YPr, YPl, YPr
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen der Gleichung

$$z^5 + 4 \cdot \sqrt{2} = 0$$

L3)

$$z^5 = -4 \cdot \sqrt{2} = \sqrt{2}^5 \cdot \exp j \cdot pi$$

$$z_k = \sqrt{2} \cdot \exp j \cdot pi/5 + k \cdot 2\pi/5 \quad k = 0 \ldots 4$$

4) Gegeben ist der Punkt $A(3/4)$ in der Ebene. Bestimmen Sie die Geradengleichung in der Hesse'schen Normalform für die beiden Geraden:
1. Gerade g durch den Koordinatenursprung O und den Punkt A
2. Gerade h , senkrecht zu g durch den Punkt A
Bestimmen Sie zudem den Schnittpunkt der Geraden h mit der y-Achse (indem Sie in der zu h gehörenden Geradengleichung den x-Koordinatenwert des allgemeinen Punktes Null setzen und dessen y-Koordinatenwert suchen)!

L4)
```
OA = [3; 4] ;
N = [-4 ; 3]; eng = N/norm(N) , dkg = eng'*OA % dkg muss 0 sein
% eng = [-0.8 0.6]  g: eng'*OP - 0 = 0
% N orth OA ; enh orth (orth OA) , also parallel OA
enh = OA/norm(OA), dkh = enh'*OA
% enh = [0.6 0.8]  h: enh'*OP - 5 = 0
yh = dkh/enh(2) % = 6.25
```

5) Bestimmen Sie die folgenden zwei archimedischen Spiralen:
1) Die sich im Gegenurzeigersinn (mathematisch positive Winkeländerung) öffnende Spirale durch die Punkte $Pp(-1/0)$ und $Qp(0/-2)$ und
2) Die sich im Urzeigersinn öffnende Spirale durch die Punkte $Pn(1/0)$ und $Qn(0/-2)$.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen der beiden Zweige je mit einer halben Drehung zwischen der +y und der -y-Achse!

L5)
```
% 1 = an*(0 - wn0) ; 2 = an*(-pi/2 - wn0) ;
%  diff:  1 = an*(-pi/2) ; an = -2/pi; wn0 = pi/2
an = -2/pi ; wn0 = pi/2; wn = (0.5:-0.01:-0.5)*pi ;
xn = an*(wn - wn0).*cos(wn); yn = an*(wn - wn0).*sin(wn);
plot(xn, yn)
axis([-5 5 -5 5]); axis equal; hold on
plot([0 0],[-5 5],'k'); plot([-5 5],[0 0],'k');
% 1 = ap*(pi - wp0) ; 2 = ap*(3*pi/2 - wp0) ;
%  diff:  1 = ap*(pi/2) ; ap = 2/pi; wp0 = 1/(2/pi) = pi/2
ap = 2/pi ; wp0 = pi/2; wp = (0.5:0.01:1.5)*pi ;
xp = ap*(wp - wp0).*cos(wp); yp = ap*(wp - wp0).*sin(wp);
plot(xp, yp,'r')
hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin prueft, ob sie eine untere Dreiecksmatrix ist, und je nach dem Ausgang der Prüfung 1 für true oder 0 für false zurückgibt. (Dazu muss vorher getestet werden ob sie quadratisch ist.)

L6
```
function iftri =  ltrites(M)
% Test auf untere Dreiecksmatrix
% 1. ist M quadratisch?
  [nzei,nspa] = size(M);
  if nzei ~= nspa
    iftri = 0;
    return
  else
%  oberes Feld muss Nullen enthalten
    iftri = 1;
    for zei = 1:nzei-1
      for spa = zei+1:nzei
        if M(zei,spa) ~= 0
          iftri = 0;
          return
        end
      end
    end
  end
```

9.2.9 SS 07 – Prüfung 2, RGBY, 4. Juli 2007

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her (A · P) die erste und die zweite Spalte von A miteinander vertauscht!

   1b) Geben Sie eine 3x3 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene schwarze Linie mit diagonalen Kreuzen als Markern erzeugt!

   1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 3 beträgt?

2) Geben Sie ein MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den antisymmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den unteren Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
a) den Punkt (0/0/3) rechtsdrehend mit dem Punkt $(1/0/-3)$ mit der Achse entlang der x-Achse, und
b) den Punkt $(1/0/-3)$ linksdrehend mit dem Punkt (2/0/3) mit der Achse entlang der x-Achse.
Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) rot und die Kurve b) schwarz als 3D Kurve gezeichnet werden.

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(0/4)$, $B(8/4)$ $C(8/10)$ $D(0/10)$ die folgenden Achsenspiegelungen anwenden
I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(6/0/0)$, $B(0/8/0)$, $C(-6/0/0)$ $D(0/-8/0)$, $S(0/0/6.4)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{1/x + 1/y} \cdot 1/\cos(z^2/u)$$

9.2.10 SS 07 – Prüfung 2, G, 4. Juli 2007

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her (A · P) die erste und die letzte Spalte von A miteinander vertauscht!

   1b) Geben Sie eine 2x2 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene rote Linie mit kreisförmigen Markern erzeugt!

   1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 4 beträgt?

2) Geben Sie ein MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den symmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den oberen Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
a) den Punkt (0/0/4) rechtsdrehend mit dem Punkt $(0/1/-4)$ mit der Achse entlang der y-Achse, und
b) den Punkt $(0/1/-4)$ linksdrehend mit dem Punkt (0/2/4) mit der Achse entlang der y-Achse.
Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) blau und die Kurve b) grün als 3D Kurve gezeichnet werden.

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(2/0)$, $B(10/0)$ $C(10/4)$ $D(2/4)$ die folgenden Achsenspieglungen anwenden
I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(8/0/0)$, $B(0/6/0)$, $C(-8/0/0)$ $D(0/-6/0)$, $S(0/0/6.4)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = 1/\cos(x^2/y) \cdot \sqrt{1/z + 1/u}$$

9.2.11 SS 07 – Prüfung 2, B, 4. Juli 2007

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her (A · P) die erste und die dritte Spalte von A miteinander vertauscht!

   1b) Geben Sie eine 3x3 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene blaue Linie mit stehenden Kreuzchen als Markern erzeugt!

   1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 3 beträgt?

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den antisymmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den oberen Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
   a) den Punkt $(0/0/5)$ rechtsdrehend mit dem Punkt $(1/0/-5)$ mit der Achse entlang der x-Achse, und
   b) den Punkt $(1/0/-5)$ linksdrehend mit dem Punkt $(2/0/5)$ mit der Achse entlang der x-Achse.
   Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) rot und die Kurve b) schwarz als 3D Kurve gezeichnet werden.

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(4/0)$, $B(8/0)$ $C(8/6)$ $D(4/6)$ die folgenden Achsenspieglungen anwenden
   I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
   II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(4/0/0)$, $B(0/3/0)$, $C(-4/0/0)$ $D(0/-3/0)$, $S(0/0/3.2)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = 1/\cos(z^2/y) \cdot \sqrt{1/x + 1/u}$$

9.2.12 SS 07 – Prüfung 2, Y, 4. Juli 2007

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her (A · P) die zweite und die letzte Spalte von A miteinander vertauscht!

   1b) Geben Sie eine 2x2 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene rote Linie mit kreisförmigen Markern erzeugt!

   1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 4 beträgt?

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den symmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den unteren Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
   a) den Punkt $(0/0/6)$ rechtsdrehend mit dem Punkt $(0/1/-6)$ mit der Achse entlang der y-Achse, und
   b) den Punkt $(0/1/-6)$ linksdrehend mit dem Punkt $(0/2/6)$ mit der Achse entlang der y-Achse.
   Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) blau und die Kurve b) schwarz als 3D Kurve gezeichnet werden.

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(2/0)$, $B(10/0)$ $C(10/4)$ $D(2/4)$ die folgenden Achsenspieglungen anwenden
   I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
   II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(3/0/0)$, $B(0/4/0)$, $C(-3/0/0)$ $D(0/-4/0)$, $S(0/0/3.2)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{1/x + 1/z} \cdot 1/\cos(y^2/u)$$

9.2.13 SS 07 – Lösungen zur Prüfung 2, RGBY, 4. Juli 2007

R Ingenieurmathematik Prüfung 2 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her $(A \cdot P)$ die erste und die zweite Spalte von A miteinander vertauscht!

L 1a) `[0 1 0 0 ; 1 0 0 0 ; 0 0 1 0; 0 0 0 1 ]`

1b) Geben Sie eine 3x3 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

L 1b) `[-1 0 0 ; 0 1 0 ; 0 0 1 ]`, Diagonal mit $pm1$

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene schwarze Linie mit diagonalen Kreuzen als Markern erzeugt!

L 1c) plot(x,y,'-kx')

1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 3 beträgt?

L 1d) unendlich viele (Rang unvollständig, daher keine oder unendlich viele L.)

2) Geben Sie ein MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den antisymmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den unteren Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

L 2)
```
function A = antisympart(M)
% A = antisympart(M)
% extrahiert antisymmetrischen Teil von M
%  in unteren Dreiecksbereich
A = 0*M; [nzei, nspa] = size(M);
if nzei == nspa
  for zei = 1:nspa
    for spa = zei+1:nspa
      A(spa,zei) = (M(spa,zei) - M(zei,spa))/2;
    end
  end
end
```

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
a) den Punkt $(0/0/3)$ rechtsdrehend mit dem Punkt $(1/0/-3)$ mit der Achse

entlang der x-Achse, und
b) den Punkt $(1/0/-3)$ linksdrehend mit dem Punkt $(2/0/3)$ mit der Achse entlang der x-Achse.
Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) rot und die Kurve b) schwarz als 3D Kurve gezeichnet werden.

L 3)
```
% Schraubenlinie a)
wa = (0:0.01:1)*pi;
za = 3*cos(wa);  ya = -3*sin(wa) ; xa = wa*2/(2*pi);
plot3(xa, ya, za, 'r' ); axis equal;  hold on
% Schraubenlinie b)
wb = (1:-0.01:0)*pi;
zb = 3*cos(wb);  yb = -3*sin(wb) ; xb = 2- wb*2/(2*pi);
plot3(xb, yb, zb, 'k' ); hold off
```

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(0/4)$, $B(8/4)$ $C(8/10)$ $D(0/10)$ die folgenden Achsenspiegelungen anwenden
I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

L 4)
```
% Rechteck
  Ru = [ 0 8 8 0 0; 4 4 10 10 4; 1 1 1 1 1];
% Spiegelung an der Geraden x = 4
Saz = [ 1 0 -4; 0 1 0; 0 0 1]; Ma = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
Sag = [ 1 0  4; 0 1 0; 0 0 1]; Tta = Sag*Ma*Saz
Ra = Tta* Ru
% Spiegelung an der Geraden y= 7
Sbz = [ 1 0 0; 0 1 -7; 0 0 1]; Mb = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
Sbg = [ 1 0 0; 0 1  7; 0 0 1]; Ttb = Sbg*Mb*Sbz
Rb = Ttb* Ru
```

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(6/0/0)$, $B(0/8/0)$, $C(-6/0/0)$ $D(0/-8/0)$, $S(0/0/6.4)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

L 5)
```
A = [6 0 0]';  B=[0 8 0]';  C= [-6 0 0]'; D=[0 -8 0]';
S= [0  0 6.4]';
```

```
Na = cross(A-S, B-S), ena = Na/norm(Na), dkrita = ena'*A
Nb = cross(B-S, C-S), enb = Nb/norm(Nb), dkritb = enb'*B
% Res: ena = [0.64 0.48 0.60]' ,  enb = [-0.64 0.48 0.60]'
% test
ena'*B, ena'*S, enb'*C, enb'*S  % alle 3.84
% Winkel zwischen Einheitsvektoren, direkt Skalarprodukt
win = 180/pi*acos(ena'*enb)  % 79.5836 Grad
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{1/x + 1/y} \cdot 1/\cos(z^2/u)$$

L 6)

$$\Delta F = 1/\cos(z^2/u) \cdot 1/(2\sqrt{1/x + 1/y}) \cdot (-1/x^2)\Delta x$$

$$+1/\cos(z^2/u) \cdot 1/(2\sqrt{1/x + 1/y}) \cdot (-1/y^2)\Delta y$$

$$-1/(2\cos(z^2/u)) \cdot (-\sin(z^2/u)) \cdot (2z/u) \cdot \sqrt{1/x + 1/y} \cdot \Delta z$$

$$-1/(2\cos(z^2/u)) \cdot (-\sin(z^2/u)) \cdot (-z^2/u^2) \cdot \sqrt{1/x + 1/y} \cdot \Delta u$$

9.2.14 SS 07 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 4. Juli 2007

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her (A · P) die erste und die letzte Spalte von A miteinander vertauscht!

L 1a) `[0 0 0 1 ; 0 1 0 0 ; 0 0 1 0; 1 0 0 0 ]`

1b) Geben Sie eine 2x2 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

L 1b) `[-1 0  ; 0 1  ]`, Diagonal mit $pm1$

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene rote Linie mit kreisförmigen Markern erzeugt!

L 1c) plot(x,y,'-ro')

1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 4 beträgt?

L 1d) genau eine (ein Lösungsvektor) Rang vollständig daher regulär

2) Geben Sie ein MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den symmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den oberen Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

L 2)
```
function S = sympart(M)
% S = sympart(M)
% extrahiert symmetrischen Teil von M
%  in oberen Dreiecksbereich
S = 0*M; [nzei, nspa] = size(M);
if nzei == nspa
  for zei = 1:nspa
    for spa = zei:nspa
      S(zei,spa) = (M(spa,zei) + M(zei,spa))/2;
    end
  end
end
```

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
a) den Punkt (0/0/4) rechtsdrehend mit dem Punkt $(0/1/-4)$ mit der Achse

entlang der y-Achse, und
b) den Punkt $(0/1/-4)$ linksdrehend mit dem Punkt $(0/2/4)$ mit der Achse entlang der y-Achse.
Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) blau und die Kurve b) grün als 3D Kurve gezeichnet werden.

L 3)
```
% Schraubenlinie a)
wa = (0:0.01:1)*pi;
za = 4*cos(wa);  xa = 4*sin(wa) ; ya = wa*2/(2*pi);
plot3(xa, ya, za, 'b' ); axis equal;  hold on
% Schraubenlinie b)
wb = (1:-0.01:0)*pi;
zb = 4*cos(wb);  xb = 4*sin(wb) ; yb = 2- wb*2/(2*pi);
plot3(xb, yb, zb, 'g' ); hold off
```

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(2/0)$, $B(10/0)$ $C(10/4)$ $D(2/4)$ die folgenden Achsenspieglungen anwenden
I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

L 4)
```
% Rechteck
  Ru = [ 2 10 10 2 2; 0 0 4 4 0; 1 1 1 1 1];
% Spiegelung an der Geraden x = 6
Saz = [ 1 0 -6; 0 1 0; 0 0 1]; Ma = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
Sag = [ 1 0  6; 0 1 0; 0 0 1]; Tta = Sag*Ma*Saz
Ra = Tta* Ru
% Spiegelung an der Geraden y= 2
Sbz = [ 1 0 0; 0 1 -2; 0 0 1]; Mb = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
Sbg = [ 1 0 0; 0 1  2; 0 0 1]; Ttb = Sbg*Mb*Sbz
Rb = Ttb* Ru
```

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(8/0/0)$, $B(0/6/0)$, $C(-8/0/0)$ $D(0/-6/0)$, $S(0/0/6.4)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

L 5)
```
A = [8 0 0]';  B=[0 6 0]';  C= [-8 0 0]'; D=[0 -6 0]';
S= [0  0 6.4]';
```

```
Na = cross(A-S, B-S), ena = Na/norm(Na), dkrita = ena'*A
Nb = cross(B-S, C-S), enb = Nb/norm(Nb), dkritb = enb'*B
% Res: ena = [0.48 0.64 0.60]' ,  enb = [-0.48 0.64 0.60]'
% test
ena'*B, ena'*S, enb'*C, enb'*S  % alle 3.84
% Winkel zwischen Einheitsvektoren, direkt Skalarprodukt
win = 180/pi*acos(ena'*enb)  % 57.3708 Grad
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x,y,z,u) = 1/\cos(x^2/y) \cdot \sqrt{1/z + 1/u}$$

L 6)

$$\Delta F = -1/(2\cos(x^2/y)) \cdot (-\sin(x^2/y)) \cdot (2x/y) \cdot \sqrt{1/z+1/u} \cdot \Delta x$$

$$-1/(2\cos(x^2/y)) \cdot (-\sin(x^2/y)) \cdot (-x^2/y^2) \cdot \sqrt{1/z+1/u} \cdot \Delta y$$

$$1/\cos(x^2/y) \cdot 1/(2\sqrt{1/z+1/u}) \cdot (-1/z^2)\Delta z$$

$$1/\cos(x^2/y) \cdot 1/(2\sqrt{1/z+1/u}) \cdot (-1/u^2)\Delta u$$

9.2.15 SS 07 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 4. Juli 2007

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her (A · P) die erste und die dritte Spalte von A miteinander vertauscht!

L 1a) `[0 0 1 0 ; 0 1 0 0 ; 1 0 0 0; 0 0 0 1 ]`

1b) Geben Sie eine 3x3 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

L 1b) `[-1 0 0 ; 0 1 0 ; 0 0 1 ]`, Diagonal mit $pm1$

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene blaue Linie mit stehenden Kreuzchen als Markern erzeugt!

L 1c) '+-b'

1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 3 beträgt?

L 1d) Singulär, lösbar, also unendlich viele Lösungen.

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den antisymmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den oberen Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

L 2)

```
function A = antisympart(M)
% A = antisympart(M)
% extrahiert antisymmetrischen Teil von M
%  in oberen Dreiecksbereich
A = 0*M; [nzei, nspa] = size(M);
if nzei == nspa
  for zei = 1:nspa
    for spa = zei+1:nspa
      A(zei,spa) = (M(spa,zei) - M(zei,spa))/2;
    end
  end
end
```

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
a) den Punkt (0/0/5) rechtsdrehend mit dem Punkt $(1/0/-5)$ mit der Achse

entlang der x-Achse, und
b) den Punkt $(1/0/-5)$ linksdrehend mit dem Punkt $(2/0/5)$ mit der Achse entlang der x-Achse.
Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) rot und die Kurve b) schwarz als 3D Kurve gezeichnet werden.

L 3)
```
% Schraubenlinie a)
wa = (0:0.01:1)*pi;
za = 5*cos(wa);  ya = -5*sin(wa) ; xa = wa*2/(2*pi);
plot3(xa, ya, za, 'r' ); axis equal;  hold on
% Schraubenlinie b)
wb = (1:-0.01:0)*pi;
zb = 5*cos(wb);  yb = -5*sin(wb) ; xb = 2- wb*2/(2*pi);
plot3(xb, yb, zb, 'k' ); hold off
```

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(4/0)$, $B(8/0)$ $C(8/6)$ $D(4/6)$ die folgenden Achsenspieglungen anwenden
I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

L 4)
```
% Rechteck
  Ru = [ 4 8 8 4 4; 0 0 6 6 0; 1 1 1 1 1];
% Spiegelung an der Geraden x = 6
Saz = [ 1 0 -6; 0 1 0; 0 0 1]; Ma = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
Sag = [ 1 0  6; 0 1 0; 0 0 1]; Tta = Sag*Ma*Saz
Ra = Tta* Ru
% Spiegelung an der Geraden y= 3
Sbz = [ 1 0 0; 0 1 -3; 0 0 1]; Mb = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
Sbg = [ 1 0 0; 0 1  3; 0 0 1]; Ttb = Sbg*Mb*Sbz
Rb = Ttb* Ru
```

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(4/0/0)$, $B(0/3/0)$, $C(-4/0/0)$ $D(0/-3/0)$, $S(0/0/3.2)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

L 5)
```
A = [4 0 0]';  B=[0 3 0]';  C= [-4 0 0]'; D=[0 -3 0]';
S= [0  0 3.2]';
```

```
Na = cross(A-S, B-S), ena = Na/norm(Na), dkrita = ena'*A
Nb = cross(B-S, C-S), enb = Nb/norm(Nb), dkritb = enb'*B
% Res: ena = [0.48 0.64 0.60]' ,  enb = [-0.48 0.64 0.60]'
% test
ena'*B, ena'*S, enb'*C, enb'*S  % alle 1.92
% Winkel zwischen Einheitsvektoren, direkt Skalarprodukt
win = 180/pi*acos(ena'*enb)  % 57.3708 Grad
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = 1/\cos(z^2/y) \cdot \sqrt{1/x + 1/u}$$

L 6)

$$\Delta F = -1/\cos(z^2/y) \cdot 1/(2\sqrt{1/x + 1/u}) \cdot (-1/x^2)\Delta x$$

$$-1/(2\cos(z^2/y)) \cdot (-\sin(z^2/y)) \cdot (-z^2/y^2) \cdot \sqrt{1/x + 1/u} \cdot \Delta y$$

$$-1/(2\cos(z^2/y)) \cdot (-\sin(z^2/y)) \cdot (2z/y) \cdot \sqrt{1/x + 1/u} \cdot \Delta z$$

$$1/\cos(z^2/y) \cdot 1/(2\sqrt{1/z + 1/u}) \cdot (-1/u^2)\Delta u$$

9.2.16 SS 07 – Lösungen zur Prüfung 2, RGBY, 4. Juli 2007

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 4. Juli 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix P an, welche bei Multiplikation von rechts her $(A \cdot P)$ die zweite und die letzte Spalte von A miteinander vertauscht!

L 1a) `[1 0 0 0 ; 0 0 0 1 ; 0 0 1 0; 0 1 0 0 ]`

1b) Geben Sie eine 2x2 Matrix, verschieden von der Einheitsmatrix an, welche gleich ist wie ihre eigene Inverse!

L 1b) `[-1 0 ; 0 1 ]`, Diagonal mit $pm1$

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl eine durchgezogene rote Linie mit kreisförmigen Markern erzeugt!

L 1c) 'r-o'

1d) Wie viele Lösungen gibt es bei einem linearen Gleichungssystem der Dimension 4x4, falls es lösbar ist und der Rang der Matrix 4 beträgt?

L 1d) regulär, genau eine, ein Lösungsvektor

2) Geben Sie eim MATLAB Skript an, welches aus einer vorgegebenen quadratischen Matrix den symmetrischen Teil in einer Doppelschleife elementweise bestimmt und die Werte in den unteren Dreiecksbereich einer neuen Matrix einfüllt.

L 2)
```
function A = sympart(M)
% A = sympart(M)
% extrahiert symmetrischen Teil von M
%  in unteren Dreiecksbereich
A = 0*M; [nzei, nspa] = size(M);
if nzei == nspa
  for zei = 1:nspa
    for spa = zei:nspa
      A(zei,spa) = (M(spa,zei) + M(zei,spa))/2;
    end
  end
end
```

3) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der zwei Schraubenlinien, welche folgende Punkte miteinander verbinden (je 1/2 Umgang):
a) den Punkt (0/0/6) rechtsdrehend mit dem Punkt $(0/1/-6)$ mit der Achse

entlang der y-Achse, und
b) den Punkt $(0/1/-6)$ linksdrehend mit dem Punkt $(0/2/6)$ mit der Achse entlang der y-Achse.
Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die Kurve a) blau und die Kurve b) schwarz als 3D Kurve gezeichnet werden.

L 3)
```
% Schraubenlinie a)
wa = (0:0.01:1)*pi;
za = 6*cos(wa);  xa = 6*sin(wa) ; ya = wa*2/(2*pi);
plot3(xa, ya, za, 'r' ); axis equal;  hold on
% Schraubenlinie b)
wb = (1:-0.01:0)*pi;
zb = 6*cos(wb);  xb = 6*sin(wb) ; yb = 2- wb*2/(2*pi);
plot3(xb, yb, zb, 'k' ); hold off
```

4) Geben Sie Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, die Gesamt-Transformations-Matrix und die Koordinaten der Bildfigur in homogenen Koordinaten der Ebene an für die beiden Abbildungen, welche auf das Rechteck $A(2/0)$, $B(10/0)$ $C(10/4)$ $D(2/4)$ die folgenden Achsenspieglungen anwenden
I) Spiegelung an der zur y-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks
II) Spiegelung an der zur x-Achse parallelen Geraden durch den Mittelpunkt des Rechtecks.

L 4)
```
% Rechteck
  Ru = [ 2 10 10 2 2; 0 0 4 4 0; 1 1 1 1 1];
% Spiegelung an der Geraden x = 6
Saz = [ 1 0 -6; 0 1 0; 0 0 1]; Ma = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
Sag = [ 1 0  6; 0 1 0; 0 0 1]; Tta = Sag*Ma*Saz
Ra = Tta* Ru
% Spiegelung an der Geraden y= 2
Sbz = [ 1 0 0; 0 1 -2; 0 0 1]; Mb = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
Sbg = [ 1 0 0; 0 1  2; 0 0 1]; Ttb = Sbg*Mb*Sbz
Rb = Ttb* Ru
```

5) Von der unregelmässigen vierseitigen Pyramide $A(3/0/0)$, $B(0/4/0)$, $C(-3/0/0)$ $D(0/-4/0)$, $S(0/0/3.2)$ werden die Ebenengleichungen der Ebenen ABS und BCS in Hesse'scher Normalform gesucht, sowie der Winkel zwischen diesen beiden Ebenen.

L 5)
```
A = [3 0 0]';  B=[0 4 0]';  C= [-3 0 0]'; D=[0 -4 0]';
S= [0  0 3.2]';
```

```
Na = cross(A-S, B-S), ena = Na/norm(Na), dkrita = ena'*A
Nb = cross(B-S, C-S), enb = Nb/norm(Nb), dkritb = enb'*B
% Res: ena = [0.64 0.48 0.60]' ,  enb = [-0.64 0.48 0.60]'
% test
ena'*B, ena'*S, enb'*C, enb'*S  % alle 3.84
% Winkel zwischen Einheitsvektoren, direkt Skalarprodukt
win = 180/pi*acos(ena'*enb)  % 79.5836 Grad
```

6) Geben Sie die Funktion des totalen Differentials ΔF an für die Funktion

$$F(x, y, z, u) = \sqrt{1/x + 1/z} \cdot 1/\cos(y^2/u)$$

L 6)

$$\Delta F = 1/\cos(y^2/u) \cdot 1/(2\sqrt{1/x + 1/z}) \cdot (-1/x^2)\Delta x$$

$$-1/(2\cos(y^2/u)) \cdot (-\sin(y^2/u) \cdot (2y/u) \cdot \sqrt{1/x + 1/z} \cdot \Delta y$$

$$+1/\cos(y^2/u) \cdot 1/(2\sqrt{1/x + 1/z}) \cdot (-1/z^2)\Delta z$$

$$-1/(2\cos(y^2/u)) \cdot (-\sin(y^2/u) \cdot (-y^2/u^2) \cdot \sqrt{1/x + 1/z} \cdot \Delta u$$

10 Kurz-Schuljahr 2007/08

10.1 Herbstsemester 2007/08

10.1.1 HS 07/08 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 27. November 2007

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man die Funktion (den Algorithmus) zur Zerlegung einer allgemeinen quadratischen Matrix in ein Produkt von zwei speziellen Matrizen, welche eng mit der Gauss-Elimination verwandt ist?

   1b) Welchen Fehler kann man bei der Eingabe des Befehls, der ein Skalarprodukt berechnen sollte, vermuten, wenn sich als Resultat eine Matrix ergibt statt ein Skalar?

   1c) Wieviele Nullen muss eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reel, im Fall, dass n eine ungerade Zahl ist?

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!

$$\begin{pmatrix} b \\ c \\ a \\ f \\ e \\ d \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

3) Das ebene Rechteck `A=[6 4]'`, `B=[14 4]'`, `C=[14 8]'`, `D=[6 8]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[5 2]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[8 0 0]'`, `C=[8 8 0]'`, `D=[0 8 0]'`, `E=[0 0 8]'`, `F=[8 0 8]'`, `G=[8 8 8]'`, `H=[0 8 8]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,B, MC und MD gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DH. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und H von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien haben je eine Höhe von 18 cm, einen Durchmesser von 4 cm und 6 Umgänge. die rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 2,\ y = 0$ und z variabel und die linksdrehende die Achse $x = -2,\ y = 0$ und z variabel.
   Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
   Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen oberen Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 5 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 6 ist.

10.1.2 HS 07/08 – Prüfung 1, G, 27. November 2007

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) In welchem Zusammenhang kommt das Verfahren des Vorwärts-Einsetzens zur Anwendung?

   1b) Welchen Fehler kann man bei der Eingabe des Befehls der ein Skalarprodukt berechnen sollte vermuten, wenn MATLAB die Meldung ausgibt "Error using mtimes, inner matrix dimensions must agree"?

   1c) Wieviele Nullen muss eine tridiagonale Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reell, im Fall, dass n eine gerade Zahl ist?

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!

$$\begin{pmatrix} f \\ e \\ d \\ c \\ a \\ b \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

3) Das ebene Rechteck `A=[5 4]'`, `B=[11 4]'`, `C=[11 8]'`, `D=[5 8]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[4 2]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[4 0 0]'`, `C=[4 4 0]'`, `D=[0 4 0]'`, `E=[0 0 4]'`, `F=[4 0 4]'`, `G=[4 4 4]'`, `H=[0 4 4]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,D, MB und MC gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MB der Mittelpunkt der Strecke BF. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und G von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien haben je eine Höhe von 20 cm, einen Durchmesser von 6 cm und 5 Umgänge. die rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 3,\ y = 0$ und z variabel und

die linksdrehende die Achse $x = -3,\ y = 0$ und z variabel.
Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen unteren Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 3 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 4 ist.

10.1.3 HS 07/08 – Prüfung 1, B, 27. November 2007

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Algorithmus muss vorgängig erledigt sein, bevor man mit Vorwärts- und Rückwärts-Einsetzen die Lösung eines Gleichungssystems fertig berechnen kann?

   1b) Welchen Fehler kann man beim soeben eingegebenen Befehl vermuten, wenn MATLAB die Meldung ausgibt "Error using mpower, matrix must be square"?

   1c) Welche Bedingung müssen die Diagonalelemente in einer antisymmetrischen Matrix erfüllen?

   1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reell, im Fall, dass n eine ungerade Zahl ist?

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!
$$\begin{pmatrix} a \\ f \\ b \\ c \\ e \\ d \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

3) Das ebene Rechteck `A=[5 2]'`, `B=[11 2]'`, `C=[11 4]'`, `D=[5 4]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[4 1]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[6 0 0]'`, `C=[6 6 0]'`, `D=[0 6 0]'`, `E=[0 0 6]'`, `F=[6 0 6]'`, `G=[6 6 6]'`, `H=[0 6 6]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,D, MB und MC gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MB der Mittelpunkt der Strecke BF. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und G von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien

haben je eine Höhe von 24 cm, einen Durchmesser von 4 cm und 6 Umgänge. die rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 2,\ y = 0$ und z variabel und die linksdrehende die Achse $x = -2,\ y = 0$ und z variabel.
Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen oberen Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 3 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 4 ist.

10.1.4 HS 07/08 – Prüfung 1, Y, 27. November 2007

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welches sind die beiden wichtigsten Lösungs-Algorithmen für lineare Gleichungssysteme, bei denen das Rückwärts-Einsetzen den Abschluss bildet.

   1b) Welchen Fehler kann man bei der Eingabe des Befehls der zwei Zeilenvektoren elementweise miteinander multiplizieren sollte, vermuten, wenn MATLAB die Meldung ausgibt "Error using mtimes, inner matrix dimensions must agree"?

   1c) Wieviele Nullen muss eine tridiagonale Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reell, im Fall, dass n eine gerade Zahl ist?

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!

$$\begin{pmatrix} e \\ d \\ a \\ b \\ c \\ f \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

3) Das ebene Rechteck `A=[6 2]'`, `B=[14 2]'`, `C=[14 4]'`, `D=[6 4]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[5 1]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[2 0 0]'`, `C=[2 2 0]'`, `D=[0 2 0]'`, `E=[0 0 2]'`, `F=[2 0 2]'`, `G=[2 2 2]'`, `H=[0 2 2]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,B, MC und MD gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DH. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und H von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien haben je eine Höhe von 15 cm, einen Durchmesser von 6 cm und 5 Umgänge. die

rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 3,\ y = 0$ und z variabel und die linksdrehende die Achse $x = -3,\ y = 0$ und z variabel.
Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen unteren Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 5 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 6 ist.

10.1.5 WS 07/08 – Lösungen zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 27. November 2007

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man die Funktion (den Algorithmus) zur Zerlegung einer allgemeinen quadratischen Matrix in ein Produkt von zwei speziellen Matrizen, welche eng mit der Gauss-Elimination verwandt ist?

L 1a) die L-R-Faktorisierung (l-u-decomposition)

1b) Welchen Fehler kann man bei der Eingabe des Befehls, der ein Skalarprodukt berechnen sollte, vermuten, wenn sich als Resultat eine Matrix ergibt statt ein Skalar?

L 1b) Der eingegebene Vektor war ein Zeilenvektor statt ein Spaltenvektor

1c) Wieviele Nullen muss eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

L 1c) n Nullen, auf der Diagonalen

1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reel, im Fall, dass n eine ungerade Zahl ist?

L 1d) genau eine Wurzel ist reell, alle andern kommen in konjugiert komplexen Paaren vor.

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!

$$\begin{pmatrix} b \\ c \\ a \\ f \\ e \\ d \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

L 2) $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Das ebene Rechteck `A=[6 4]'`, `B=[14 4]'`, `C=[14 8]'`, `D=[6 8]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[5 2]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3)
```
 Reco = [ 6 14 14 6 6; 4  4  8  8  4; 1  1  1  1  1]
 Tz = [ 1  0 -5; 0  1 -2; 0  0  1],  Ps = [-1  0  0; 0 -1  0; 0  0  1]
 Tb = [ 1  0  5; 0  1  2; 0  0  1],  Tt = Tb*Ps*Tz , Retr = Tt*Reco
%  Tt = [-1  0 10; 0 -1  4; 0  0  1]
%  Retr = [ 4 -4 -4  4  4; 0  0 -4 -4  0; 1  1  1  1  1]
```

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[8 0 0]'`, `C=[8 8 0]'`, `D=[0 8 0]'`, `E=[0 0 8]'`, `F=[8 0 8]'`, `G=[8 8 8]'`, `H=[0 8 8]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,B, MC und MD gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DH. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und H von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[0 0 0]',  B=[8 0 0]',
C=[8 8 0]',  D=[0 8 0]',
E=[0 0 8]',  F=[8 0 8]',
G=[8 8 8]',  H=[0 8 8]'
AB = B-A; AMD = (D+H)/2 - A;
N = cross(AB, AMD)  % = [ 0 -32 64]'
en = N/norm(N)      % = [ 0 -0.4472 0.8944]'
dkrit = en'*A       % = 0  Ebene geht durch A = (0/0/0)
de = en'*E - dkrit  %   7.1554
dh = en'*H - dkrit  %   3.5777
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien haben je eine Höhe von 18 cm, einen Durchmesser von 4 cm und 6 Umgänge. die rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 2,\ y = 0$ und z variabel und die linksdrehende die Achse $x = -2,\ y = 0$ und z variabel.
Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

L 5)
```
t = (0:0.01:6)*2*pi; h = 18/6;
% Schraube bei x = 2, R= 2, h = 18/6 = 3
%  Start bei x - 0:  rechtsdrehend
  xr = 2 - 2*cos(t) ; yr = -2*sin(t); zr = t*h/(2*pi);
  plot3(xr,yr,zr);  hold on
```

```
% Schraube, Achse bei x = -2, R= 2, h = 18/6 = 3
%  Start bei x = 0, linkssdrehend
  xl = -2 +2*cos(t) ; yl = -2*sin(t); zl = t*h/(2*pi);
  plot3(xl,yl,zl) ;  axis equal;  hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen oberen Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 5 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 6 ist.

L 6)

```
function BM = bandpart(M)
[nz,ns] = size(M); BM = M;
bandwid = 6;
for zei =  1:(nz-bandwid)
  for spa = (zei+bandwid):ns
    BM(zei,spa) = 0;
  end
end
```

10.1.6 WS 07/08 – Lösungen zur Prüfung 1, G, 27. November 2007

G **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) In welchem Zusammenhang kommt das Verfahren des Vorwärts-Einsetzens zur Anwendung?

L 1a) Bei der L-R-Faktorisierung (l-u-decomposition)

1b) Welchen Fehler kann man bei der Eingabe des Befehls der ein Skalarprodukt berechnen sollte vermuten, wenn MATLAB die Meldung ausgibt "Error using mtimes, inner matrix dimensions must agree"?

L 1b) Der linke Faktor sollte ein Spaltenvektor sein, (ev. Transponieren vergessen)

1c) Wieviele Nullen muss eine tridiagonale Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

L 1c) n*n - n - 2*(n-1)

1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reell, im Fall, dass n eine gerade Zahl ist?

L 1d) genau 2 Lösungen: plus/minus Wurzel aus Betrag.

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!

$$\begin{pmatrix} f \\ e \\ d \\ c \\ a \\ b \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

L 2) $P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Das ebene Rechteck `A=[5 4]'`, `B=[11 4]'`, `C=[11 8]'`, `D=[5 8]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[4 2]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3)
```
Reco = [ 5 11 11 5 5; 4  4  8  8  4; 1  1  1  1  1]
Tz = [ 1  0 -4; 0  1 -2; 0  0  1],  Ps = [-1  0  0; 0 -1  0; 0  0  1]
Tb = [ 1  0  4; 0  1  2; 0  0  1],  Tt = Tb*Ps*Tz , Retr = Tt*Reco
% Tt = [-1  0  8; 0 -1  4; 0  0  1]
% Retr = [ 3 -3 -3  3  3; 0  0 -4 -4  0; 1  1  1  1  1]
```

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[4 0 0]'`, `C=[4 4 0]'`, `D=[0 4 0]'`, `E=[0 0 4]'`, `F=[4 0 4]'`, `G=[4 4 4]'`, `H=[0 4 4]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,D, MB und MC gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MB der Mittelpunkt der Strecke BF. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und G von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[0 0 0]',  B=[4 0 0]',
C=[4 4 0]',  D=[0 4 0]',
E=[0 0 4]',  F=[4 0 4]',
G=[4 4 4]',  H=[0 4 4]'
AD = D-A; AMB = (B+F)/2 - A;
N = cross(AMB, AD)  % = [ -8  0  16]'
en = N/norm(N)      % = [ -0.4472 0  0.8944]'
dkrit = en'*A       % = 0  Ebene geht durch A = (0/0/0)
de = en'*E - dkrit  %   3.5777
dg = en'*G - dkrit  %   1.7889
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien haben je eine Höhe von 20 cm, einen Durchmesser von 6 cm und 5 Umgänge. die rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 3,\ y = 0$ und z variabel und die linksdrehende die Achse $x = -3,\ y = 0$ und z variabel.
Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

L 5)
```
t = (0:0.01:5)*2*pi; h = 20/5;
% Schraube bei x = 3, R= 3, h = 20/5 = 4
%  Start bei x = 0:  rechtsdrehend
  xr = 3 - 3*cos(t) ; yr = -3*sin(t); zr = t*h/(2*pi);
  plot3(xr,yr,zr);  hold on
% Schraube, Achse bei x = -3, R= 3, h = 20/5 = 4
%  Start bei x = 0, linksdrehend
  xl = -3 +3*cos(t) ; yl = -3*sin(t); zl = t*h/(2*pi);
  plot3(xl,yl,zl) ;  axis equal;  hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen unteren Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 3 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 3 ist.

L 6)

```
function BM = bandpartl(M)
[nz,ns] = size(M); BM = M;
bandwid = 4;
for zei =  (bandwid+1):nz
  for spa =  1:(zei-bandwid)
    BM(zei,spa) = 0;
  end
end
```

10.1.7 WS 07/08 – Lösungen zur Prüfung 1, B, 27. November 2007

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Algorithmus muss vorgängig erledigt sein, bevor man mit Vorwärts- und Rückwärts-Einsetzen die Lösung eines Gleichungssystems fertig berechnen kann?

   1b) Welchen Fehler kann man beim soeben eingegebenen Befehl vermuten, wenn MATLAB die Meldung ausgibt "Error using mpower, matrix must be square"?

   1c) Welche Bedingung müssen die Diagonalelemente in einer antisymmetrischen Matrix erfüllen?

   1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reell, im Fall, dass n eine ungerade Zahl ist?

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!

$$\begin{pmatrix} a \\ f \\ b \\ c \\ e \\ d \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

L 2) $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Das ebene Rechteck `A=[5 2]'`, `B=[11 2]'`, `C=[11 4]'`, `D=[5 4]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[4 1]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3) `Reco = [ 5 11 11 5 5; 2  2  4  4  2; 1  1  1  1  1]`

```
Tz = [ 1  0 -4; 0  1 -1; 0  0  1],  Ps = [-1  0  0; 0 -1  0; 0  0  1]
Tb = [ 1  0  4; 0  1  1; 0  0  1],  Tt = Tb*Ps*Tz , Retr = Tt*Reco
% Tt = [-1  0  8; 0 -1  2; 0  0  1]
% Retr = [ 3 -3 -3  3  3; 0  0 -2 -2  0; 1  1  1  1  1]
```

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[6 0 0]'`, `C=[6 6 0]'`, `D=[0 6 0]'`, `E=[0 0 6]'`, `F=[6 0 6]'`, `G=[6 6 6]'`, `H=[0 6 6]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,D, MB und MC gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MB der Mittelpunkt der Strecke BF. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und G von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[0 0 0]',  B=[6 0 0]',
C=[6 6 0]',  D=[0 6 0]',
E=[0 0 6]',  F=[6 0 6]',
G=[6 6 6]',  H=[0 6 6]'
AD = D-A; AMB = (B+F)/2 - A;
N = cross(AMB, AD)  % = [ -18 0  36]'
en = N/norm(N)      % = [ -0.4472 0  0.8944]'
dkrit = en'*A       % = 0  Ebene geht durch A = (0/0/0)
de = en'*E - dkrit  %   5.3666
dg = en'*G - dkrit  %   2.6833
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien haben je eine Höhe von 24 cm, einen Durchmesser von 4 cm und 6 Umgänge. die rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 2,\ y = 0$ und z variabel und die linksdrehende die Achse $x = -2,\ y = 0$ und z variabel.
Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

L 5)
```
t = (0:0.01:6)*2*pi; h =  24/6;
% Schraube bei x = 2, R= 2, h = 18/6 = 3
%  Start bei x - 0:
  xr = 2 - 2*cos(t) ; yr = -2*sin(t); zr = t*h/(2*pi);
  plot3(xr,yr,zr);  hold on
% Schraube, Achse bei x = -2, R= 2, h = 18/6 = 3
%  Start bei x = 0, rechtsdrehend
  xl = -2 +2*cos(t) ; yl = -2*sin(t); zl = t*h/(2*pi);
  plot3(xl,yl,zl) ;  axis equal;  hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen oberen Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 3 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 4 ist.

L 6)

```
function BM = bandpart(M)
[nz,ns] = size(M); BM = M;
bandwid = 4;
for zei =  1:(nz-bandwid)
  for spa = (zei+bandwid):ns
    BM(zei,spa) = 0;
  end
end
```

10.1.8 WS 07/08 – Lösungen zur Prüfung 1, Y, 27. November 2007

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 27. November 2007

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welches sind die beiden wichtigsten Lösungs-Algorithmen für lineare Gleichungssysteme, bei denen das Rückwärts-Einsetzen den Abschluss bildet.

   1b) Welchen Fehler kann man bei der Eingabe des Befehls der zwei Zeilenvektoren elementweise miteinander multiplizieren sollte, vermuten, wenn MATLAB die Meldung ausgibt "Error using mtimes, inner matrix dimensions must agree"?

   1c) Wieviele Nullen muss eine tridiagonale Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Wieviele der Lösungen einer n-ten Wurzel aus einer positiven rellen Zahl sind rein reell, im Fall, dass n eine gerade Zahl ist?

2) Suchen Sie die Permutationsmatrixen P so, dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Komponenten a .. f im angegebenen Vektor gilt!

$$\begin{pmatrix} e \\ d \\ a \\ b \\ c \\ f \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \end{pmatrix}$$

L 2) $P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) Das ebene Rechteck `A=[6 2]'`, `B=[14 2]'`, `C=[14 4]'`, `D=[6 4]'` soll einer Punktspiegelung um den Punkt `P=[5 1]'` unterworfen werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3)
```
Reco = [ 6 14 14 6 6; 2  2  4  4  2; 1  1  1  1  1]
Tz = [ 1  0 -5; 0  1 -1; 0  0  1],  Ps = [-1  0  0; 0 -1  0; 0  0  1]
Tb = [ 1  0  5; 0  1  1; 0  0  1],  Tt = Tb*Ps*Tz , Retr = Tt*Reco
```

```
% Tt = [-1  0 10; 0 -1  2; 0  0  1]
% Retr = [ 4 -4 -4  4  4; 0  0 -2 -2  0; 1  1  1  1  1]
```

4) Im Würfel ABCD EFGH (`A=[0 0 0]'`, `B=[2 0 0]'`, `C=[2 2 0]'`, `D=[0 2 0]'`, `E=[0 0 2]'`, `F=[2 0 2]'`, `G=[2 2 2]'`, `H=[0 2 2]'`) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,B, MC und MD gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CG ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DH. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der Punkte E und H von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[0 0 0]',  B=[2 0 0]',
C=[2 2 0]',  D=[0 2 0]',
E=[0 0 2]',  F=[2 0 2]',
G=[2 2 2]',  H=[0 2 2]'
AB = B-A; AMD = (D+H)/2 - A;
N = cross(AB, AMD)  % = [ 0 -2 4]'
en = N/norm(N)      % = [ 0 -0.4472 0.8944]'
dkrit = en'*A       % = 0  Ebene geht durch A = (0/0/0)
de = en'*E - dkrit  %   1.7889
dh = en'*H - dkrit  %   0.8944
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der folgenden zwei Schraubenlinien (Schneidekanten der beiden Zylinder eines Mahlwerks): Beide Schraubenlinien haben je eine Höhe von 15 cm, einen Durchmesser von 6 cm und 5 Umgänge. die rechtsdrehende Schraubenlinie hat die Achse $x = 3,\ y = 0$ und z variabel und die linksdrehende die Achse $x = -3,\ y = 0$ und z variabel.
Beide Schraubenlinien starten am Punkt (0/0/0).
Geben Sie die MATLAB Befehle an, um diese beiden Linien in derselben Grafik zu zeichnen!

L 5)
```
t = (0:0.01:6)*2*pi; h = 15/5;
% Schraube bei x = 3, R= 3, h = 15/5 = 3
%  Start bei x = 0: rechtsdrahend
  xr = 3 - 3*cos(t) ; yr = -3*sin(t); zr = t*h/(2*pi);
  plot3(xr,yr,zr);  hold on
% Schraube, Achse bei x = -3, R= 2, h = 18/6 = 3
%  Start bei x = 0, linksdrehend
  xl = -3 + 3*cos(t) ; yl = -3*sin(t); zl = t*h/(2*pi);
  plot3(xl,yl,zl) ;  axis equal;  hold off
```

6) Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche in einer eingegebenen unteren Dreiecksmatrix so viele Elemente mit Null überschreibt, dass neben der Diagonalen nur noch 5 zu dieser parallele Linien übrigbleiben , die von Null verschiedene

Werte aufweisen. Von der eingegebenen Matrix darf vorausgesetzt werden, dass deren Dimensionszahl grösser als 6 ist.

L 6)
```
function BM = bandpartl(M)
[nz,ns] = size(M); BM = M;
bandwid = 6;
for zei =  (bandwid+1):nz
  for spa =  1:(zei-bandwid)
    BM(zei,spa) = 0;
  end
end
```

10.1.9 WS 07/08 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 8. Januar 2008

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Januar 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her $(\mathrm{S} \cdot \mathrm{A})$ alle Zeilen um einen Platz nach oben verschiebt und die oberste Zeile von A zuunterst einfügt!

   1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Spiegelung an der x-Achse (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl sowohl eine durchgezogene rote Linie als auch rote Kreise als Marker zeichnet!

   1d) In welchem Teilschritt des Eliminations-Vorgangs in der L-R-Zerlegung und mit welcher arithmetischen Operation entstehen die zum Aufbau der L-Matrix verwendeten Zahlenwerte?

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter a und r_0 der (nicht in eine klassiche Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = r_0 + a \cdot w^2$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte $(0.8/0)$ und $(-2.8/0)$ geht.
   Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in schwarzer Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch rote Ringe zu markieren

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-2/0/0)$ $B(2/0/0)$ $C(2/4/0)$ $D(-2/4/0)$, $E(-2/0/4)$ etc. sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) in Hesse'scher Normalform gesucht.

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (-10/0)$ $B = (-10/-2)$ $C = (-8/-2)$ zuerst an der Geraden y = 4 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden x = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/6 bis +pi/6 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Sieben

Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/6$ und $w_7 = pi/6$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{y^2 + z^2} + x^2$$

unter der Nebenbedingung

$$y^2 + 10 = x + z$$

10.1.10 WS 07/08 – Prüfung 2, G, 8. Januar 2008

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Januar 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her (S · A) alle Zeilen um einen Platz nach unten verschiebt, und die unterste Zeile von A zuoberst wieder einfügt!

   1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Punktspiegelung am Koordinatenursprung (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl an den mit den Eingabevektoren angegebenen Koordinaten grüne Kreise als Marker zeichnet ohne dazwischen die Linie zurchzuziehen!

   1d) Welche Aktion unternimmt man mit der Matrix, wenn man im Gauss-Algorithmus (bzw. der L-R-Zerlegung) festgestellt hat, dass ein Element in derselben Spalte weiter unten sich besser als Pivot-Element eignen würde als das aktuelle Diagonal-Element?

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter a und r_0 der (nicht in eine klassiche Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = r_0 + a \cdot (w)^2$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte (0.5/0) und (−2.5/0) geht.
   Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in schwarzer Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch grüne Diagonalkreuze zu markieren

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-3/0/0)$ $B(3/0/0)$ $C(3/6/0)$ $D(-3/6/0)$, $E(-3/0/6)$ etc. sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) in Hesse'scher Normalform gesucht.

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (0/-10)$ $B = (-2/-10)$ $C = (-2/-8)$ zuerst an der Geraden x = 4 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden y = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/4 bis +pi/4 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Neun Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/4$ und $w_9 = pi/4$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{x^2 + y^2} + z^2$$

unter der Nebenbedingung

$$z^2 + 8 = x + y$$

10.1.11 WS 07/08 – Prüfung 2, B, 8. Januar 2008

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Januar 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her (S · A) alle Zeilen um einen Platz nach oben verschiebt, und zuunterst eine Zeile mit lauter Nullen erzeugt!

   1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Spiegelung an der x-Achse (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl sowohl eine durchgezogene blaue Linie als auch blaue Diagonalkreuze als Marker zeichnet!

   1d) Durch welche Elemente aus einer R-Matrix muss beim Rückwärts-Einsetzen dividiert werden?

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter a und r_0 der(nicht in eine klassiche Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = r_0 + a \cdot (w^2)$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte (0.4/0) und (−3.4/0) geht.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in roter Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch blaue Ringe zu markieren

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-4/0/0)$ $B(4/0/0)$ $C(4/8/0)$ $D(-4/8/0)$, $E(-4/0/8)$ etc. sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) in Hesse'scher Normalform gesucht.

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (-8/0)$ $B = (-8/-4)$ $C = (-4/-4)$ zuerst an der Geraden y = 2 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden x = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/6 bis +pi/6 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Neun

Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/6$ und $w_9 = pi/6$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{x^4 + y^2 + z^2}$$

unter der Nebenbedingung

$$z^2 + 5 = y + x$$

10.1.12 WS 07/08 – Prüfung 2, Y, 8. Januar 2008

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Januar 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her (S · A) alle Zeilen um einen Platz nach unten verschiebt, und zuoberst eine Zeile mit lauter Nullen erzeugt!

   1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Spiegelung an der y-Achse (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

   1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl sowohl eine durchgezogene schwarze Linie als auch schwarze stehende Kreuze als Marker zeichnet!

   1d) Wieso ist die Methode zur Lösung von linearen Gleichungssystemnen nach der Kramerschen Regel für grosse Gleichungssysteme nicht zu empfehlen?

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter r_0 und a der (nicht in eine klassiche Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = r_0 + a \cdot (w)^2$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte $(0.2/0)$ und $(-3.2/0)$ geht.
   Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in schwarzer Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch rote Ringe zu markieren

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-1/0/0)$ $B(1/0/0)$ $C(1/2/0)$ $D(-1/2/0)$, $E(-1/0/2)$ etc. (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen in Hesse'scher Normalform gesucht.

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (0/-8)$ $B = (-4/-8)$ $C = (-4/-4)$ zuerst an der Geraden x = 2 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden y = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/4 bis +pi/4 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Sieben

Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/4$ und $w_7 = pi/4$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{x^2 + y^2 + z^4}$$

unter der Nebenbedingung

$$x^2 + 10 = y + z$$

10.1.13 WS 07/08 –Lösungen zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 8. Januar 2008

R **Lösungen zur Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Januar 2008
Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her $(S \cdot A)$ alle Zeilen um einen Platz nach oben verschiebt und die oberste Zeile von A zuunterst einfügt!

L1a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Spiegelung an der x-Achse (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

L1b) Das Produkt M'*M ergibt die Einheitsmatrix I. Alle Diagonalelemente sind 1 oder minus 1, beides gibt quadriert plus 1.

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl sowohl eine durchgezogene rote Linie als auch rote Kreise als Marker zeichnet!

L1c plot(x,y,'r-o')

1d) In welchem Teilschritt des Eliminations-Vorgangs in der L-R-Zerlegung und mit welcher arithmetischen Operation entstehen die zum Aufbau der L-Matrix verwendeten Zahlenwerte?

L1d Die Eliminationsfaktoren aus denen die L-Matrix aufgebaut wird sind die Quotienten aus der Elementen unterhalb der Diagonale dividiert durch das zugehörige Pivot-Element.

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter a und r_0 der (nicht in eine klassiche Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = r_0 + a \cdot w^2$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte (0.8/0) und $(-2.8/0)$ geht.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in schwarzer Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch rote Ringe zu markieren

L2)
```
% fuer w = 0 ist r = 0.8
  r0 = 0.8
%  fuer w = pi ist r = 2.8
%  a*w*w ist also 2
```

```
  a = 2/pi^2
w = (0:0.01:2)*2*pi
r = r0+ a*w.^2
polar(w,r,'k')
hold on
plot([0.8 -2.8] , [0 0], 'ro')
hold off
```

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-2/0/0)$ $B(2/0/0)$ $C(2/4/0)$ $D(-2/4/0)$, $E(-2/0/4)$ etc. sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) in Hesse'scher Normalform gesucht.

L3
```
ABCD und EFGH sind horizontal, also ist der Normalenvektor in z-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung (Hoehenpositionen) sind 0 und 4\\
ABCD :   [ 0 0 1]' * OP = 0   ;  EFGH : [ 0 0 1] * OP - 4 = 0;\\
ABFE und DCGH sind vertikal , parallel zur xz Ebene,
 der Normalenvektor ist in x-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung  sind 0 und 4\\
ABFE :   [ 0 1 0]' * OP   = 0   ;  DGCH : [ 0 1 0] * OP - 4 = 0;\\
AEHD und BCGF sind vertikal , parallel zur yz Ebene,
 der Normalenvektor ist in y-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung  sind -2 und 2\\
AEHD :   [ 1 0 0]' * OP +2  = 0   ;  BGCF : [ 1 0 0] * OP - 2 = 0;\\
% zur Verifikation: immer die Punkte die zur Ebene gehoeren geben Null
%   und selektieren dann den Buchstaben mit logischen Index-Array
W = [ -2 2 2 -2  -2 2 2 -2; 0 0 4 4 0 0 4 4; 0 0 0 0 4 4 4 4] ;
S = 'ABCDEFGH';
ebd = [0 0 1] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 0 1] * W - 4; S(ebd==0)
ebd = [0 1 0] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 1 0] * W - 4; S(ebd==0)
ebd = [ 1 0 0] * W + 2 ; S(ebd==0) ,  ebd = [1 0 0] * W - 2 ; S(ebd==0)
```

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (-10/0)$ $B = (-10/-2)$ $C = (-8/-2)$ zuerst an der Geraden y = 4 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden x = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

L4)
```
Dor = [ -10 -10 -8 -10; 0 -2 -2 0; 1 1 1  1]
Sz = [ 1 0 0; 0 1 -4; 0 0 1], Sb = [ 1 0 0; 0 1 4; 0 0 1],
Mxax = [ 1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1], Myax = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1],
```

```
Tt = Myax*Sb*Mxax*Sz  % Tt = [ -1 0 0; 0 -1 8; 0 0 1]
Dt = Tt * Dor  % Dt =  [ 10 10 8 10; 8 10 10 8; 1 1 1 1]
```

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/6 bis +pi/6 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Sieben Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/6$ und $w_7 = pi/6$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

L5)
```
xf = linspace(-pi/6, pi/6, 7)
yf = cos(xf)
A = [xf.^2; xf; ones(1,7)]' ; p = A\yf'
xc = -pi/4:0.01:pi/4
yc = p(1)*xc.^2 + p(2)*xc + p(3)
plot(xc,yc) ; hold on
plot(xf,yf,'ro'); hold off
```

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{y^2 + z^2} + x^2$$

unter der Nebenbedingung

$$y^2 + 10 = x + z$$

L6)
```
syms x y z w
L = (y^2 + z^2)^(1/4) + x^2 + w*(-x-z+y^2 + 10)
diff(L,x)
% 2*x-w
diff(L,y)
% 1/2/(y^2+z^2)^(3/4)*y+2*w*y
diff(L,z)
% 1/2/(y^2+z^2)^(3/4)*z-w
diff(L,w)
% -x-z+y^2+10
```

10.1.14 WS 07/08 –Lösungen zur Prüfung 2, G, 8. Januar 2008

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 — 8. Januar 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her (S · A) alle Zeilen um einen Platz nach unten verschiebt, und die unterste Zeile von A zuoberst wieder einfügt!

L1a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Punktspiegelung am Koordinatenursprung (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

L1b) Das Produkt M'*M ergibt die Einheitsmatrix I. Alle Diagonalelemente sind 1 oder minus 1, beides gibt quadriert plus 1.

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl an den mit den Eingabevektoren angegebenen Koordinaten grüne Kreise als Marker zeichnet ohne dazwischen die Linie zurchzuziehen!

L1c plot(x,y,'go')

1d) Welche Aktion unternimmt man mit der Matrix, wenn man im Gauss-Algorithmus (bzw. der L-R-Zerlegung) festgestellt hat, dass ein Element in derselben Spalte weiter unten sich besser als Pivot-Element eignen würde als das aktuelle Diagonal-Element?

L1d Man vertauscht die beiden Zeilen miteinander.

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter a und r_0 der (nicht in eine klassische Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = r_0 + a \cdot (w)^2$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte (0.5/0) und (−2.5/0) geht.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in schwarzer Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch grüne Diagonalkreuze zu markkieren

L2)
```
% fuer w = 0 ist r = 0.5
  r0 = 0.5
%  fuer w = pi ist r = 2.5
%  a*w*w ist also 2
```

```
  a = 2/pi^2
w = (0:0.01:2)*2*pi
r = r0+ a*w.^2
polar(w,r,'k')
hold on
plot([0.5 -2.5] , [0 0], 'gx')
hold off
```

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-3/0/0)$ $B(3/0/0)$ $C(3/6/0)$ $D(-3/6/0)$, $E(-3/0/6)$ etc. sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) in Hesse'scher Normalform gesucht.

L3
```
ABCD und EFGH sind horizontal, also ist der Normalenvektor in z-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung (Hoehenpositionen) sind 0 und 6\\
ABCD :   [ 0 0 1]' * OP = 0   ;  EFGH : [ 0 0 1] * OP - 6 = 0;\\
ABFE und DCGH sind vertikal , parallel zur xz Ebene,
 der Normalenvektor ist in y-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung  sind 0 und 6\\
ABFE :   [ 0 1 0]' * OP  = 0   ;  DGCH : [ 0 1 0] * OP - 6 = 0;\\
AEHD und BCGF sind vertikal , parallel zur xz Ebene,
 der Normalenvektor ist in y-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung  sind -3 und 3\\
AEHD :   [ 1 0 0]' * OP  +3 = 0   ;  BGCF : [ 1 0 0] * OP - 3 = 0;\\
% zur Verifikation: immer die Punkte die zur Ebene gehoeren geben Null
%   und selektieren dann den Buchstaben mit logischen Index-Array
W = [ -3 3 3 -3  -3 3 3 -3; 0 0 6 6 0 0 6 6; 0 0 0 0 6 6 6 6] ;
S = 'ABCDEFGH';
ebd = [0 0 1] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 0 1] * W - 6; S(ebd==0)
ebd = [0 1 0] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 1 0] * W - 6; S(ebd==0)
ebd = [ 1 0 0] * W + 3 ; S(ebd==0) ,  ebd = [1 0 0] * W - 3 ; S(ebd==0)
```

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (0/-10)$ $B = (-2/-10)$ $C = (-2/-8)$ zuerst an der Geraden x = 4 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden y = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

L4)
```
Dor = [ 0 -2 -2 0; -10 -8 -8 -10; 1 1 1  1]
Sz = [ 1 0 -4; 0 1 0; 0 0 1], Sb = [ 1 0 4; 0 1 0; 0 0 1],
Myax = [ -1 0 0; 0 1 0; 0 0 1], Mxax = [ 1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1],
```

```
Tt = Mxax*Sb*Myax*Sz   % = [ -1 0 8; 0 -1 0; 0 0 1]
Dt = Tt * Dor    % = [ 8 10 10 8; 10 8 8 10; 1 1 1 1]
```

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/4 bis +pi/4 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Neun Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/4$ und $w_9 = pi/4$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

L5)
```
xf = linspace(-pi/4, pi/4, 9)
yf = cos(xf)
A = [xf.^2; xf; ones(1,9)]' ; p = A\yf'
xc = -pi/4:0.01:pi/4
yc = p(1)*xc.^2 + p(2)*xc + p(3)
plot(xc,yc) ; hold on
plot(xf,yf,'ro'); hold off
```

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{x^2 + y^2} + z^2$$

unter der Nebenbedingung

$$z^2 + 8 = x + y$$

L6)
```
syms x y z w
L = (x^2 + y^2)^(1/4) + z^2 + w*(-x-y+z^2 + 8)
diff(L,x)
% 1/2/(x^2+y^2)^(3/4)*x-w
diff(L,y)
% 1/2/(x^2+y^2)^(3/4)*y-w
diff(L,z)
% 2*z+2*w*z
diff(L,w)
% -x-y+z^2+8
```

10.1.15 WS 07/08 –Lösungen zur Prüfung 2, B, 8. Januar 2008

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 8. Januar 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her ($S \cdot A$) alle Zeilen um einen Platz nach oben verschiebt, und zuunterst eine Zeile mit lauter Nullen erzeugt!

L1a) $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Spiegelung an der x-Achse (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

L1b) Das Produkt M'*M ergibt die Einheitsmatrix I. Alle Diagonalelemente sind 1 oder minus 1, beides gibt quadriert plus 1.

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl sowohl eine durchgezogene blaue Linie als auch blaue Diagonalkreuze als Marker zeichnet!

L1c plot(x,y,'b-x')

1d) Durch welche Elemente aus einer R-Matrix muss beim Rückwärts-Einsetzen dividiert werden?

L1d Durch die Diagonalelemente der R-Matrix, das sind gerade die Pivot-Elemente der Eliminationsphase.

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter a und r_0 der(nicht in eine klassiche Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = r_0 + a \cdot (w^2)$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte $(0.4/0)$ und $(-3.4/0)$ geht.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in roter Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch blaue Ringe zu markieren

L2)
```
% fuer w = 0 ist r = 0.4
  r0 = 0.4
%  fuer w = pi ist r = 3.4
%  a*w*w ist also 3
  a = 3/pi^2
```

```
w = (0:0.01:2)*2*pi
r = r0+ a*w.^2
polar(w,r,'r')
hold on
plot([0.4 -3.8] , [0 0], 'bo')
hold off
```

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-4/0/0)$ $B(4/0/0)$ $C(4/8/0)$ $D(-4/8/0)$, $E(-4/0/8)$ etc. sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) in Hesse'scher Normalform gesucht.

L3)
```
ABCD und EFGH sind horizontal, also ist der Normalenvektor in z-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung (Hoehenpositionen) sind 0 und 8\\
ABCD :   [ 0 0 1]' * OP = 0   ;  EFGH : [ 0 0 1] * OP - 8 = 0;\\
ABFE und DCGH sind vertikal , parallel zur xz Ebene,
 der Normalenvektor ist in y-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung  sind 0 und 8\\
ABFE :   [ 0 1 0]' * OP   = 0   ;  DGCH : [ 0 1 0] * OP - 8 = 0;\\
AEHD und BCGF sind vertikal , parallel zur xz Ebene,
 der Normalenvektor ist in y-Richtung:\\
Deren Distanzen zum Ursprung  sind 0 und 4\\
AEHD :   [ 1 0 0]' * OP + 4  = 0   ;  BGCF : [ 1 0 0] * OP - 4 = 0;\\
% zur Verifikation: immer die Punkte die zur Ebene gehoeren geben Null
%   und selektieren dann den Buchstaben mit logischen Index-Array
W = [ -4 4 4 -4  -4 4 4 -4; 0 0 8 8 0 0 8 8; 0 0 0 0 8 8 8 8] ;
S = 'ABCDEFGH';
ebd = [0 0 1] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 0 1] * W - 8; S(ebd==0)
ebd = [0 1 0] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 1 0] * W - 8; S(ebd==0)
ebd = [ 1 0 0] * W + 4 ; S(ebd==0) ,  ebd = [1 0 0] * W - 4 ; S(ebd==0)
```

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (-8/0)$ $B = (-8/-4)$ $C = (-4/-4)$ zuerst an der Geraden y = 2 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden x = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

L4)
```
Dor = [ -8 -8 -4 -8; 0 -4 -4 0; 1 1 1  1]
Sz = [ 1 0 0; 0 1 -2; 0 0 1], Sb = [ 1 0 0; 0 1 2; 0 0 1],
Mxax = [ 1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1], Myax = [ -1 0 0; 0 1 0; 0 0 1],
Tt = Myax*Sb*Mxax*Sz  % =  [ -1 0 0; 0 -1 4; 0 0 1]
Dt = Tt * Dor   % = [ 8 8 4 8; 4 8 8 4; 1 1 1 1]
```

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/6 bis +pi/6 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Neun Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/6$ und $w_9 = pi/6$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

L5)
```
xf = linspace(-pi/6, pi/6, 9)
yf = cos(xf)
A = [xf.^2; xf; ones(1,9)]' ; p = A\yf'
xc = -pi/4:0.01:pi/4
yc = p(1)*xc.^2 + p(2)*xc + p(3)
plot(xc,yc) ; hold on
plot(xf,yf,'ro'); hold off
```

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{x^4 + y^2 + z^2}$$

unter der Nebenbedingung

$$z^2 + 5 = y + x$$

L6)
```
syms x y z w
L = (x^4 + y^2+ z^2)^(1/4)  + w*(-x-y+z^2 +5 )
diff(L,x)
%1/(x^4+y^2+z^2)^(3/4)*x^3-w
diff(L,y)
%1/2/(x^4+y^2+z^2)^(3/4)*y-w
diff(L,z)
% 1/2/(x^4+y^2+z^2)^(3/4)*z+2*w*z
 diff(L,w)
%-x-y+z^2+5
```

10.1.16 WS 07/08 –Lösungen zur Prüfung 2, Y, 8. Januar 2008

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Januar 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine 4x4 Matrix S an, welche bei Multiplikation von links her (S · A) alle Zeilen um einen Platz nach unten verschiebt, und zuoberst eine Zeile mit lauter Nullen erzeugt!

L1a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1b) Wie kann man nachweisen, dass die Matrix der reinen Spiegelung an der y-Achse (ohne Translation!) in 2D homogenen Koordinaten eine orthogonale Matrix ist?

L1b) Das Produkt M'*M ergibt die Einheitsmatrix I. Alle Diagonalelemente sind 1 oder minus 1, beides gibt quadriert plus 1.

1c) Geben Sie die Buchstabengruppe an, mit der ein MATLAB-plot-Befehl sowohl eine durchgezogene schwarze Linie als auch schwarze stehende Kreuze als Marker zeichnet!

L1c plot(x,y,'k-+')

1d) Wieso ist die Methode zur Lösung von linearen Gleichungssystemnen nach der Kramerschen Regel für grosse Gleichungssysteme nicht zu empfehlen?

L1d Weil der Rechenaufwand im Vergleich zu den gebräuchlichen Algorithmen, wie z.B. Gauss-Elimination, viel zu stark ansteigt mit steigender Anzahl der Unbekannten.

2) **"Quadratische" Spirale** Bestimmen Sie die Parameter a und w_0 der (nicht in eine klassiche Kategorie einzureihenden) Spirale $r(w) = a \cdot (w - w_0)^2$ aus der Bedingung, dass die Kurve durch die Punkte (0.2/0) und (−3.2/0) geht.
Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um zwei ganze Umgänge der Kurve in schwarzer Farbe zu zeichnen und zusätzlich die vorgeschriebenen Punkte durch rote Ringe zu markkieren

L2)
```
% fuer w = 0 ist r = 0.2
  r0 = 0.2
%  fuer w = pi ist r = 3.2
%  a*w*w ist also 3
```

```
  a = 3/pi^2
w = (0:0.01:2)*2*pi
r = r0+ a*w.^2
polar(w,r,'k')
hold on
plot([0.2 -3.2] , [0 0], 'ro')
hold off
```

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Vom Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten $A(-1/0/0)$ $B(1/0/0)$ $C(1/2/0)$ $D(-1/2/0)$, $E(-1/0/2)$ etc. (ABCD, EFGH; ABFE, DCGH; AEHD, BCGF) sind die Ebenengleichungen aller sechs Quadratflächen in Hesse'scher Normalform gesucht.

L3)
```
ABCD und EFGH sind horizontal, also ist der Normalenvektor in z-Richtung:
Deren Distanzen zum Ursprung (Hoehenpositionen) sind 0 und 2
ABCD :   [ 0 0 1]' * OP = 0   ;  EFGH : [ 0 0 1] * OP - 2= 0;
ABFE und DCGH sind vertikal , parallel zur xz Ebene,
 der Normalenvektor ist in y-Richtung:
Deren Distanzen zum Ursprung  sind 0 und 2
ABFE :   [ 0 1 0]' * OP   = 0   ;  DGCH : [ 0 1 0] * OP - 2 = 0;
AEHD und BCGF sind vertikal , parallel zur yz Ebene
 der Normalenvektor ist in x-Richtung:
Deren Distanzen zum Ursprung  sind -1 und 1
AEHD :   [ 1 0 0]' * OP + 1  = 0   ;  BGCF : [ 1 0 0] * OP - 1 = 0;
% zur Verifikation: immer die Punkte die zur Ebene gehoeren geben Null
%   und selektieren dann den Buchstaben mit logischen Index-Array
W = [ -1 1 1 -1  -1 1 1 -1; 0 0 2 2 0 0 2 2; 0 0 0 0 2 2 2 2] ;
S = 'ABCDEFGH';
ebd = [0 0 1] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 0 1] * W - 2; S(ebd==0)
ebd = [0 1 0] * W ; S(ebd==0) , ebd = [0 1 0] * W - 2; S(ebd==0)
ebd = [ 1 0 0] * W + 1 ; S(ebd==0) ,  ebd = [1 0 0] * W - 1 ; S(ebd==0)
```

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das Dreieck ABC $A = (0/-8)$ $B = (-4/-8)$ $C = (-4/-4)$ zuerst an der Geraden x = 2 und anschliesend die so gespiegelte Figur an der Geraden y = 0. Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur nach der zweiten Spiegelung.

L4)
```
Dor = [ 0 -4 -4 0; -8 -8 -4 -8; 1 1 1  1]
Sz = [ 1 0 -2; 0 1 0; 0 0 1], Sb = [ 1 0 2; 0 1 0; 0 0 1],
Myax = [ -1 0 0; 0 1 0; 0 0 1], Mxax = [ 1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1],
```

```
Tt = Mxax*Sb*Myax*Sz  % = [ -1 0 4; 0 -1 0; 0 0 1]
Dt = Tt * Dor  %   = [ 4 8 8 4; 8 8 4 8; 1 1 1 1]
```

5) **Polynom-Approximation der Cosinus-Funktion** Im Bereich von -pi/4 bis +pi/4 soll die Cosinus-Funktion durch eine Parabel (Polynom 2. Grades) angenähert werden. Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit welchem die besten Polynom-Koeffizienten nach folgendem Prinzip berechnet werden könnten: Sieben Punkte mit gleichmässig verteilten x-Werten zwischen $w_1 = -pi/4$ und $w_7 = pi/4$ und den zugehörigen cosinus-Werten als y_k-Werten sollen die Parabel bestimmen.

L5)
```
xf = linspace(-pi/4, pi/4, 7)
yf = cos(xf)
A = [xf.^2; xf; ones(1,7)]' ; p = A\yf'
xc = -pi/4:0.01:pi/4
yc = p(1)*xc.^2 + p(2)*xc + p(3)
plot(xc,yc) ; hold on
plot(xf,yf,'ro'); hold off
```

6) **Optimierung mit der Lagrange Multiplikator- Methode** Geben Sie das Gleichungssystem an, (ohne dieses zu lösen) für die Optimierung der Zielfunktion $F(x, y, z)$ (beachten Sie die vierte Wurzel!)

$$F(x, y, z) = \sqrt[4]{x^2 + y^2 + z^4}$$

unter der Nebenbedingung

$$x^2 + 10 = y + z$$

L6)
```
syms x y z w
L = (x^2 + y^2+ z^4)^(1/4)  + w*(-z-y+x^2 +10 )
diff(L,x)
% 1/2/(x^2+y^2+z^4)^(3/4)*x+2*w*x
diff(L,y)
% 1/2/(x^2+y^2+z^4)^(3/4)*y-w
diff(L,z)
% 1/(x^2+y^2+z^4)^(3/4)*z^3-w
 diff(L,w)
% -z-y+x^2+10
```

10.2 Frühjahrssemester 2008

10.2.1 FS 08 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 8. April 2008

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 1 zeichnet.

   1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4x4)*B(4x3)*C(nx5)*D(mx2)

   1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

   1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; 0.5 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 -0.2 1]` gilt.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & e_1 & 0 & e_2 & 0 \\ d_5 & d_1 & 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_5 & b_1 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z-1)^2 + 2i = 0$$

4) Gegeben ist der Quader $A(-4/0/0)$ $B(-4/4/0)$ $C(8/4/0)$ $D(8/0/0)$ $E(-4/0/2)$ $F(-4/4/2)$ $G(8/4/2)$ $H(8/0/2)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt (0/0/0) starten, durch die durch die Punkte (1/0/1) (0/0/2) und (1/0/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube rot, die links-Schraube schwarz und die angegebenen Punkte als grüne Ringe zu zeichnen.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(2/3)$,$B(10/3)$,$C(10/5)$, $D(2/5)$,) um -90^{o} um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

10.2.2 FS 08 – Prüfung 1, G, 8. April 2008

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 4 zeichnet.

   1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m, so dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4xn)*B(5x3)*C(3x7)*D(mx2)

   1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

   1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; 0.5 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 -0.4 1]` gilt.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & 0 & e_2 & 0 & e_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_5 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ b_5 & 0 & b_2 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z-1)^4 + 4 = 0$$

4) Gegeben ist der Quader $A(-2/0/0)$ $B(-2/4/0)$ $C(4/4/0)$ $D(4/0/0)$ $E(-2/0/2)$ $F(-2/4/2)$ $G(4/4/2)$ $H(4/0/2)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt 0/0/0 starten, durch die durch die Punkte (0/1/1) (0/0/2) und (0/1/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube grün, die links-Schraube blau und die angegebenen Punkte als schwarze Diagonalkreuze zu zeichnen.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(3/2)$,$B(3/10)$,$C(5/10)$, $D(5/2)$,) um -90^{o} um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

10.2.3 FS 08 – Prüfung 1, B, 8. April 2008

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 2 zeichnet.

   1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m , so dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4x6)*B(6x4)*C(nx5)*D(mx2)

   1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

   1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; -0.2 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 0.5 1]` gilt.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & 0 & e_1 & e_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_5 & 0 & b_1 & b_4 & 0 \\ a_5 & 0 & a_1 & a_4 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z - i)^4 + 4 = 0$$

4) Gegeben ist der Quader $A(-1/0/0)$ $B(-1/2/0)$ $C(2/2/0)$ $D(2/0/0)$ $E(-1/0/1)$ $F(-1/2/1)$ $G(2/2/1)$ $H(2/0/1)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt 0/0/0 starten, durch die durch die Punkte (0/2/1) (0/0/2) und (0/2/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube schwarz, die links-Schraube rot und die angegebenen Punkte als grüne Ringe zu zeichnen.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(1/3)$, $B(11/3)$,$C(11/7)$, $D(1/7)$,) um -90° um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

10.2.4 FS 08 – Prüfung 1, Y, 8. April 2008

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 8 zeichnet.

   1b) Geben Sie die Zahlen n und m an , os dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4xn)*B(5x3)*C(mx5)*D(5x2)

   1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

   1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; -0.4 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 0.2 1]` gilt.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_4 & 0 & e_1 & e_5 & 0 \\ d_4 & 0 & d_1 & d_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_1 & a_5 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z - i)^2 + 2i = 0$$

4) Gegeben ist der Quader $A(-2/0/0)$ $B(-2/6/0)$ $C(4/6/0)$ $D(4/0/0)$ $E(-2/0/3)$ $F(-2/6/3)$ $G(4/6/3)$ $H(4/0/3)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt 0/0/0 starten, durch die durch die Punkte (2/0/1) (0/0/2) und (2/0/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube schwarz, die links-Schraube blau und die angegebenen Punkte als rote Diagonalkreuze zu zeichnen.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(3/1)$, $B(3/11)$, $C(7/11)$, $D(7/1)$,) um -90^{o} um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

10.2.5 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 8. April 2008

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 1 zeichnet.

L1a) zv = sqrt(2)/2*[1 i -1 -i 1] ; plot(zv); axis equal

1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4x4)*B(4x3)*C(nx5)*D(mx2)

L1b) n=3; m=5;

1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

L1c) Scroll up oder scroll down; `T = [0 1 0; 0 0 1; 1 0 0]; T^3`

1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; 0.5 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 -0.2 1]` gilt.

L1d) `G = (E*F)^-1 % =[ 1 0 0; -0.5 1 0; -0.1 0.2 1]`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & e_1 & 0 & e_2 & 0 \\ d_5 & d_1 & 0 & d_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_5 & b_1 & 0 & b_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)

```
       0    0    0    0    1          0    1    0    0    0
       0    0    0    1    0          0    0    0    1    0
Pl =   0    0    0    0    0    Pr =  0    0    0    0    0
       0    1    0    0    0          0    0    0    0    0
       0    0    0    0    0          1    0    0    0    0
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z-1)^2 + 2i = 0$$

L3) 2 Lösungen für die Klammer: $u_1 = \sqrt{2}*\exp(j*3*pi/4)$ $u_2 = \sqrt{2}*\exp(j*7*pi/4)$
Arithmetische Form $u_1 = -1 + i$, also $z_1 = i$, $u_2 = 1 - i$, also $z_2 = 2 - i$,

4) Gegeben ist der Quader $A(-4/0/0)$ $B(-4/4/0)$ $C(8/4/0)$ $D(8/0/0)$ $E(-4/0/2)$ $F(-4/4/2)$ $G(8/4/2)$ $H(8/0/2)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

L4)
```
 A=[-4 0 0]'; B=[-4 4 0]'; C=[8 4 0]'; D=[8 0 0]';
 E=[-4 0 2]'; F=[-4 4 2]'; G=[8 4 2]'; H=[8 0 2]';
u1 = C-A, v1 = G-A, sp1 = u1'*v1, u1b = norm(u1), v1b = norm(v1)
co1 = sp1/u1b/v1b   % 0.9877
%  u1 = [12 4 0]' ; v1 = [12 4 2]'; sp1 = 160; u1b = 12.6491; v1b = 12.8062
w1 = acos(u1'*v1/norm(u1)/norm(v1))
%      0.1568 rad    8.9849  Grad
u2 = H-A, v2 = G-A, sp2 = u2'*v2, u2b = norm(u2), v2b = norm(v2)
co2 = sp2/u2b/v2b   %  0.9500
%  u2 = [12 0 2]' ; v2 = [12 4 2]'; sp2 = 148; u2b = 12.1655; v2b =  12.8062
w2 = acos(u2'*v2/norm(u2)/norm(v2))
%    0.3177  rad    18.2008 Grad
Q = [ A B C D A E F B F G C G H D H E];
plot3(Q(1,:), Q(2,:), Q(3,:),'k'); hold on
UV1 = [G A C]; UV2 = [H A G];
plot3(UV1(1,:), UV1(2,:), UV1(3,:),'r'); axis equal
plot3(UV2(1,:), UV2(2,:), UV2(3,:),'m'); hold off
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt (0/0/0) starten, durch die durch die Punkte (1/0/1) (0/0/2) und (1/0/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube rot, die links-Schraube schwarz und die angegebenen Punkte als grüne Ringe zu zeichnen.

L5)
```
% Punkte auf vertikalen Linien ueber 0/0 und 1/0
%   Achse bei 0.5/0,  h = 2  Radius = 0.5 2 Umgaenge
t = (0:0.01:2)*2*pi; r = 0.5; h = 2;
xl = 0.5 - r*cos(t); yl =  r*sin(t) ; zl = t*h/2/pi;
xr = 0.5 - r*cos(t); yr = -r*sin(t) ; zr = t*h/2/pi;
plot3(xl,yl,zl,'k'); hold on;
plot3(xr,yr,zr,'r'); axis equal;
plot3([0 1 0 1 0], [0 0 0 0 0], [0 1 2 3 4], 'go'); hold off
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD

($A(2/3)$,$B(10/3)$,$C(10/5)$, $D(2/5)$,) um -90^o um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L6)
```
Rur = [2 10 10 2 2; 3 3 5 5 3; 1 1 1 1 1];
%  M = (6/4)  (2+10)/2 , (3+5)/2
Tz = [1 0 -6; 0 1 -4; 0 0 1]; R = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1];
Tb = [1 0  6; 0 1  4; 0 0 1];  TT = Tb*R*Tz % = [0 1 2; -1 0 10; 0 0 1];
Rtr = Tb*R*Tz*Rur % Rtr = [5 5 7 7 5; 8 0 0 8 8; 1 1 1 1 1];
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k') ; axis equal; hold on
plot(Rtr(1,:),Rtr(2,:),'r') ;
Rzr = Tz*Rur
plot(Rzr(1,:),Rzr(2,:),'g') ;
Rrr = R*Tz*Rur
plot(Rrr(1,:),Rrr(2,:),'g') ;
```

10.2.6 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 1, G, 8. April 2008

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 4 zeichnet.

L1a) zv = sqrt(2)*2*[1 i -1 -i 1] ; plot(zv); axis equal

1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m, so dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4xn)*B(5x3)*C(3x7)*D(mx2)

L1b) n=5; m=7;

1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

L1c) Scroll up oder scroll down; `T = [0 1 0; 0 0 1; 1 0 0]; T^3`

1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; 0.5 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 -0.4 1]` gilt.

L1d) `G = (E*F)^-1  % =[ 1 0 0; -0.5 1 0; -0.2 0.4 1]`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & 0 & e_2 & 0 & e_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_5 & 0 & c_2 & 0 & c_3 \\ b_5 & 0 & b_2 & 0 & b_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)

```
         0     0     0     0     1           0     0     0     0     0
         0     0     0     0     0           0     0     1     0     0
   Pl =  0     0     1     0     0      Pr = 0     0     0     0     1
         0     1     0     0     0           0     0     0     0     0
         0     0     0     0     0           1     0     0     0     0
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z-1)^4 + 4 = 0$$

L3) 4 Lösungen für die Klammer: $u_1 = \sqrt{2} * \exp(j * pi/4)$, $u_2 = \sqrt{2} * \exp(j * 3 * pi/4)$, $u_3 = \sqrt{2} * \exp(j * 5 * pi/4)$ $u_4 = \sqrt{2} * \exp(j * 7 * pi/4)$
Arithmetische Form $u_1 = 1 + i$, also $z_1 = 2 + i$, $u_2 = -1 + i$, also $z_2 = i$, $u_3 = -1 - i$, also $z_3 = -i$, $u_4 = 1 - i$, also $z_4 = 2 - i$,

4) Gegeben ist der Quader $A(-2/0/0)$ $B(-2/4/0)$ $C(4/4/0)$ $D(4/0/0)$ $E(-2/0/2)$ $F(-2/4/2)$ $G(4/4/2)$ $H(4/0/2)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

L4)
```
 A=[-2 0 0]'; B=[-2 4 0]'; C=[4 4 0]'; D=[4 0 0]';
 E=[-2 0 2]'; F=[-2 4 2]'; G=[4 4 2]'; H=[4 0 2]';
u1 = C-A, v1 = G-A, sp1 = u1'*v1, u1b = norm(u1), v1b = norm(v1)
co1 = sp1/u1b/v1b   % 0.9636
%  u1 = [6 4 0]' ; v1 = [6 4 2]'; sp1 = 52; u1b = 7.2111; v1b = 7.4833
w1 = acos(u1'*v1/norm(u1)/norm(v1))
%    0.2705 rad      15.5014  Grad
u2 = H-A, v2 = G-A, sp2 = u2'*v2, u2b = norm(u2), v2b = norm(v2)
co2 = sp2/u2b/v2b   %  0.8452
%  u2 = [6 0 2]' ; v2 = [6 4 2]'; sp2 = 40; u2b = 6.3246; v2b = 7.4833
w2 = acos(u2'*v2/norm(u2)/norm(v2))
%    0.5639 rad      32.3115  Grad
Q = [ A B C D A E F B F G C G H D H E];
plot3(Q(1,:), Q(2,:), Q(3,:),'k'); hold on
UV1 = [G A C]; UV2 = [H A G];
plot3(UV1(1,:), UV1(2,:), UV1(3,:),'r'); axis equal
plot3(UV2(1,:), UV2(2,:), UV2(3,:),'m'); hold off
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt 0/0/0 starten, durch die durch die Punkte (0/1/1) (0/0/2) und (0/1/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube grün, die links-Schraube blau und die angegebenen Punkte als schwarze Diagonalkreuze zu zeichnen.

L5)
```
% Punkte auf vertikalen Linien ueber 0/0 und 0/1
%   Achse bei 0/0.5,  h = 2  Radius = 0.5 2 Umgaenge
t = (0:0.01:2)*2*pi; r = 0.5; h = 2;
yl = 0.5 - r*cos(t); xl = -r*sin(t) ; zl = t*h/2/pi;
yr = 0.5 - r*cos(t); xr =  r*sin(t) ; zr = t*h/2/pi;
plot3(xl,yl,zl,'b'); hold on;
plot3(xr,yr,zr,'g'); axis equal;
plot3( [0 0 0 0 0], [0 1 0 1 0], [0 1 2 3 4], 'kx'); hold off
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(3/2)$,$B(3/10)$,$C(5/10)$, $D(5/2)$,) um -90^{o} um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L6)
```
Rur = [3 3 5 5 3; 2 10 10 2 2; 1 1 1 1 1];
%  M = (4/6)  (3+5)/2 , (2+10)/2
Tz = [1 0 -4; 0 1 -6; 0 0 1]; R = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1];
Tb = [1 0  4; 0 1  6; 0 0 1];  TT = Tb*R*Tz % [0 1 -2; -1 0 10; 0 0 1];
Rtr = Tb*R*Tz*Rur % Rtr = [0 8 8 0 0; 7 7 5 5 7; 1 1 1 1 1];
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k') ; axis equal; hold on
plot(Rtr(1,:),Rtr(2,:),'r') ;
Rzr = Tz*Rur
plot(Rzr(1,:),Rzr(2,:),'g') ;
Rrr = R*Tz*Rur
plot(Rrr(1,:),Rrr(2,:),'g') ;
```

10.2.7 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 1, B, 8. April 2008

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 2 zeichnet.

L1a) zv = sqrt(2)*[1 i -1 -i 1] ; plot(zv); axis equal

1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m , so dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4x6)*B(6x4)*C(nx5)*D(mx2)

L1b) n=4; m=5;

1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

L1c) Scroll up oder scroll down; `T = [0 1 0; 0 0 1; 1 0 0]; T^3`

1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; -0.2 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 0.5 1]` gilt.

L1d) `G = (E*F)^-1 % Fi*Ei =[ 1 0 0; 0.2 1 0; -0.1 -0.5 1]`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & 0 & e_1 & e_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_5 & 0 & b_1 & b_4 & 0 \\ a_5 & 0 & a_1 & a_4 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)

```
         0    0    0    0    1          0    0    1    0    0
         0    0    0    0    0          0    0    0    0    0
Pl =     0    0    0    0    0   Pr =   0    0    0    0    0
         0    1    0    0    0          0    0    0    1    0
         1    0    0    0    0          1    0    0    0    0
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z - i)^4 + 4 = 0$$

L3) 4 Lösungen für die Klammer: $u_1 = \sqrt{2} * \exp(j * pi/4)$, $u_2 = \sqrt{2} * \exp(j * 3 * pi/4)$, $u_3 = \sqrt{2} * \exp(j * 5 * pi/4)$ $u_4 = \sqrt{2} * \exp(j * 7 * pi/4)$
Arithmetische Form $u_1 = 1 + i$, also $z_1 = 1 + 2i$, $u_2 = -1 + i$, also $z_2 = -1 + 2i$, $u_3 = -1 - i$, also $z_3 = -1$, $u_4 = 1 - i$, also $z_4 = 1$,

4) Gegeben ist der Quader $A(-1/0/0)$ $B(-1/2/0)$ $C(2/2/0)$ $D(2/0/0)$ $E(-1/0/1)$ $F(-1/2/1)$ $G(2/2/1)$ $H(2/0/1)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

L4)
```
 A=[-1 0 0]'; B=[-1 2 0]'; C=[2 2 0]'; D=[2 0 0]';
 E=[-1 0 1]'; F=[-1 2 1]'; G=[2 2 1]'; H=[2 0 1]';
u1 = C-A, v1 = G-A, sp1 = u1'*v1, u1b = norm(u1), v1b = norm(v1)
co1 = sp1/u1b/v1b   % 0.9636
%  u1 = [3 2 0]' ; v1 = [3 2 1]'; sp1 = 13; u1b =  3.6056; v1b = 3.7417
w1 = acos(u1'*v1/norm(u1)/norm(v1))
%    0.2705 rad      15.5014  Grad
u2 = H-A, v2 = G-A, sp2 = u2'*v2, u2b = norm(u2), v2b = norm(v2)
co2 = sp2/u2b/v2b   %  0.8452
%  u2 = [3 0 1]' ; v2 = [3 2 1]'; sp2 = 10; u2b = 3.1623; v2b = 3.7417
w2 = acos(u2'*v2/norm(u2)/norm(v2))
%    0.5639 rad      32.3115  Grad
Q = [ A B C D A E F B F G C G H D H E];
plot3(Q(1,:), Q(2,:), Q(3,:),'k'); hold on
UV1 = [G A C]; UV2 = [H A G];
plot3(UV1(1,:), UV1(2,:), UV1(3,:),'r'); axis equal
plot3(UV2(1,:), UV2(2,:), UV2(3,:),'m'); hold off
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt 0/0/0 starten, durch die durch die Punkte (0/2/1) (0/0/2) und (0/2/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube schwarz, die links-Schraube rot und die angegebenen Punkte als grüne Ringe zu zeichnen.

L5)
```
% Punkte auf vertikalen Linien ueber 0/0 und 0/2
%   Achse bei 0/1,  h = 2  Radius = 1  2 Umgaenge
t = (0:0.01:2)*2*pi; r = 1; h = 2;
yl = 1 - r*cos(t); xl = -r*sin(t) ; zl = t*h/2/pi;
yr = 1 - r*cos(t); xr =  r*sin(t) ; zr = t*h/2/pi;
plot3(xl,yl,zl,'r'); hold on;
plot3(xr,yr,zr,'k'); axis equal;
plot3([0 0 0 0 0], [0 2 0 2 0], [0 1 2 3 4], 'go'); hold off
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(1/3)$, $B(11/3)$,$C(11/7)$, $D(1/7)$,) um -90^{o} um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L6)
```
Rur = [1 11 11 1 1; 3 3 7 7 3; 1 1 1 1 1];
%  M = (6/5)  (1+11)/2 , (3+7)/2
Tz = [1 0 -6; 0 1 -5; 0 0 1]; R = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1];
Tb = [1 0  6; 0 1  5; 0 0 1];  TT = Tb*R*Tz %= [0 1 1; -1 0 11; 0 0 1];
Rtr = Tb*R*Tz*Rur % Rtr = [4 4 8 8 4; 10 0 0 10 10; 1 1 1 1 1];
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k') ; axis equal; hold on
plot(Rtr(1,:),Rtr(2,:),'r') ;
Rzr = Tz*Rur
plot(Rzr(1,:),Rzr(2,:),'g') ;
Rrr = R*Tz*Rur
plot(Rrr(1,:),Rrr(2,:),'g') ;
```

10.2.8 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 1, Y, 8. April 2008

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 8. April 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie einen Vektor zv (eine Folge) von komplexen Zahlen an, so dass `plot(zv); axis equal` ein auf der Spitze stehendes Quadrat mit der Seitenlänge 8 zeichnet.

L1a) zv = sqrt(2)*4*[1 i -1 -i 1] ; plot(zv); axis equal

1b) Geben Sie die Zahlen n und m an , os dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4xn)*B(5x3)*C(mx5)*D(5x2)

L1b) n=5; m=3;

1c) Geben Sie eine 3x3 Turm-Matrix an, für welche gilt $T^3 = I$ (I = Einheitsmatrix)

L1c) Scroll up oder scroll down; `T = [0 1 0; 0 0 1; 1 0 0]; T^3`

1d) Beschreiben Sie wie man die Matrix $G = (E \cdot F)^{-1}$ berechnet, aus der Angabe dass `E = [1 0 0; -0.4 1 0; 0 0 1]` und `F = [1 0 0; 0 1 0; 0 0.2 1]` gilt.

L1d) `G = (E*F)^-1  % =[ 1 0 0; 0.4 1 0; -0.08 -0.2 1]`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_4 & 0 & e_1 & e_5 & 0 \\ d_4 & 0 & d_1 & d_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_1 & a_5 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)

```
            0    0    0    0    1          0    0    1    0    0
            0    0    0    1    0          0    0    0    0    0
     Pl =   0    0    0    0    0    Pr =  0    0    0    0    0
            0    0    0    0    0          1    0    0    0    0
            1    0    0    0    0          0    0    0    1    0
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$(z - i)^2 + 2i = 0$$

L3) 2 Lösungen für die Klammer: $u_1 = \sqrt{2}*\exp(j*3*pi/4)$ $u_2 = \sqrt{2}*\exp(j*7*pi/4)$
Arithmetische Form $u_1 = -1 + i$, also $z_1 = -1 + 2i$, $u_2 = 1 - i$, also $z_2 = 1$,

4) Gegeben ist der Quader $A(-2/0/0)$ $B(-2/6/0)$ $C(4/6/0)$ $D(4/0/0)$ $E(-2/0/3)$ $F(-2/6/3)$ $G(4/6/3)$ $H(4/0/3)$. Berechnen Sie die Winkel α zwischen den Vektoren AC und AG , sowie β zwischen AH und AG

L4)
```
 A=[-2 0 0]'; B=[-2 6 0]'; C=[4 6 0]'; D=[4 0 0]';
 E=[-2 0 3]'; F=[-2 6 3]'; G=[4 6 3]'; H=[4 0 3]';
u1 = C-A, v1 = G-A, sp1 = u1'*v1, u1b = norm(u1), v1b = norm(v1)
co1 = sp1/u1b/v1b   %  0.9428
%  u1 = [6 6 0]' ; v1 = [6 6 3]'; sp1 = 72; u1b =  8.4853; v1b = 9
w1 = acos(u1'*v1/norm(u1)/norm(v1))
%    0.3398   rad      19.4712  Grad
u2 = H-A, v2 = G-A, sp2 = u2'*v2, u2b = norm(u2), v2b = norm(v2)
co2 = sp2/u2b/v2b   %   0.7454
%  u2 = [6 0 3]' ; v2 = [6 6 3]'; sp2 = 45; u2b =  6.7082; v2b = 9
w2 = acos(u2'*v2/norm(u2)/norm(v2))
%      0.7297 rad      41.8103  Grad
Q = [ A B C D A E F B F G C G H D H E];
plot3(Q(1,:), Q(2,:), Q(3,:),'k'); hold on
UV1 = [G A C]; UV2 = [H A G];
plot3(UV1(1,:), UV1(2,:), UV1(3,:),'r'); axis equal
plot3(UV2(1,:), UV2(2,:), UV2(3,:),'m'); hold off
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellungen der beiden Schraubenlinien (eine rechts- und eine links-Schraube) die beide im Punkt 0/0/0 starten, durch die durch die Punkte (2/0/1) (0/0/2) und (2/0/3) gehen und beim Punkt (0/0/4) enden. Geben Sie die MATLAB-Befehle an, um die rechts-Schraube schwarz, die links-Schraube blau und die angegebenen Punkte als rote Diagonalkreuze zu zeichnen.

L5)
```
% Punkte auf vertikalen Linien ueber 0/0 und 2/0
%   Achse bei 1/0,  h = 2  Radius = 1  2 Umgaenge
t = (0:0.01:2)*2*pi; r = 1; h = 2;
xl = 1 - r*cos(t); yl =   r*sin(t) ; zl = t*h/2/pi;
xr = 1 - r*cos(t); yr =  -r*sin(t) ; zr = t*h/2/pi;
plot3(xl,yl,zl,'b'); hold on;
plot3(xr,yr,zr,'k'); axis equal;
plot3([0 2 0 2 0], [0 0 0 0 0], [0 1 2 3 4], 'rx'); hold off
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(3/1)$,

$B(3/11)$, $C(7/11)$, $D(7/1)$,) um -90^{o} um seinen Mittelpunkt dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L6)
```
Rur = [3 3 7 7 3; 1 11 11 1 1; 1 1 1 1 1];
%  M = (5/6)  (3+7)/2 , (1+11)/2
Tz = [1 0 -5; 0 1 -6; 0 0 1]; R = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1];
Tb = [1 0  5; 0 1  6; 0 0 1];  TT = Tb*R*Tz % = [0 1 -1; -1 0 11; 0 0 1];
Rtr = Tb*R*Tz*Rur % Rtr = [0 10 10 0 0; 8 8 4 4 8; 1 1 1 1 1];
plot(Rur(1,:),Rur(2,:),'k') ; axis equal; hold on
plot(Rtr(1,:),Rtr(2,:),'r') ;
Rzr = Tz*Rur
plot(Rzr(1,:),Rzr(2,:),'g') ;
Rrr = R*Tz*Rur
plot(Rrr(1,:),Rrr(2,:),'g') ;
```

10.2.9 FS 08 – Ersatzprüfung 1, 13. Mai 2008

E **Ingenieurmathematik Ersatzprüfung** 13. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die 3x3 Turmmatrix an, welche beim Multiplizieren von links die erste und dritte Zeile der rechts stehenden Matrix geneneinander vertauscht!

   1b) Bestimmen Sie eine Folge `zv`, von 4 komplexen Zahlen, mit welcher ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck mit Schenkel-Länge $\sqrt{2}$ durch den einfachen Aufruf von `plot(zv)` gezeichnet werden kann.

   1c) Wie erreicht man, dass plot() eine rotviolette punktierte Linie zeichnet?

   1d) Wie findet man die Inverse zu einer Eliminationsmatrix?

2) **MATLAB-Funktion** Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin testet, ob diese antisymmetrisch ist. Der Rückgabe-Wert soll Eins sein für antisymmetrisch und Null sonst.

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Bei einem Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten
   $A(0/0/0)$, $B(5/0/0)$, $C(5/5/0)$, $D(0/5/0)$, $E(0/0/5)$, $F(5/0/5)$, $G(5/5/5)$, $H(0/5/5)$,
   sind 2 Ebenengleichungen in Hesse'scher Normalform gesucht: Ebene s durch A, D und den Mittelpunkt zwischen G und C, Ebene t durch B, C und den Mittelpunkt zwischen A und E. Berechnen Sie auch den Winkel zwischen diesen beiden Ebenen!

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das "L" (5/2), (5/0), (6/0) an seiner längeren Seite! Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur.

5) **Spezieller Geradenfit** Durch die 2 Punkte $(-2/3)$, und $(2/-1)$, ist eine Gerade exakt bestimmt. Stellen Sie für diesen Fall trotzdem die Normalengleichungen zum Geradenfit auf, und lösen Sie diese.
   Zeigen Sie dass der Fit dieselbe Gerade liefert wie das übliche Legen einer Geraden duch zwei Punkte.

6) **Gradient und Höhenlinien** Bestimmen Sie für die untenstehende Höhenfunktion allgemein analytich den Gradient-Vektor als Funktion von x und y und bestimmen Sie die drei Vektoren, die in den Punkten

`A[0;-1;h(0,-1)]`, `B[2;0;h(2,0)]` und `C[1;1;h(1,1)]` der Höhenlinie entlang verlaufen (Fachausdruck: tangential zur Höhenlinie verlaufen).

$$h(x, y) = 10 - 2x^2 - 3y^2$$

10.2.10 FS 08 – Lösung zur Ersatzprüfung vom 13. Mai 2008

E Ingenieurmathematik Ersatzprüfung 13. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie die 3x3 Turmmatrix an, welche beim Multiplizieren von links die erste und dritte Zeile der rechts stehenden Matrix geneneinander vertauscht!

L1a) `[0 0 1; 0 1 0; 1 0 0]`

1b) Bestimmen Sie eine Folge `zv`, von 4 komplexen Zahlen, mit welcher ein rechtwinklig gleichschenkliges Dreieck mit Schenkel-Länge $\sqrt{2}$ durch den einfachen Aufruf von `plot(zv)` gezeichnet werden kann.

L1b) `zv = [1 j -1 1]`

1c) Wie erreicht man, dass plot() eine rotviolette punktierte Linie zeichnet?

L1c) `[plot(x,y,':m')`

1d) Wie findet man die Inverse zu einer Eliminationsmatrix?

L1d) Indem man das (ev. die – falls alle in derselben Spalte sind) Vorzeichen der Elemente unterhalb der Dagonalen umkehrt.

2) **MATLAB-Funktion** Schreiben Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine eingegebene Matrix daraufhin testet, ob diese antisymmetrisch ist. Der Rückgabe-Wert soll Eins sein für antisymmetrisch und Null sonst.

L2)
```
function isas = isantisymm(A)
isas = true
[nz,ns] = size(A);
if nz ~= ns
  isas = false
  return
else
  for zei = 1:nz
    for spa = zei:ns
      if A(zei,spa) ~= A(spa,zei)
         isas = false
         return
      end
    end
  end
```

```
end
```

3) **Spezielle Ebenen in Hesse'scher Normalform** Bei einem Würfel ABCD EFGH mit den Koordinaten
$A(0/0/0)$, $B(5/0/0)$, $C(5/5/0)$, $D(0/5/0)$, $E(0/0/5)$, $F(5/0/5)$, $G(5/5/5)$, $H(0/5/5)$,
sind 2 Ebenengleichungen in Hesse'scher Normalform gesucht: Ebene s durch A, D und den Mittelpunkt zwischen G und C, Ebene t durch B, C und den Mittelpunkt zwischen A und E. Berechnen Sie auch den Winkel zwischen diesen beiden Ebenen!

L3)
```
OA = [0 0 0]'; OD = [0 5 0]'; OC = [5 5 0]'; OG = [5 5 5]';
OMC =  0.5*(OG+OC), v = OMC ,w = OD
ns = cross( OMC - OA,OD-OA), ens = ns/norm(ns)  % ens = [-0.4472  0  0.8944]'
dkrits = ens'*OA  % Ebene s   ens'*OP = 0, dkrits = 0 weil Ebene durch A
OB = [5 0 0]'; OC = [5 5 0]'; OA = [0 0 0]'; OE = [0 0 5]';
OMA = 0.5*(OE+OA) , v = OMA-OB, w = OC-OB
nt = cross(OC-OB, OMA - OB), ent  = nt/norm(nt) % ent = [0.4472  0  0.8944]'
dkritt = ent'*OB % Ebene t   ent'*OP - 2.2361 = 0, dkritt = 2.2361
spn = ent'*ens
acos(spn)*180/pi   %  = 53.1301 Grad
```

4) **Homogene Koordinatentransformation in 2D** Spiegeln Sie das "L" (5/2), (5/0), (6/0) an seiner längeren Seite! Geben Sie Sie dazu alle Teil-Transformationsmatrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, und die Gesamt-Transformations-Matrix, sowie die Koordinaten der Bildfigur.

L4)
```
Lur = [5 5 6; 2 0 0; 1 1 1];
Tz = [1 0 -5; 0 1 0; 0 0 1]
M = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0  5; 0 1 0; 0 0 1]
TT = Tb*M*Tz
Ltr = TT*Lur
```

5) **Spezieller Geradenfit** Durch die 2 Punkte $(-2/3)$, und $(2/-1)$, ist eine Gerade exakt bestimmt. Stellen Sie für diesen Fall trotzdem die Normalengleichungen zum Geradenfit auf, und lösen Sie diese.
Zeigen Sie dass der Fit dieselbe Gerade liefert wie das übliche Legen einer Geraden duch zwei Punkte.

L5)
```
   x  y   x^2  xy          Ngl
  -2  3   4    -6               8   0     a      -8   a = -1
```

```
   2 -1   4    -2                       *      =
-------------------              0   2     b        2   b = 1
   0  2   8    -8

 2Pt  a = dx/dy = (-1 - 3)/(2 - -2)  = -1,   b = 3 + (-1)*2 = 1
```

6) **Gradient und Höhenlinien** Bestimmen Sie für die untenstehende Höhenfunktion allgemein analytich den Gradient-Vektor als Funktion von x und y und bestimmen Sie die drei Vektoren, die in den Punkten `A[0;-1;h(0,-1)]`, `B[2;0;h(2,0)]` und `C[1;1;h(1,1)]` der Höhenlinie entlang verlaufen (Fachausdruck: tangential zur Höhenlinie verlaufen).

$$h(x, y) = 10 - 2x^2 - 3y^2$$

L6) $\partial h/\partial x = -4x$, $\partial h/\partial y = -6y$,
$A(0/-1/7)$, $g = [06]'$, $hlv = [60]'$
$B(2/0/2)$, $g = [80]'$, $hlv = [08]'$
$C(1/1/5)$, $g = [-4 -6]'$, $hlv = [-64]'$

10.2.11 FS 08 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 20. Mai 2008

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt:
   $\mathrm{A}^{-1} = \mathrm{A}^{\mathrm{T}}$?

   1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Diagonalmatrix höchstens enthalten wenn sie regulär sein soll?

   1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die zweite und vierte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

   1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten 0, 0, 1 in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 19-Eck mit Umkreisradius 4 in roter Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in schwarzer Farbe ein.

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = -0.7 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \ldots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen z-Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(8/0/0)$ $B(0/8/0)$ $C(-8/0/0)$ $D(0/-8/0)$ $K(0/0/-8)$ (Keller) $S(0/0/8)$ (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte A, MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich den Neigungswinkel dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(1/4)$,$B(3/4)$,$C(3/8)$, $D(1/8)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen “bicubic spline” Interpolationsfunktion:
$S(x,y) = (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 1) \cdot (2 \cdot y^3 - 3 \cdot y^2 + 1)$, definiert im Bereich
$0 \leq x \leq 1 \; ; \quad 0 \leq y \leq 1$

10.2.12 FS 08 – Prüfung 2, G, 20. Mai 2008

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

    1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt:
    $\mathrm{A}^{\mathrm{T}} = -\mathrm{A}$?

    1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Eliminationsmatrix höchstens enthalten wenn am Ort an dem in der bearbeiteten Matrix eine Null erzeugt werden soll nicht bereits eine Null steht?

    1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die erste und dritte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

    1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten $0,\ 0,\ 1$ in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 17-Eck mit Umkreisradius 5 in grüner Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in schwarzer Farbe ein.

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = 0.5 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \ldots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen z-Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(4/0/0)$ $B(0/4/0)$ $C(-4/0/0)$ $D(0/-4/0)$ $K(0/0/-4)$ (Keller) $S(0/0/4)$ (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte C, MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich den Neigungswinkel dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(6/0)$,$B(12/0)$,$C(12/4)$, $D(6/4)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AD dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen “bicubic spline” Interpolationsfunktion:
$S(x, y) = (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 1) \cdot (-2 \cdot y^3 + 3 \cdot y^2)$, definiert im Bereich
$0 \leq x \leq 1 \;\; ; \quad 0 \leq y \leq 1$

10.2.13 FS 08 – Prüfung 2, B, 20. Mai 2008

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt:
   $\mathrm{A}^{\mathrm{T}} = \mathrm{A}^{-1}$?

   1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Diagonalmatrix höchstens enthalten wenn sie regulär sein soll?

   1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die zweite und dritte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

   1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten $0,\ 0,\ 1$ in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 15-Eck mit Umkreisradius 6 in schwarzer Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in blauer Farbe ein.

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = -0.4 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \ldots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen z-Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(6/0/0)$ $B(0/6/0)$ $C(-6/0/0)$ $D(0/-6/0)$ $K(0/0/-6)$ (Keller) $S(0/0/6)$ (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte A, MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich den Neigungswinkel dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(0/6)$,$B(4/6)$,$C(4/12)$, $D(0/12)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen "bicubic spline" Interpolationsfunktion:
$S(x,y) = (-2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2) \cdot (2 \cdot y^3 - 3 \cdot y^2 + 1)$, definiert im Bereich
$0 \leq x \leq 1 \;\; ; \quad 0 \leq y \leq 1$

10.2.14 FS 08 – Prüfung 2, Y, 20. Mai 2008

Y Ingenieurmathematik Prüfung 2 — 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix bei welcher die beiden Matrizen A und A^{T} identische Dimensionszahlen haben ?

   1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Eliminationsmatrix höchstens enthalten wenn in der zu bearbeitenden Matrix am Ort, an dem eine Null erzeugt werden soll, nicht bereits eine Null steht?

   1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die erste und letzte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

   1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten 0, 0, 1 in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 11-Eck mit Umkreisradius 5 in blauer Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in roter Farbe ein.

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = 0.8 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \ldots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen z-Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(8/0/0)$ $B(0/8/0)$ $C(-8/0/0)$ $D(0/-8/0)$ $K(0/0/-8)$ (Keller) (0/0/8) (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte C MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich den Neigungswinkel dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(4/1)$,$B(8/1)$,$C(8/3)$, $D(4/3)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AD dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen “bicubic spline” Interpolationsfunktion:
$S(x, y) = (-2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2) \cdot (-2 \cdot y^3 + 3 \cdot y^2)$, definiert im Bereich
$0 \leq x \leq 1 \quad ; \quad 0 \leq y \leq 1$

10.2.15 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 20. Mai 2008

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt:
$A^{-1} = A^{T}$?

L1a) orthogonal

1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Diagonalmatrix höchstens enthalten wenn sie regulär sein soll?

L1b) n*n-n, alle Diagonalelemente verschieden von Null

1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die zweite und vierte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

L1c)
```
1 0 0 0
0 0 0 1
0 0 1 0
0 1 0 0
```

1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten 0, 0, 1 in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

L1d) Damit wird erreicht, dass jeder transformierte Vektor wieder zuunterst eine Eins aufweist und daher weiter transformiert werden kann.

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 19-Eck mit Umkreisradius 4 in roter Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in schwarzer Farbe ein.

L2)
```
w =  pi/2 + ( 0:2*pi/19:2*pi)
x = 4*cos(w); y = 4*sin(w);
plot(x,y,'r'); axis equal; hold on
plot([-5 5],[0 0],'k');
plot([0 0], [-5 5],'k');  hold off
```

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = -0.7 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \dots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

L3) Der rein reelle Zusatz "+t" ändert am Imaginärteil nichts. Die Funktion -exp(j*t) (Einheitskreis) hat ihr Minimum -j bei pi/2 (+2*pi) und ihr Maximum j bei 3*pi/2 (+2*pi). Also sind die Minimalpunkte bei pi/2 - 0.7*j und 5*pi/2 - 0.7*j und die Maximalpunkte bei 3*pi/2 + 0.7*j und 7*pi/2 + 0.7*j.

```
t = 0:pi/40:4*pi
z = -0.7*exp(j*t)+ t; plot(z); hold on; axis equal
plot([pi/2-0.7*j 5*pi/2-0.7*j],'or')
plot([3*pi/2+0.7*j 7*pi/2+0.7*j ],'og')
hold off
```

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(8/0/0)$ $B(0/8/0)$ $C(-8/0/0)$ $D(0/-8/0)$ $K(0/0/-8)$ (Keller) $S(0/0/8)$ (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte A, MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich die Neigung dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

L4)
```
A = [8 0 0]'; B = [0 8 0]';  D = [0 -8 0]';  S = [0 0 8]';
MBS = (B+S)/2 , MDS = (D+S)/2  % MBS = [0 4 4];  MDS = [0 -4 4];
n = cross(MBS-A, MDS-A), en = n/norm(n)  % n = [32 0 64]', en = [0.4472 0 0.8944]'
dkrit = en'*A  % dkrit = 3.5777
%  en'* OP - en'* OV =  en'* OP - dkrit = [0.4472 0 0.8944]*OP - 3.5777   = 0
distS = en'*S - dkrit  %  distS = 3.5777  (= dkrit Symmetrie!)
eup = [0 0 1]', w = acos(eup'*en), wg = w*180/pi  % w = 0.4636 ; wg = 26.56 Grd
```

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(1/4)$,$B(3/4)$,$C(3/8)$, $D(1/8)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L5
```
Rur = [1 3 3 1 1; 4 4 8 8 4; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -2; 0 1 -4; 0 0 1]
M = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0 2; 0 1 4; 0 0 1]
TT = Tb*M*Tz   % = [1 0 4; 0 1 8; 0 0 1]
```

```
Rtr = TT*Rur   %  =[3 1 1 3 3; 4 4 0 0 4; 1 1 1 1 1]
plot(Rur(1,:),Rur( 2,:)); hold on; axis equal
plot(Rtr(1,:),Rtr( 2,:)); hold off
```

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen “bicubic spline” Interpolationsfunktion:
$S(x,y) = (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 1) \cdot (2 \cdot y^3 - 3 \cdot y^2 + 1)$, definiert im Bereich $0 \leq x \leq 1$
$0 \leq y \leq 1$

L6)
```
x = 0:0.02:1; y = x; [xg,yg] = meshgrid(x,y);
f =  (2*xg.^3 - 3*xg.^2 +1) .* (2*yg.^3 - 3*yg.^2 + 1)  ;
contour3(xg,yg,f,30); axis equal
```

10.2.16 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 20. Mai 2008

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt:
$A^T = -A$?

L1a) antisymmetrisch

1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Eliminationsmatrix höchstens enthalten wenn am Ort an dem in der bearbeiteten Matrix eine Null erzeugt werden soll noch keine Null steht?

L1b) n*n-n-1, alle Diagonalelemente Eins, Eliminationsfaktor verschieden von Null

1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die erste und dritte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

L1c)

```
0 0 1 0
0 1 0 1
1 0 0 0
0 0 0 1
```

1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten 0, 0, 1 in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

L1d) Damit wird erreicht, dass jeder transformierte Vektor wieder zuunterst eine Eins aufweist und daher weiter transformiert werden kann.

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 17-Eck mit Umkreisradius 5 in grüner Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in schwarzer Farbe ein.

L2)

```
w =  pi/2 + ( 0:2*pi/17:2*pi)
x = 5*cos(w); y = 5*sin(w);
plot(x,y,'g'); axis equal; hold on
plot([-6 6],[0 0],'k');
plot([0 0], [-6 6],'k');  hold off
```

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = 0.5 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \ldots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

L3) Der rein reelle Zusatz “+t” ändert am Imaginärteil nichts. Die Funktion exp(j*t) (Einheitskreis) hat ihr Maximum j bei pi/2 (+2*pi) und ihr Minimum -j bei 3*pi/2 (+2*pi). Also sind die Maximalpunkte bei pi/2 + 0.5*j und 5*pi/2 + 0.5*j und die Minimalpunkte bei 3*pi/2 - 0.5*j und 7*pi/2 - 0.5*j.

```
t = 0:pi/40:4*pi
z = 0.5*exp(j*t)+ t; plot(z); hold on; axis equal
plot([  pi/2+0.5*j 5*pi/2+0.5*j ],'og')
plot([3*pi/2-0.5*j 7*pi/2-0.5*j ],'or')
hold off
```

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(4/0/0)$ $B(0/4/0)$ $C(-4/0/0)$ $D(0/-4/0)$ $K(0/0/-4)$ (Keller) $S(0/0/4)$ (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte C, MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich die Neigung dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

L4)
```
C = [-4 0 0]'; B = [0 4 0]';  D = [0 -4 0]';  S = [0 0 4]';
MBS = (B+S)/2 , MDS = (D+S)/2  % MBS = [0 2 2];  MDS = [0 -2 2];
n = cross(MDS-C, MBS-C), en = n/norm(n)  % n = [-8 0 16]', en = [-0.4472 0 0.8944]'
dkrit = en'*C  % dkrit = 1.7889
%  en'* OP - en'* OV =  en'* OP - dkrit = [-0.4472 0 0.8944]*OP - 1.7889   = 0
distS = en'*S - dkrit  %  distS = 1.7889  (= dkrit Symmetrie!)
eup = [0 0 1]', w = acos(eup'*en), wg = w*180/pi  % w = 0.4636 ; wg = 26.56 Grd
```

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(6/0)$,$B(12/0)$,$C(12/4)$, $D(6/4)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AD dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L5
```
Rur = [6 12 12 6 6; 0 0 4 4 0; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -6; 0 1 -2; 0 0 1]
M = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0 6; 0 1 2; 0 0 1]
TT = Tb*M*Tz  % = [1 0 12; 0 1 4; 0 0 1]
```

```
Rtr = TT*Rur  %  =[ 6  0  0  6 6; 4 4 0 0 4; 1 1 1 1 1]
plot(Rur(1,:),Rur( 2,:)); hold on; axis equal
plot(Rtr(1,:),Rtr( 2,:)); hold off
```

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen “bicubic spline” Interpolationsfunktion:
$S(x, y) = (2 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 1) \cdot (-2 \cdot y^3 + 3 \cdot y^2)$, definiert im Bereich $0 \leq x \leq 1$
$0 \leq y \leq 1$

L6)
```
x = 0:0.02:1; y = x; [xg,yg] = meshgrid(x,y);
f =  (2*xg.^3 - 3*xg.^2 +1) .* (-2*yg.^3 + 3*yg.^2)  ;
contour3(xg,yg,f,30); axis equal
```

10.2.17 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 20. Mai 2008

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt:
$A^T = A^{-1}$?

L1a) orthogonal

1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Diagonalmatrix höchstens enthalten wenn sie regulär sein soll?

L1b) n*n-n, alle Diagonalelemente verschieden von Null

1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die zweite und dritte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

L1c)
```
1 0 0 0
0 0 1 0
0 1 0 0
0 0 0 1
```

1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten 0, 0, 1 in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

L1d) Damit wird erreicht, dass jeder transformierte Vektor wieder zuunterst eine Eins aufweist und daher weiter transformiert werden kann.

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 15-Eck mit Umkreisradius 6 in schwarzer Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in blauer Farbe ein.

L2)
```
w =  pi/2 + ( 0:2*pi/15:2*pi)
x = 6*cos(w); y = 6*sin(w);
plot(x,y,'k'); axis equal; hold on
plot([-7 7],[0 0],'b');
plot([0 0], [-7 7],'b');  hold off
```

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = -0.4 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \ldots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

L3) Der rein reelle Zusatz "+t" ändert am Imaginärteil nichts. Die Funktion -exp(j*t) (Einheitskreis) hat ihr Minimum -j bei pi/2 (+2*pi) und ihr Maximum j bei 3*pi/2 (+2*pi). Also sind die Minimalpunkte bei pi/2 - 0.4*j und 5*pi/2 - 0.4*j und die Maximalpunkte bei 3*pi/2 + 0.4*j und 7*pi/2 + 0.4*j.

```
t = 0:pi/40:4*pi
z = -0.4*exp(j*t)+ t; plot(z); hold on; axis equal
plot([  pi/2-0.4*j 5*pi/2-0.4*j],'or')
plot([3*pi/2+0.4*j 7*pi/2+0.4*j],'og')
hold off
```

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(6/0/0)$ $B(0/6/0)$ $C(-6/0/0)$ $D(0/-6/0)$ $K(0/0/-6)$ (Keller) $S(0/0/6)$ (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte A, MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich die Neigung dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

L4)
```
A = [6 0 0]'; B = [0 6 0]';  D = [0 -6 0]';  S = [0 0 6]';
MBS = (B+S)/2 , MDS = (D+S)/2  % MBS = [0 3 3];  MDS = [0 -3 3];
n = cross(MBS-A, MDS-A), en = n/norm(n)  % n = [18 0 36]', en = [0.4472 0 0.8944]'
dkrit = en'*A  % dkrit = 2.6833
%  en'* OP - en'* OV =  en'* OP - dkrit = [0.4472 0 0.8944]*OP - 2.6833   = 0
distS = en'*S - dkrit  %  distS = 2.6833  (= dkrit Symmetrie!)
eup = [0 0 1]', w = acos(eup'*en), wg = w*180/pi  % w = 0.4636 ; wg = 26.56 Grd
```

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(0/6)$,$B(4/6)$,$C(4/12)$, $D(0/12)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L5
```
Rur = [0 4 4 0 0; 6 6 12 12 6; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -2; 0 1 -6; 0 0 1]
M = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0 2; 0 1 6; 0 0 1]
TT = Tb*M*Tz   % = [-1 0 4; 0 -1 12; 0 0 1]
```

```
Rtr = TT*Rur   %  =[4 0 0 4 4; 6 6 0 0 6; 1 1 1 1 1]
plot(Rur(1,:),Rur( 2,:)); hold on; axis equal
plot(Rtr(1,:),Rtr( 2,:)); hold off
```

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen "bicubic spline" Interpolationsfunktion:
$S(x, y) = (-2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2) \cdot (2 \cdot y^3 - 3 \cdot y^2 + 1)$, definiert im Bereich $0 \leq x \leq 1$ $0 \leq y \leq 1$

L6)
```
x = 0:0.02:1; y = x; [xg,yg] = meshgrid(x,y);
f =  (-2*xg.^3 + 3*xg.^2 ) .* (2*yg.^3 - 3*yg.^2 +1)  ;
contour3(xg,yg,f,30); axis equal
```

10.2.18 FS 08 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 20. Mai 2008

Y Ingenieurmathematik Prüfung 2 20. Mai 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man eine Matrix bei welcher die beiden Matrizen A und A^T identische Dimensionszahlen haben ?

L1a) quadratisch

1b) Wieviele Nullen darf eine nxn Eliminationsmatrix höchstens enthalten wenn am Ort an dem eine Null erzeugt werden soll noch keine Null steht?

L1b) n*n-n-1, alle Diagonalelemente Eins, Eliminationsfaktor verschieden von Null

1c) Geben Sie eine 4x4 Turm-Matrix an, welche bei Multiplikation von links die erste und letzte Zeile der rechts stehenden Matrix vertauscht.

L1c)

```
0 0 0 1
0 1 0 0
0 0 1 0
1 0 0 0
```

1d) Welche Wirkung hat die fest vorgeschriebene unterste Zeile mit den Werten 0, 0, 1 in der Matrix der 2D homogenen Koordinatentransformation auf die zu transformierenden Vektoren?

L1d) Damit wird erreicht, dass jeder transformierte Vektor wieder zuunterst eine Eins aufweist und daher weiter transformiert werden kann.

2) Geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem ein reguläres 11-Eck mit Umkreisradius 5 in blauer Farbe gezeichnet wird, das eine Ecke auf der positiven y-Achse hat. Zeichnen Sie in dasselbe Bild die beiden Koordinatenachsen in roter Farbe ein.

L2)

```
w =  pi/2 + ( 0:2*pi/11:2*pi)
x = 5*cos(w); y = 5*sin(w);
plot(x,y,'b'); axis equal; hold on
plot([-6 6],[0 0],'r');
plot([0 0], [-6 6],'r');  hold off
```

3) Durch die komplexe Funktion $z(t) = 0.8 \cdot \exp(j \cdot t) + t, \quad t = 0 \ldots 4\pi$ werden zwei Perioden einer gestreckten Zykloide definiert. Bestimmen Sie die komplexen Werte der (je zwei) Punkte mit den grössten und den kleinsten Werten der Imaginärteile!

L3) Der rein reelle Zusatz "+t" ändert am Imaginärteil nichts. Die Funktion exp(j*t) (Einheitskreis) hat ihr Maximum j bei pi/2 (+2*pi) und ihr Minimum -j bei 3*pi/2 (+2*pi). Also sind die Maximalpunkte bei pi/2 + 0.8*j und 5*pi/2 + 0.8*j und die Minimalpunkte bei 3*pi/2 - 0.8*j und 7*pi/2 - 0.8*j.

```
t = 0:pi/40:4*pi
z = 0.8*exp(j*t)+ t; plot(z); hold on; axis equal
plot([  pi/2+0.8*j 5*pi/2+0.8*j ],'og')
plot([3*pi/2-0.8*j 7*pi/2-0.8*j ],'or')
hold off
```

4) Als Grundlage dient der reguläre Oktaeder $A(8/0/0)$ $B(0/8/0)$ $C(-8/0/0)$ $D(0/-8/0)$ $K(0/0/-8)$ (Keller) (0/0/8) (Spitze). Geben Sie die Ebenengleichung in der Hesse'schen Normalform an für die Ebene durch die Punkte C MBS, MDS, wobei MBS der Mittelpunkt der Streck BS ist und MDS derjenige der Strecke DS. Berechnen Sie zusätzlich die Neigung dieser Ebene gegenüber der Horizontalen und den Abstand des Punktes S von dieser Ebene!

L4)
```
C = [-8 0 0]'; B = [0 8 0]';  D = [0 -8 0]';  S = [0 0 8]';
MBS = (B+S)/2 , MDS = (D+S)/2  % MBS = [0 4 4];  MDS = [0 -4 4];
n = cross(MDS-C, MBS-C), en = n/norm(n)  % n = [-8 0 16]', en = [-0.4472 0 0.8944]'
dkrit = en'*C  % dkrit = 3.5777
%  en'* OP - en'* OV =  en'* OP - dkrit = [-0.4472 0 0.8944]*OP - 3.5777   = 0
distS = en'*S - dkrit  %  distS = 3.5777  (= dkrit Symmetrie!)
eup = [0 0 1]', w = acos(eup'*en), wg = w*180/pi  % w = 0.4636 ; wg = 26.56 Grd
```

5) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das Rechteck ABCD ($A(4/1)$,$B(8/1)$,$C(8/3)$, $D(4/3)$,) um 180° um den Mittelpunkt der Strecke AD dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Rechtecks an.

L5
```
Rur = [4 8 8 4  4; 1 1 3 3 1; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -4; 0 1 -2; 0 0 1]
M = [-1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0 4; 0 1 2; 0 0 1]
TT = Tb*M*Tz   % = [1 0 8; 0 1 4; 0 0 1]
```

```
Rtr = TT*Rur   %  =[4 0 0 4 4; 3 3 1 1 3; 1 1 1 1 1]
plot(Rur(1,:),Rur( 2,:)); hold on; axis equal
plot(Rtr(1,:),Rtr( 2,:)); hold off
```

6) Beschreiben Sie das MATLAB-Skript zur 3D masstäblichen Konturlinien-Darstellung der speziellen “bicubic spline” Interpolationsfunktion:
$S(x,y) = (-2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2) \cdot (-2 \cdot y^3 + 3 \cdot y^2)$, definiert im Bereich $0 \leq x \leq 1$ $0 \leq y \leq 1$

L6)
```
x = 0:0.02:1; y = x; [xg,yg] = meshgrid(x,y);
f =  (-2*xg.^3 + 3*xg.^2 ) .* (-2*yg.^3 + 3*yg.^2 )  ;
contour3(xg,yg,f,30); axis equal
```

11 Schuljahr 2008 / 09

11.1 Herbstsemester 2008

11.1.1 HS 08 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 18. November 2008

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. November 2008
Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie lautet (ungefähr! sinngemäss, nicht genauer Wortlaut) die Fehlermeldung, wenn man zwei Zeilenvektoren eigentlich Elementweise multiplizieren wollte, aber irrtümlich den mormalen statt den Punkt-Operator eingesetzt hat?

   1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB die nachfolgenden plot-Aufrufe in dasselbe Zeichenfeld eingefügt werden?

   1c) Wieviele Nullen muss eine Rechts-Dreiecksmatrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 1 = 0$?

2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung
$$z^4 + 4\,j = 0$$
als rote Kreislein einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[2 4]'`, `B=[-2 4]'`, `C=[0 2]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -8; 0]`, `B=[ 8; 0; 0]`, `C=[ 0;  8; 0]`, `D=[-8; 0; 0]`, `S=[0; 0; 8]`, `K=[0; 0; -8]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,D, MB und MC gelegt, wobei MB der Mittelpunkt der Strecke BS ist und MC der Mittelpunkt der Strecke CS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der linksgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 15 cm, Ganghöhe 1.5 cm und Gesamthöhe 30 cm. Die Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (15/0/0) und der Endpunkt bei (15/0/30). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Vorwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix L der Dimension 9x9 aus der L-R-Zerlegung und einem neuen Vektor der rechten Seiten b ausgewertet werden. (Das Vorwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von y in L*y = b.

11.1.2 HS 08 – Prüfung 1, G, 18. November 2008

G **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. November 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welche Bedingung müssen die Matrizen A und B erfüllen, damit ein Matrizenprodukt A*B definiert ist

   1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB ein Quadrat als Quadrat und nicht als Rechteck dargestellt wird?

   1c) Wieviele Nullen muss eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 2 = 0$?

2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^4 - 16\,j = 0$$

   als rote Kreislein einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[6 3]'`, `B=[6  -3]'`, `C=[3 0]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -6; 0]`, `B=[ 6; 0; 0]`, `C=[ 0;  6; 0]`, `D=[-6; 0; 0]`, `S=[0; 0; 6]`, `K=[0; 0; -6]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte C,D, MA und MB gelegt, wobei MA der Mittelpunkt der Strecke AS ist und MB der Mittelpunkt der Strecke BS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der rechtsgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 10 cm, Ganghöhe 1.5 cm und Gesamthöhe 45 cm. Die Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (0/10/0) und der Endpunkt bei (0/10/45). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Rückwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix R der Dimension 7x7 und dem mit-transformierten Vektor bt ausgewertet werden. (Das Rückwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von x aus R*x = bt nach erfolgter Transformation Rechts-Dreiecksform.

11.1.3 HS 08 – Prüfung 1, B, 18. November 2008

B Ingenieurmathematik Prüfung 1

18. November 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie heissen die zwei Haupt-Teile der Lösung eines linearen Gleichungs-Sytems mit dem Gauss-Algorithmus und welcher Teil braucht den geringeren Rechenaufwand.

   1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB die nachfolgenden plot-Aufrufe in dasselbe Zeichenfeld eingefügt werden?

   1c) Wieviele Nullen muss eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

   1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 4 = 0$?

2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung
$$z^4 + 16\ j = 0$$
als rote Kreislein einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[8 4]'`, `B=[8  -4]'`, `C=[4 0]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -4; 0]`, `B=[ 4; 0; 0]`, `C=[ 0;  4; 0]`, `D=[-4; 0; 0]`, `S=[0; 0; 4]`, `K=[0; 0; -4]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,B, MC und MD gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CS ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der linksgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 20 cm, Ganghöhe 2cm und Gesamthöhe 50 cm. Die

Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (20/0/0) und der Endpunkt bei (20/0/50). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Rückwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix R der Dimension 5x5 und dem mit-transformierten Vektor bt ausgewertet werden. (Das Rückwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von x aus R*x = bt nach erfolgter Transformation Rechts-Dreiecksform.

11.1.4 HS 08 – Prüfung 1, Y, 18. November 2008

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. November 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie lautet (ungefähr! sinngemaess, nicht genauer Wortlaut) die Fehlermeldung, wenn man zwei Zeilenvektoren eigentlich Elementweise multiplizieren wollte, aber irrtümlich den mormalen statt den Punkt-Operator eingesetzt hat?

   1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB ein Kreis richtig (nicht als Ellipse) dargestellt wird?

   1c) Wieviele von Null verschiedene Werte darf eine Rechts-Dreiecksmatrix der Dimension nxn höchstens enthalten?

   1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 5 = 0$?

2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^4 - 4\ j = 0$$

   als rote Kreislein einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[1 2]'`, `B=[-1 2]'`, `C=[ 0 1]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -2; 0]`, `B=[ 2; 0; 0]`, `C=[ 0;  2; 0]`, `D=[-2; 0; 0]`, `S=[0; 0; 2]`, `K=[0; 0; -2]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte B,C, MA und MD gelegt, wobei MA der Mittelpunkt der Strecke AS ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der rechtsgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 20 cm, Ganghöhe 2cm und Gesamthöhe 60 cm. Die

Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (0/20/0) und der Endpunkt bei (0/20/60). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Vorwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix L der Dimension 5x5 aus der L-R-Zerlegung und einem neuen Vektor der rechten Seiten b ausgewertet werden. (Das Vorwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von y in L*y = b.

11.1.5 HS08 – Lösungen zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 18. November 2008

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. November 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie lautet (ungefähr! sinngemäss, nicht genauer Wortlaut) die Fehlermeldung, wenn man zwei Zeilenvektoren eigentlich Elementweise multiplizieren wollte, aber irrtümlich den mormalen statt den Punkt-Operator eingesetzt hat?

L 1a) "inner dimensions must agree"

1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB die nachfolgenden plot-Aufrufe in dasselbe Zeichenfeld eingefügt werden?

L 1b) hold on

1c) Wieviele Nullen muss eine Rechts-Dreiecksmatrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

L 1c) $n^2/2 - n/2 = n * (n-1)/2$

1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 1 = 0$?

L 1d) für ungerade Werte von n.

L 2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^4 + 4\,j = 0$$

als rote Kreise einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

L 2)
```
zs = 4^(1/4)*[ exp(j*(3*pi/8)) exp(j*(7*pi/8)) exp(j*(11*pi/8)) exp(j*(15*pi/8))]
t = (0:0.01:1)*2*pi;
plot(zs,'ro') ; hold on; plot( 4^(1/4)*exp(j*t), 'k'); hold off;
axis equal
```

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[2 4]'`, `B=[-2 4]'`, `C=[0 2]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3)
```
A = [2; 4; 1]; B = [-2; 4; 1]; C = [0; 2; 1];
lin = [ A B C A];
M = A+B/2;  % = [0 ; 4]
Tz = [ 1 0 0; 0 1 -4; 0 0 1]
R =  [ -1 0 0; -0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [ 1 0 0; 0 1 4; 0 0 1]
Tt = Tb*R*Tz    % = R =  [ -1 0 0; 0 -1 8; 0 0 1]
lint = Tt*lin
plot(lin(1,:), lin(2,:)); hold on ;
plot(lint(1,:), lint(2,:),'r'); axis equal; hold off
```

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -8; 0]`, `B=[ 8; 0; 0]`, `C=[ 0;  8; 0]`, `D=[-8; 0; 0]`, `S=[0; 0; 8]`, `K=[0; 0; -8]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,D, MB und MC gelegt, wobei MB der Mittelpunkt der Strecke BS ist und MC der Mittelpunkt der Strecke CS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[ 0; -8; 0]; B=[ 8; 0; 0];
C=[ 0;  8; 0]; D=[-8; 0; 0];
S=[ 0;  0; 8]; K=[ 0; 0; -8];
lin = [A S C K A B S D K B C D A];
plot3(lin(1,:), lin(2,:), lin(3,:)); axis equal
hold on
MB = (B+S)/2; MC = (C+S)/2; leb = [D A MB MC D];
plot3(leb(1,:), leb(2,:), leb(3,:),'r');
hold off
v = D-A ; w = MB-A;
N = cross(w,v) ; en = N/norm(N)
dk = en'*A       %  Abstand 0/0/0 = -dk
dkt = en'*MC -dk %  = Test ob 4. Punkt auf gleicher Ebene
ds = en'*S -dk
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der linksgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 15 cm, Ganghöhe 1.5 cm und Gesamthöhe 30 cm. Die Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (15/0/0) und der Endpunkt bei (15/0/30). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

L 5)
```
R = 15 ; h = 1.5; Zmax = 30;
nturn = Zmax/h
```

```
t = (0:0.01:nturn)*2*pi;
x = R*cos(t) ; y = -R*sin(t); z = t*h/(2*pi);
plot3(x,y,z) ; axis equal; hold on
plot3(15, 0, 0,'ro'); plot3(15, 0, 30,'ro'); hold off
```

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Vorwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix L der Dimension 9x9 aus der L-R-Zerlegung und einem neuen Vektor der rechten Seiten b ausgewertet werden. (Das Vorwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von y in L*y = b.

L 6) $y_1 = b_1$
$y_2 = b_2 - L_{21} \cdot y_1$
$y_3 = b_3 - L_{31} \cdot y_1 - L_{32} \cdot y_2$

11.1.6 HS08 – Lösungen zur Prüfung 1, G, 18. November 2008

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 18. November 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Welche Bedingung müssen die Matrizen A und B erfüllen, damit ein Matrizenprodukt A*B definiert ist

L 1a) Spaltenzahl von A = Zeilenzahl von B

1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB ein Quadrat als Quadrat und nicht als Rechteck dargestellt wird?

L 1b) axis equal

1c) Wieviele Nullen muss eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

L 1c) n, auf der Diagonalen

1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 2 = 0$?

L 1d) für ungerade n

2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^4 - 16\, j = 0$$

als rote Kreise einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

L 2)
```
zs = 2*[ exp(j*(pi/8)) exp(j*(5*pi/8)) exp(j*(9*pi/8)) exp(j*(13*pi/8))]
t = (0:0.01:1)*2*pi;
plot(zs,'ro') ; hold on; plot( 2*exp(j*t), 'k'); hold off;
axis equal
```

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[6 3]'`, `B=[6  -3]'`, `C=[3 0]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3)
```
A = [6; 3; 1]; B = [6; -3; 1]; C = [3; 0; 1];
lin = [ A B C A];
M = A+B/2;  % = [6 ; 0]
```

```
Tz = [ 1 0 -6; 0 1 0; 0 0 1]
R =  [ -1 0 0; -0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [ 1 0 6; 0 1 0; 0 0 1]
Tt = Tb*R*Tz    % = R =  [ -1 0 12; 0 -1 0; 0 0 1]
lint = Tt*lin
plot(lin(1,:), lin(2,:)); hold on ;
plot(lint(1,:), lint(2,:),'r'); axis equal; hold off
```

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -6; 0]`, `B=[ 6; 0; 0]`, `C=[ 0;  6; 0]`, `D=[-6; 0; 0]`, `S=[0; 0; 6]`, `K=[0; 0; -6]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte C,D, MA und MB gelegt, wobei MA der Mittelpunkt der Strecke AS ist und MB der Mittelpunkt der Strecke BS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[ 0; -6; 0]; B=[ 6; 0; 0];
C=[ 0;  6; 0]; D=[-6; 0; 0];
S=[ 0;  0; 6]; K=[ 0; 0; -6];
lin = [A S C K A B S D K B C D A];
plot3(lin(1,:), lin(2,:), lin(3,:)); axis equal
hold on
MA = (A+S)/2; MB = (B+S)/2; leb = [C D MA MB C];
plot3(leb(1,:), leb(2,:), leb(3,:),'r');
hold off
v = D-C , w = MB-C
N = cross(v,w) ; en = N/norm(N)
dk = en'*C       %  Abstand 0/0/0 = -dk
dkt = en'*MB -dk %  = Test ob 4. Punkt auf gleicher Ebene
ds = en'*S -dk
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der rechtsgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 10 cm, Ganghöhe 1.5 cm und Gesamthöhe 45 cm. Die Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (0/10/0) und der Endpunkt bei (0/10/45). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

L 5)
```
R = 10 ; h = 1.5; Zmax = 45;
nturn = Zmax/h
t = (0:0.01:nturn)*2*pi;
x = -R*sin(t) ; y = R*cos(t); z = t*h/(2*pi);
plot3(x,y,z) ; axis equal; hold on
plot3(0, 10, 0,'ro'); plot3(0, 10, 45,'ro'); hold off
```

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Rückwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix R der Dimension 7x7 und dem mit-transformierten Vektor bt ausgewertet werden. (Das Rückwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von x aus R*x = bt nach erfolgter Transformation Rechts-Dreiecksform.

L 6) $x_7 = bt_7/R_{77}$
$x_6 = (bt_6 - R_{67} \cdot x_7)/R_{66}$
$x_5 = (bt_5 - R_{56} \cdot x_6 - R_{57} \cdot x_7)/R_{55}$

11.1.7 HS08 – Lösungen zur Prüfung 1, B, 18. November 2008

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 18. November 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie heissen die zwei Haupt-Teile der Lösung eines linearen Gleichungs-Sytems mit dem Gauss-Algorithmus und welcher Teil braucht den geringeren Rechenaufwand.

L 1a) Dreieckstransformation (= eigentliche Gauss-Elimination) und rückwärts Einsetzen. Das 2. braucht viel weniger Aufwand $O(n^2)$ gegen $O(n^3)$ für Gauss.

1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB die nachfolgenden plot-Aufrufe in dasselbe Zeichenfeld eingefügt werden?

L 1b) hold on

1c) Wieviele Nullen muss eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens enthalten?

L 1c) n, auf der Diagonalen

1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 4 = 0$?

L 1d) für ungerade n

2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^4 + 16\,j = 0$$

als rote Kreise einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

L 2)
```
zs = 2*[ exp(j*(3*pi/8)) exp(j*(7*pi/8)) exp(j*(11*pi/8)) exp(j*(15*pi/8))]
t = (0:0.01:1)*2*pi;
plot(zs,'ro') ; hold on; plot( 2*exp(j*t), 'k'); hold off;
axis equal
```

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[8 4]'`, `B=[8  -4]'`, `C=[4 0]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3)
```
A = [8; 4; 1]; B = [ 8; -4; 1]; C = [4; 0; 1];
lin = [ A B C A];
M = A+B/2;  % = [8 ; 0]
Tz = [ 1 0 -8; 0 1  0; 0 0 1]
R =  [ -1 0 0; -0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [ 1 0 8; 0 1 0; 0 0 1]
Tt = Tb*R*Tz    % = R =  [ -1 0 16; 0 -1 0; 0 0 1]
lint = Tt*lin
plot(lin(1,:), lin(2,:)); hold on ;
plot(lint(1,:), lint(2,:),'r'); axis equal; hold off
```

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -4; 0]`, `B=[ 4; 0; 0]`, `C=[ 0;  4; 0]`, `D=[-4; 0; 0]`, `S=[0; 0; 4]`, `K=[0; 0; -4]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte A,B, MC und MD gelegt, wobei MC der Mittelpunkt der Strecke CS ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[ 0; -4; 0]; B=[ 4; 0; 0];
C=[ 0;  4; 0]; D=[-4; 0; 0];
S=[ 0;  0; 4]; K=[ 0; 0; -4];
lin = [A S C K A B S D K B C D A];
plot3(lin(1,:), lin(2,:), lin(3,:)); axis equal
hold on
MC = (C+S)/2; MD = (D+S)/2; leb = [A B MC MD C];
plot3(leb(1,:), leb(2,:), leb(3,:),'r');
hold off
v = B-A , w = MC-A
N = cross(v,w) ; en = N/norm(N)
dk = en'*A       %  Abstand 0/0/0 = -dk
dkt = en'*MD -dk %  = Test ob 4. Punkt auf gleicher Ebene
ds = en'*S -dk
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der linksgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 20 cm, Ganghöhe 2cm und Gesamthöhe 50 cm. Die Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (20/0/0) und der Endpunkt bei (20/0/50). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

L 5)
```
R = 20 ; h = 2; Zmax = 50;
nturn = Zmax/h
```

```
t = (0:0.01:nturn)*2*pi;
x = R*cos(t) ; y = -R*sin(t); z = t*h/(2*pi);
plot3(x,y,z) ; axis equal; hold on
plot3(20, 0, 0,'ro'); plot3(20, 0, 50,'ro'); hold off
```

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Rückwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix R der Dimension 5x5 und dem mit-transformierten Vektor bt ausgewertet werden. (Das Rückwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von x aus R*x = bt nach erfolgter Transformation Rechts-Dreiecksform.

L 6) $x_5 = bt_5/R_{55}$
$x_4 = (bt_4 - R_{45} \cdot x_5)/R_{44}$
$x_3 = (bt_3 - R_{34} \cdot x_4 - R_{35} \cdot x_5)/R_{33}$

11.1.8 HS08 – Lösungen zur Prüfung 1, Y, 18. November 2008

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 18. November 2008

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie lautet (ungefähr! sinngemaess, nicht genauer Wortlaut) die Fehlermeldung, wenn man zwei Zeilenvektoren eigentlich Elementweise multiplizieren wollte, aber irrtümlich den mormalen statt den Punkt-Operator eingesetzt hat?

L 1a) "inner dimensions must agree"

1b) Wie erreicht man, dass in MATLAB ein Kreis richtig (nicht als Ellipse) dargestellt wird?

L 1b) axis equal

1c) Wieviele von Null verschiedene Werte darf eine Rechts-Dreiecksmatrix der Dimension nxn höchstens enthalten?

L 1c) n*(n+1)/2

1d) Für welche Werte von n gibt es mindestens eine relle Lösung der Gleichung $z^n + 5 = 0$?

L 1d) für ungerade n

2) Schreiben Sie ein MATLAB-Skript, welches alle Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^4 - 4\,j = 0$$

als rote Kreise einzeichnet, und dazu in der gleichen Figur in schwarzer Farbe den Kreis zeichnet, auf dem diese Lösungen alle liegen.

L 2)
```
zs = 4^(1/4)*[ exp(j*(pi/8)) exp(j*(5*pi/8)) exp(j*(9*pi/8)) exp(j*(13*pi/8))]
t = (0:0.01:1)*2*pi;
plot(zs,'ro') ; hold on; plot( 4^(1/4)*exp(j*t), 'k'); hold off;
axis equal
```

3) Das rechtwinklig gleichschenklige Dreieck `A=[1 2]'`, `B=[-1 2]'`, `C=[ 0 1]'` soll um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse um den Winkel 180 Grad gedreht werden. Geben Sie die Matrizen der Teiltransformationen in homogenen Koordinaten der Ebene an und die Gesamt-Transformationsmatrix, sowie die Eck-Koordinaten des Bildes.

L 3)
```
A = [1; 2; 1]; B = [ -1; 2; 1]; C = [0; 1; 1];
lin = [ A B C A];
M = A+B/2;  % = [0 ; 2]
Tz = [ 1 0 0; 0 1 -2; 0 0 1]
R =  [ -1 0 0; -0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [ 1 0 0; 0 1 2; 0 0 1]
Tt = Tb*R*Tz    % = R =  [ -1 0  4; 0 -1 4; 0 0 1]
lint = Tt*lin
plot(lin(1,:), lin(2,:)); hold on ;
plot(lint(1,:), lint(2,:),'r'); axis equal; hold off
```

4) Im regulären Oktaeder ABCDSK (`A=[ 0; -2; 0]`, `B=[ 2; 0; 0]`, `C=[ 0;  2; 0]`, `D=[-2; 0; 0]`, `S=[0; 0; 2]`, `K=[0; 0; -2]` , ABCD in Mittelebene, S = Spitze,K = Keller) wird eine Ebene durch die 4 Punkte B,C, MA und MD gelegt, wobei MA der Mittelpunkt der Strecke AS ist und MD der Mittelpunkt der Strecke DS. Bestimmen Sie die Hesse'sche Normalform dieser Ebene und berechnen Sie die Abstände der beiden Punkte S und Z=(0/0/0) von dieser Ebene.

L 4)
```
A=[ 0; -2; 0]; B=[ 2; 0; 0];
C=[ 0;  2; 0]; D=[-2; 0; 0];
S=[ 0;  0; 2]; K=[ 0; 0; -2];
lin = [A S C K A B S D K B C D A];
plot3(lin(1,:), lin(2,:), lin(3,:)); axis equal
hold on
MA = (A+S)/2; MD = (D+S)/2; leb = [B C MD MA B];
plot3(leb(1,:), leb(2,:), leb(3,:),'r');
hold off
v = C-B , w = MD-B
N = cross(v,w) ; en = N/norm(N)
dk = en'*B       %  Abstand 0/0/0 = -dk
dkt = en'*MA -dk %  = Test ob 4. Punkt auf gleicher Ebene
ds = en'*S -dk
```

5) Bestimmen Sie die Parameterdarstellung der rechtsgängigen Schraubenlinie einer Drosselspule mit Radius 20 cm, Ganghöhe 2cm und Gesamthöhe 60 cm. Die Achse verläuft entlang der z-Achse, der Startpunkt ist bei (0/20/0) und der Endpunkt bei (0/20/60). Geben Sie die MATLAB-Befehle an für das Zeichnen dieser Schraubenlinie.

L 5)
```
R = 20 ; h = 2; Zmax = 60;
nturn = Zmax/h
```

```
t = (0:0.01:nturn)*2*pi;
x = -R*sin(t) ; y = R*cos(t); z = t*h/(2*pi);
plot3(x,y,z) ; axis equal; hold on
plot3(0, 20, 0,'ro'); plot3(0, 20, 60,'ro'); hold off
```

6) Geben Sie die Formeln an für die ersten drei unbekannten Werte, die beim Vorwärts-Einsetzen in einer bekannten Matrix L der Dimension 5x5 aus der L-R-Zerlegung und einem neuen Vektor der rechten Seiten b ausgewertet werden. (Das Vorwärts-Einsetzen dient der Bestimmung von y in L*y = b.

L 6) $y_1 = b_1$
$y_2 = b_2 - L_{21} \cdot y_1$
$y_3 = b_3 - L_{31} \cdot y_1 - L_{32} \cdot y_2$

11.2 Frühjahrssemester 2009

11.2.1 FS 09 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 28. April 2009

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [i 1 -i]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach rechts. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` nach unten in die -Im(z) Richtung zeigt?

   1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(3xn)*B(5x3)*C(mx2). Geben Sie auch die Dimension der Resultates an.

   1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0.707 -0.707 ; 0.707 0.707]` an und benützen Sie dabei die Tatsache, dass R orthogonal ist.
   Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

   1d) Welche Komponente des Vektors x wird beim Rückwärts-Einsetzen im nxn System `R*x=y` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, aus welcher man sie berechnen kann?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} a_4 & a_2 & 0 & a_5 & 0 \\ d_4 & d_2 & 0 & d_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_2 & 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^7 + 128i = 0$$

4) Die vierseitige Pyramide $A(-8/-8/0)$ $B(8/-8/0)$ $C(8/8/0)$ $D(-8/8/0)$ $S(0/0/10)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte B, C und $H(0/0/6)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pd und Pa der Kanten DS und AS und damit die Schnittfigur B-C-Pd-Pa. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pd-Pa parallel zu BC ist.

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und "echt" unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.
Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene R-Matrix rekonstruiert.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(10/0)$, $C(5/5)$) um 180^o um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.2 FS 09 – Prüfung 1, G, 28. April 2009

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [-1 i 1]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach oben. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` "nach rechts", in die +Re(z) Richtung zeigt?

   1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(5xn)*B(3x4)*C(mx2). Geben Sie auch die Dimension der Resultates an.

   1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0 1 ; -1 0]` an und benützen Sie dazu die Tatsache, dass R orthogonal ist.
   Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

   1d) Welche Komponente des Vektors y wird beim Vorwärts-Einsetzen mit `L*y=b` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, aus welcher man sie berechnen kann?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & d_1 & 0 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_1 & 0 & a_5 \\ c_4 & 0 & c_1 & 0 & c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \ = \ Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^5 + 32 = 0$$

4) Die vierseitige Pyramide $A(-4/-4/0)$ $B(4/-4/0)$ $C(4/4/0)$ $D(-4/4/0)$ $S(0/0/5)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte B, C und $H(0/0/3)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pd und Pa der Kanten DS und AS und damit die Schnittfigur B-C-Pd-Pa. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pd-Pa parallel zu BC ist.

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und "echt" unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.

Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene L-Matrix rekonstruiert (Vergessen Sie die Einsen auf der Diagonalen nicht!)

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(4/0)$, $C(2/2)$) um 180° um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.3 FS 09 – Prüfung 1, B, 28. April 2009

B **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [i 1 -i]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach rechts. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` "nach oben", in die +Im(z) Richtung zeigt?

   1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(5xn)*B(3x4)*C(mx2). Geben Sie auch die Dimension des Resultates an.

   1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0.707 0.707 ; -0.707 0.707]` an und benützen Sie dazu die Tatsache, dass R orthogonal ist.
   Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

   1d) Welche Komponente des Vektors x wird beim Rückwärts-Einsetzen im nxn System `R*x=y` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, mit welcher man sie berechnen kann?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & d_5 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & 0 & b_5 & b_1 & 0 \\ e_4 & 0 & e_5 & e_1 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^7 + 128 = 0$$

4) Die vierseitige Pyramide $A(-8/-8/0)$ $B(8/-8/0)$ $C(8/8/0)$ $D(-8/8/0)$ $S(0/0/10)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte A, B und $H(0/0/6)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pc und Pd der Kanten CS und DS und damit die Schnittfigur A-B-Pc-Pd. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pc-Pd parallel zu AB ist.

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und "echt" unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.

Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene R-Matrix rekonstruiert.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(12/0)$, $C(6/6)$) um 180° um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.4 FS 09 – Prüfung 1, Y, 28. April 2009

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [-1 i 1]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach oben. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` "nach links", in die -Re(z) Richtung zeigt?

   1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4xn)*B(6x4)*C(mx3). Geben Sie auch die Dimension der Resultates an.

   1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0 -1 ; 1 0]` an und benützen Sie dazu die Tatsache, dass R orthogonal ist.
   Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

   1d) Welche Komponente des Vektors y wird beim Vorwärts-Einsetzen mit `L*y=b` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, mit welcher man sie berechnen kann?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_3 & 0 & c_2 & c_4 & 0 \\ e_3 & 0 & e_2 & e_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & a_2 & a_4 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^5 - 32i = 0$$

4) Die vierseitige Pyramide $A(-4/-4/0)$ $B(4/-4/0)$ $C(4/4/0)$ $D(-4/4/0)$ $S(0/0/5)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte A, B und $H(0/0/3)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pc und Pd der Kanten CS und DS und damit die Schnittfigur A-B-Pc-Pd. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pc-Pd parallel zu AB ist.

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und "echt" unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.

Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene L-Matrix rekonstruiert (Vergessen Sie die Einsen auf der Diagonalen nicht!)

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(8/0)$, $C(4/4)$) um 180° um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.5 FS 09 – Lösung zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 28. April 2009

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [i 1 -i]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach rechts. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` nach unten in die -Im(z) Richtung zeigt?

L1a) Multiplizieren mit -i = exp(-i*pi/2) dreht 90 Grad im Uhrzeigersinn.

1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(3xn)*B(5x3)*C(mx2). Geben Sie auch die Dimension der Resultates an.

L1b) n=5 , m = 3, ABC ist 3x2

1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0.707 -0.707 ; 0.707 0.707]` an und benützen Sie dabei die Tatsache, dass R orthogonal ist.
Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

L1c) `R = [0.707 0.707 ; -0.707 0.707]`, transponieren

1d) Welche Komponente des Vektors x wird beim Rückwärts-Einsetzen im nxn System `R*x=y` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, aus welcher man sie berechnen kann?

L1d) x_n aus $R_{nn} \cdot x_n = y_n$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} a_4 & a_2 & 0 & a_5 & 0 \\ d_4 & d_2 & 0 & d_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_2 & 0 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
Asel = [1 0 0 0 0; ...
        0 0 0 1 0; ...
        0 0 0 0 0; ...
        0 1 0 0 0; ...
        0 0 0 0 0] * iwmat(5) * ...
       [0 0 0 0 0
        0 1 0 0 0
```

```
0 0 0 0 0
1 0 0 0 0
0 0 0 1 0]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^7 + 128i = 0$$

L3)
```
zk = 2 * exp( i*(3*pi/14+k*2*pi/7) )
k=0:6; z = 2* exp(j*(3*pi/14+k*2*pi/7)) ; z.^7
```

4) Die vierseitige Pyramide $A(-8/-8/0)$ $B(8/-8/0)$ $C(8/8/0)$ $D(-8/8/0)$ $S(0/0/10)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte B, C und $H(0/0/6)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pd und Pa der Kanten DS und AS und damit die Schnittfigur B-C-Pd-Pa. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pd-Pa parallel zu BC ist.

4)
```
%%%  R:
A = [-8 -8 0]' ; B = [8 -8 0]' ; C = [8 8 0]' ; D = [-8 8 0]' ;
S = [0 0 10]'; H = [0 0 6]'
v = C-B , w = H-B   % v = [0 16 0]' , w = [-8 8 6]'
N = cross(v,w)      % N = [96 0 128]'
en = N/norm(N) , dkrit = en'*B  % en = [0.6 0 0.8]' ; dkrit = 4.8
%  en'*( [0 0 10] + la*[-8 -8 -10]) - dkrit = 0
%   la = (dkrit - en'*[0 0 10]')/(en'*[8 -8 -10]')
    lad = (dkrit - en'*[0 0 10]')/(en'*[-8 8 -10]')
Pd =  [0 0 10]' + lad*[-8 8 -10]'; % lad = 0.25 , Pd = [-2 2 7.5]
Pdo = Pd'
%
    laa = (dkrit - en'*[0 0 10]')/(en'*[-8 -8 -10]')
Pa =  [0 0 10]' + laa*[-8 -8 -10]'; % laa = 0.25 , Pa = [-2 -2 7.5]
Pao = Pa'
dP = (Pd-Pa)' , dB = (C-B)'
%  Winkel (  Pd-Pa , C-B )
w = acos((Pd-Pa)'*(C-B)/norm(Pd-Pa)/norm(C-B))
```

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und "echt" unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.
Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene R-Matrix rekonstruiert.

L5)
```
function Rbk = runpack(Comb)
```

```
%  function Rbk = runpack(Comb)
%   extract R- Part from L and R in Comb packed together
  [nz,ns] = size(Comb);
  Rbk = zeros(nz);
  for spa = 1:ns
    for zei = 1:spa
      Rbk(zei,spa) = Comb(zei,spa);
    end
  end
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(10/0)$, $C(5/5)$) um 180° um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

L6)
```
A = [0 0 1]' ; B = [10 0 1]'; C = [5 5 1]';
M = (A+B)/2        %  [5 0 1]'
Tz = eye(3); Tz(1:2,3) = -M(1:2)
Tb = eye(3); Tb(1:2,3) = M(1:2)
R = eye(3); R(1:2,1:2) = [-1 0; 0 -1]
Dro = [A B C A]
Tt = Tb*R*Tz   % [-1 0 10; 0 -1 0; 0 0 1]
Drt = Tt*Dro   % [ 10 0 5 10; 0 0 -5 0; 1 1 1 1]
```

11.2.6 FS 09 – Lösung zur Prüfung 1, G, 28. April 2009

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [-1 i 1]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach oben. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` "nach rechts", in die +Re(z) Richtung zeigt?

L1a) Multiplizieren mit -i = exp(-i*pi/2) dreht 90 Grad im Uhrzeigersinn.

1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(5xn)*B(3x4)*C(mx2). Geben Sie auch die Dimension der Resultates an.

L1b) n=3 , m = 4, ABC ist 5x2

1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0 1 ; -1 0]` an und benützen Sie dazu die Tatsache, dass R orthogonal ist.
Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

L1c) `R = [0 -1; 1  0]`, transponieren

1d) Welche Komponente des Vektors y wird beim Vorwärts-Einsetzen mit `L*y=b` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, aus welcher man sie berechnen kann?

L1d) y_1 aus $L_{11} \cdot y_1 = 1 \cdot y_1 = b_1$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & d_1 & 0 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & 0 & a_1 & 0 & a_5 \\ c_4 & 0 & c_1 & 0 & c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
Asel = [0 0 0 1 0; ...
        0 0 0 0 0; ...
        1 0 0 0 0; ...
        0 0 1 0 0; ...
        0 0 0 0 0] * iwmat(5) * ...
       [0 0 1 0 0
        0 0 0 0 0
```

```
0 0 0 0 0
1 0 0 0 0
0 0 0 0 1]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^5 + 32 = 0$$

L3)
```
zk = 2 * exp( i*(pi/5+k*2*pi/5) )
k=0:5; z = 2* exp(j*(pi/5+k*2*pi/5)) ; z.^5
```

4) Die vierseitige Pyramide $A(-4/-4/0)$ $B(4/-4/0)$ $C(4/4/0)$ $D(-4/4/0)$ $S(0/0/5)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte B, C und $H(0/0/3)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pd und Pa der Kanten DS und AS und damit die Schnittfigur B-C-Pd-Pa. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pd-Pa parallel zu BC ist.

L4)
```
A = [-4 -4 0]' ; B = [4 -4 0]' ; C = [4 4 0]' ; D = [-4 4 0]' ;
S = [0 0 5]'; H = [0 0 3]'
v = C-B , w = H-B   % v = [0 8 0]' , w = [-4 4 3]'
N = cross(v,w)        % N = [24 0 32]'
en = N/norm(N) , dkrit = en'*B   % en = [0.6 0 0.8]' ; dkrit = 2.4
%  en'*( [0 0 5] + la*[-4 -4 -5]) - dkrit = 0
%   la = (dkrit - en'*[0 0 5]')/(en'*[4 -4 -5]')
    lad = (dkrit - en'*[0 0 5]')/(en'*[-4 4 -5]')
Pd =  [0 0 5]' + lad*[-4 4 -5]'; % lad = 0.25 , Pd = [-1 1 3.75]
Pdo = Pd'
%
    laa = (dkrit - en'*[0 0 5]')/(en'*[-4 -4 -5]')
Pa =  [0 0 5]' + laa*[-4 -4 -5]'; % laa = 0.25 , Pa = [-1 -1 3.75]
Pao = Pa'
dP = (Pd-Pa)' , dB = (C-B)'
%  Winkel (  Pd-Pa , C-B )
w = acos((Pd-Pa)'*(C-B)/norm(Pd-Pa)/norm(C-B))
```

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und "echt" unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.
Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene L-Matrix rekonstruiert (Vergessen Sie die Einsen auf der Diagonalen nicht!)

L5)
```
function Lbk = lunpack(Comb)
```

```
%  function Lbk = lunpack(Comb)
%   extract L- Part from L and R in Comb packed together
  [nz,ns] = size(Comb);
  Lbk = eye(nz);
  for spa = 1:ns-1
    for zei = spa+1:nz
      Lbk(zei,spa) = Comb(zei,spa);
    end
  end
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(4/0)$, $C(2/2)$) um 180° um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

L6)
```
A = [0 0 1]' ; B = [4 0 1]'; C = [2 2 1]';
M = (A+B)/2        %  [2 0 1]'
Tz = eye(3); Tz(1:2,3) = -M(1:2)
Tb = eye(3); Tb(1:2,3) = M(1:2)
R = eye(3); R(1:2,1:2) = [-1 0; 0 -1]
Dro = [A B C A]
Tt = Tb*R*Tz   % [-1 0 4; 0 -1 0; 0 0 1]
Drt = Tt*Dro   % [ 4 0 2 4; 0 0 -2 0; 1 1 1 1]
```

11.2.7 FS 09 – Lösung zur Prüfung 1, B, 28. April 2009

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [i 1 -i]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach rechts. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` "nach oben", in die +Im(z) Richtung zeigt?

L1a) Multiplizieren mit i = exp(i*pi/2) dreht 90 Grad im Gegenuhrzeigersinn.

1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(5xn)*B(3x4)*C(mx2). Geben Sie auch die Dimension des Resultates an.

L1b) n=3 , m = 4, ABC ist 5x2

1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0.707 0.707 ; -0.707 0.707]` an und benützen Sie dazu die Tatsache, dass R orthogonal ist.
Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

L1c) `R = [0.707 -0.707 ; 0.707 0.707]`, transponieren

1d) Welche Komponente des Vektors x wird beim Rückwärts-Einsetzen im nxn System `R*x=y` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, mit welcher man sie berechnen kann?

L1d) x_n aus $R_{nn} \cdot x_n = y_n$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} d_4 & 0 & d_5 & d_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & 0 & b_5 & b_1 & 0 \\ e_4 & 0 & e_5 & e_1 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
Asel = [0 0 0 1 0; ...
        0 0 0 0 0; ...
        0 0 0 0 0; ...
        0 1 0 0 0; ...
        0 0 0 0 1] * iwmat(5) * ...
       [0 0 0 1 0
        0 0 0 0 0
```

```
0 0 0 0 0
1 0 0 0 0
0 0 1 0 0]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^7 + 128 = 0$$

L3)
```
zk = 2 *  exp( i*(pi/7+k*2*pi/7) )
k=0:6; z = 2* exp(j*(pi/7+k*2*pi/7)) ; z.^7
```

4) Die vierseitige Pyramide $A(-8/-8/0)$ $B(8/-8/0)$ $C(8/8/0)$ $D(-8/8/0)$ $S(0/0/10)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte A, B und $H(0/0/6)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pc und Pd der Kanten CS und DS und damit die Schnittfigur A-B-Pc-Pd. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pc-Pd parallel zu AB ist.

L4)
```
A = [-8 -8 0]' ; B = [8 -8 0]' ; C = [8 8 0]' ; D = [-8 8 0]' ;
S = [0 0 10]'; H = [0 0 6]'
v = B-A , w = H-A   % v = [16 0 0]' , w = [8 8 6]'
N = cross(v,w)      % N = [0 -96 128]'
en = N/norm(N) , dkrit = en'*A  % en = [0 -0.6 0.8]' ; dkrit = 4.8
%  en'*( [0 0 10] + la*[-8 -8 -10]) - dkrit = 0
%   la = (dkrit - en'*[0 0 10]')/(en'*[-8 -8 -10]')
    lac = (dkrit - en'*[0 0 10]')/(en'*[8 8 -10]')
Pc =  [0 0 10]' + lac*[8 8 -10]';   % lac = 0.25 , Pc = [2 2 7.5]
Pco = Pc'
%
    lad = (dkrit - en'*[0 0 10]')/(en'*[-8 8 -10]')
Pd =  [0 0 10]' + lad*[-8 8 -10]';  % lad = 0.25 , Pd = [-2 2 7.5]
Pdo = Pd'
dP = (Pc-Pd)' , dA = (B-A)'
%  Winkel (  Pc-Pd , B-A )
w = acos((Pc-Pd)'*(B-A)/norm(Pc-Pd)/norm(B-A))
```

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und “echt” unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.
Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene R-Matrix rekonstruiert.

L5)
```
function Rbk = runpack(Comb)
%  function Rbk = runpack(Comb)
```

```
%   extract R- Part from L and R in Comb packed together
  [nz,ns] = size(Comb);
  Rbk = zeros(nz);
  for spa = 1:ns
    for zei = 1:spa
      Rbk(zei,spa) = Comb(zei,spa);
    end
  end
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(12/0)$, $C(6/6)$) um 180° um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

L6)
```
A = [0 0 1]' ; B = [12 0 1]'; C = [6 6 1]';
M = (A+B)/2        %  [6 0 1]'
Tz = eye(3); Tz(1:2,3) = -M(1:2)
Tb = eye(3); Tb(1:2,3) = M(1:2)
R = eye(3); R(1:2,1:2) = [-1 0; 0 -1]
Dro = [A B C A]
Tt = Tb*R*Tz   % [-1 0 12; 0 -1 0; 0 0 1]
Drt = Tt*Dro   % [ 12 0 6 12; 0 0 -6 0; 1 1 1 1]
```

11.2.8 FS 09 – Lösung zur Prüfung 1, Y, 28. April 2009

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 28. April 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Die komplexe Zahlenfolge `zv = [-1 i 1]` ergibt beim Zeichnen einen Pfeil nach oben. Mit welcher komplexen Zahl z müssen Sie zv multiplizieren, damit der Pfeil `plot(z*zv)` "nach links", in die -Re(z) Richtung zeigt?

L1a) Multiplizieren mit i = exp(i*pi/2) dreht 90 Grad im Gegenuhrzeigersinn.

1b) Bestimmen Sie die Zahlen n und m so, dass die folgendende Matrixmultiplikation legal ist: A(4xn)*B(6x4)*C(mx3). Geben Sie auch die Dimension der Resultates an.

L1b) n=6 , m = 4, ABC ist 4x3

1c) Geben Sie die Inverse der Matrix `R = [0 -1 ; 1 0]` an und benützen Sie dazu die Tatsache, dass R orthogonal ist.
Geben Sie auch die Methode an, mit der Sie R^{-1} bestimmt haben.

L1c) `R = [0 1; -1 0]`, transponieren

1d) Welche Komponente des Vektors y wird beim Vorwärts-Einsetzen mit `L*y=b` zuerst bestimmt und wie lautet die besonders einfach aufzulösende erste Gleichung, mit welcher man sie berechnen kann?

L1d) y_1 aus $L_{11} \cdot y_1 = 1 \cdot y_1 = b_1$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_3 & 0 & c_2 & c_4 & 0 \\ e_3 & 0 & e_2 & e_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & a_2 & a_4 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
Asel = [0 0 1 0 0; ...
        0 0 0 0 1; ...
        0 0 0 0 0; ...
        0 0 0 0 0; ...
        1 0 0 0 0] * iwmat(5) * ...
       [0 0 0 0 0
        0 0 1 0 0
```

```
     1 0 0 0 0
     0 0 0 1 0
     0 0 0 0 0]
```

3) Suchen sie alle komplexen Lösungen z_k der Gleichung

$$z^5 - 32i = 0$$

L3)
```
zk = 2 *  exp( i*(pi/10+k*2*pi/5) )
k=0:4; z = 2* exp(j*(pi/10+k*2*pi/5)) ; z.^5
```

4) Die vierseitige Pyramide $A(-4/-4/0)$ $B(4/-4/0)$ $C(4/4/0)$ $D(-4/4/0)$ $S(0/0/5)$ wird mit einer Ebene geschnitten, welche durch die Punkte A, B und $H(0/0/3)$ geht. Berechnen Sie die Durchstosspunkte Pc und Pd der Kanten CS und DS und damit die Schnittfigur A-B-Pc-Pd. Beweisen Sie, dass die Schittfigur ein Trapez ist, indem Sie zeigen, dass Pc-Pd parallel zu AB ist.

L4)
```
A = [-4 -4 0]' ; B = [4 -4 0]' ; C = [4 4 0]' ; D = [-4 4 0]' ;
S = [0 0 5]'; H = [0 0 3]'
v = B-A , w = H-A   % v = [8 0 0]' , w = [4 4 3]'
N = cross(v,w)      % N = [0 -24 32]'
en = N/norm(N) , dkrit = en'*A    % en = [0 -0.6 0.8]' ; dkrit = 2.4
%  en'*( [0 0 5] + la*[4 4 -5]) - dkrit = 0
%   la = (dkrit - en'*[0 0 5]')/(en'*[4 4 -5]')
    lac = (dkrit - en'*[0 0 5]')/(en'*[4 4 -5]')
Pc =  [0 0 5]' + lac*[4 4 -5]' ;  % lac = 0.25 , Pc = [1 1 3.75]
Pco = Pc'
%
    lad = (dkrit - en'*[0 0 5]')/(en'*[-4 4 -5]')
Pd =  [0 0 5]' + lad*[-4 4 -5]';  % lad = 0.25 , Pd = [-1 1 3.75]
Pdo = Pd'
dP = (Pc-Pd)' , dA = (B-A)'
%
w = acos((Pc-Pd)'*(B-A)/norm(Pc-Pd)/norm(B-A))
```

5) In der Matrix C sind die L- und die R-Matrix zusammengepackt: auf- und oberhalb der Diagonalen befinden sich die Elemente der R-Matrix und "echt" unterhalb der Diagonalen stehen die Elemente der L-Matrix.
Erstellen Sie eine MATLAB-Funktion, welche eine C-Matrix als Eingangsparameter erhält und daraus die darin enthaltene L-Matrix rekonstruiert (Vergessen Sie die Einsen auf der Diagonalen nicht!)

L5)
```
function Lbk = lunpack(Comb)
```

```
%  function Lbk = lunpack(Comb)
%   extract L- Part from L and R in Comb packed together
  [nz,ns] = size(Comb);
  Lbk = eye(nz);
  for spa = 1:ns-1
    for zei = spa+1:nz
      Lbk(zei,spa) = Comb(zei,spa);
    end
  end
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das rechtwinklige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(8/0)$, $C(4/4)$) um 180° um den Mittelpunkt seiner Hypotenuse AB dreht. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

L6)
```
A = [0 0 1]' ; B = [8 0 1]'; C = [4 4 1]';
M = (A+B)/2        %  [4 0 1]'
Tz = eye(3); Tz(1:2,3) = -M(1:2)
Tb = eye(3); Tb(1:2,3) = M(1:2)
R = eye(3); R(1:2,1:2) = [-1 0; 0 -1]
Dro = [A B C A]
Tt = Tb*R*Tz   % [-1 0 8; 0 -1 0; 0 0 1]
Drt = Tt*Dro   % [ 8 0 4 8; 0 0 -4 0; 1 1 1 1]
```

11.2.9 FS 09 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 12. Mai 2009

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $-i$ an.

   1b) Mit `M = [0 4 2; 0 0 2]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

   1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 3x3 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

   1d) Welches "if"-Statement ist der wichtigste Teil der Pivotkontrolle?

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer linksgängigen Schraubenlinie mit der y-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/3)$, dem Endpunkt $E(0/6/3)$ und 3 Umgängen.

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *oct* und *hdec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(oct)` eine geschlossene reguläre Achteck-Figur und mit `plot(hdec)` ein vollständiges Sechzehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 90 Grad d.h. bei $+i$ haben.

4) Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(6/0/0)$ $C(6/4/0)$ $D(0/4/0)$
   $E(0/0/5)$ $F(6/0/5)$ $G(6/4/5)$ $H(0/4/5)$
   wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
   2. Ebene g durch B, Mcd, F
   wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
   Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
   Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine symmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte ab der Diagonalen nach rechts/oben mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(\sqrt{3}/-1)$, $C(\sqrt{3}/1)$) an der Geraden $y = \sqrt{3}/3 \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.10 FS 09 – Prüfung 2, G, 12. Mai 2009

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $+i$ an.

   1b) Mit `M = [4 2 0; 0 2 0]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

   1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 2x2 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

   1d) Was wird vertauscht, wenn die Pivot-Kontrolle eine Vertauschung als notwendig erscheinen lässt?

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit der x-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/4)$, dem Endpunkt $E(6/0/4)$ und 4 Umgängen.

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *pent* und *dec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(pent)` eine geschlossene reguläre Fünfeck-Figur und mit `plot(dec)` ein vollständiges Zehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 270 Grad d.h. bei $-i$ haben.

4) Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(8/0/0)$ $C(8/3/0)$ $D(0/3/0)$ $E(0/0/4)$ $F(8/0/4)$ $G(8/3/4)$ $H(0/3/4)$
wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
2. Ebene g durch B, Mcd, F
wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine antisymmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte links- bzw. unterhalb der Diagonalen mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(4/0)$, $C(\,2\,/\,(2\sqrt{3}))$) an der Geraden $y = \sqrt{3} \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.11 FS 09 – Prüfung 2, B, 12. Mai 2009

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 — 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $-i$ an.

   1b) Mit `M = [0 6 3; 0 0 3]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

   1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 3x3 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

   1d) Warum braucht ein funktionsfähiger Gauss-Algorithmus eine Pivotkontrolle?

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit der y-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/2)$, dem Endpunkt $E(0/4/2)$ und 8 Umgängen.

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *oct* und *hdec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(oct)` eine geschlossene reguläre Achteck-Figur und mit `plot(hdec)` ein vollständiges Sechzehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 270 Grad d.h. bei $-i$ haben.

4) Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(6/0/0)$ $C(6/4/0)$ $D(0/4/0)$
   $E(0/0/5)$ $F(6/0/5)$ $G(6/4/5)$ $H(0/4/5)$
   wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
   2. Ebene g durch B, Mcd, F
   wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
   Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
   Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine symmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte ab der Diagonalen gegen links unten mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(10/0)$, $C(\,5\,/\,(5\sqrt{3}/2)))$ an der Geraden $y = \sqrt{3}/3 \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.12 FS 09 – Prüfung 2, Y, 12. Mai 2009

Y Ingenieurmathematik Prüfung 2 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $+i$ an.

   1b) Mit `M = [6 3 0; 0 3 0]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

   1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 2x2 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

   1d) Welches Element wird bei der Pivotkontolle für die Spalte 'k' darauf geprüft, ob es nicht Null ist?

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer linksgängigen Schraubenlinie mit der x-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/3)$, dem Endpunkt $E(6/0/3)$ und 4 Umgängen.

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *pent* und *dec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(pent)` eine geschlossene reguläre Fünfeck-Figur und mit `plot(dec)` ein vollständiges Zehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 90 Grad d.h. bei $+i$ haben.

4) Der Quader ABCD EFGH Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(8/0/0)$ $C(8/3/0)$ $D(0/3/0)$
   $E(0/0/6)$ $F(8/0/6)$ $G(8/3/6)$ $H(0/3/6)$
   wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
   2. Ebene g durch B, Mcd, F
   wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
   Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
   Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine antisymmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte rechts- bzw. oberhalb der Diagonalen mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(10/0)$, $C(\,5\,/\,(5\sqrt{3}/2))$) an der Geraden $y = \sqrt{3} \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

11.2.13 FS 09 – Lösungen zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 12. Mai 2009

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $-i$ an.

RL1a)

```
zsqr = exp(j*3*pi/4)
tstsq = zsqr^2
```

1b) Mit `M = [0 4 2; 0 0 2]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

RL1b)

```
M = [0 4 2; 0 0 2];
MM= [M M];  %  Anfangspunkt muss nochmal vorkommen
plot(MM(1,:),MM(2,:)); axis equal
dum = input('RL1b)  weiter?');
```

1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 3x3 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

RL1c)

```
Oexa = [0 1 0; 1 0 0; 0 0 1]
Otst = Oexa'*Oexa
dum = input('RL1c)  weiter?');
```

1d) Welches "if"-Statement ist der wichtigste Teil der Pivotkontrolle?

RL1d)

```
disp('if abs(A(spa,spa)) > 0')
dum = input('RL1d)  weiter?');
```

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer linksgängigen Schraubenlinie mit der y-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/3)$, dem Endpunkt $E(0/6/3)$ und 3 Umgängen.

RL2)

```
w = 0:pi/40:3*2*pi;  r = 3
h = 6/3 , y = w*h/(2*pi);
z = r*cos(w) ; %  z = r*cos(w) ;
x = -r*sin(w) ; %  x = -r*sin(w) ;
figure(1); clf
plot3(x,y,z); axis equal
dum = input('RL2)  weiter?');
```

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *oct* und *hdec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(oct)` eine geschlossene reguläre Achteck-Figur und mit `plot(hdec)` ein vollständiges Sechzehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 90 Grad d.h. bei $+i$ haben.

RL3)
```
figure(1); clf
wnro = 0:8;  wo = 2*pi*wnro/8  + pi/2; zo = exp(j*wo);
wnrh = 0:16; wh = 2*pi*wnrh/16 + pi/2; zh = exp(j*wh);
plot(zo,'k') ; hold on ;
plot(zh, 'r');axis equal;  hold off
dum = input('RL3)  weiter?');
```

4) Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(6/0/0)$ $C(6/4/0)$ $D(0/4/0)$ $E(0/0/5)$ $F(6/0/5)$ $G(6/4/5)$ $H(0/4/5)$
wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
2. Ebene g durch B, Mcd, F
wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

RL4)
```
figure(1); clf
A = [ 0 0 0]'; B = [ 6 0 0]'; C = [ 6 4 0]'; D = [ 0 4 0]';
E = [ 0 0 5]'; F = [ 6 0 5]'; G = [ 6 4 5]'; H = [ 0 4 5]';
Mab = (A+B)/2; Mcd = (C+D)/2;
Nf = cross(D-Mab,H-Mab), enf = Nf/norm(Nf)
dkrf = enf'*Mab, dtD = enf'*D-dkrf, dtH = enf'*H-dkrf
eng = enf % Parallele Ebenen
dkrg = eng'*B,  dtMcd = eng'*Mcd-dkrg, dtF = eng'*F-dkrg
%  en'*(Vg + lam*rg) - dkrit - 0
%  lam = (dkrit - en'*Vg)/(en'*rg)
laf = dkrf / (enf'*(G-A)) , DPtf = 0 +  laf * G
lag = dkrg / (enf'*(G-A)) , DPtg = 0 +  lag * G
dum = input('RL4)  weiter?');
```

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine symmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte ab der Diagonalen nach rechts/oben mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

RL5)

```
% function Spt = symmcop(M)
  M = rand(5)
  [nzei,nspa] = size(M); Spt = M;
  for zei = 2:nzei
    for spa = 1:zei-1
      Spt(zei,spa) = Spt(spa,zei);
    end
  end
  Spt, Tsym = Spt'-Spt
  dum = input('RL5)  weiter?');
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(\sqrt{3}/-1)$, $C(\sqrt{3}/1)$) an der Geraden $y = \sqrt{3}/3 \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

RL6)

```
figure(1); clf
Dori = [ 0 sqrt(3) sqrt(3) 0; 0 -1 1 0;  1 1 1 1]
w = atand(sqrt(3)/3)
Rot1 = [ cosd(-w) -sind(-w) 0; sind(-w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Mx = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Rot2 = [ cosd(w) -sind(w) 0; sind(w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Ttot = Rot2*Mx*Rot1
Dtr = Ttot*Dori
plot(Dori(1,:), Dori(2,:))
hold on
axis([-4 4 -4 4]); axis square
plot([0 0 ],[-4 4],'k')  ;   plot([-4 4 ],[0 0],'k')
plot([-3 5],[-3*sqrt(3)/3 5*sqrt(3)/3],'k')
plot(Dtr(1,:), Dtr(2,:),'r')
hold off
dum = input('RL6)  weiter?');
```

11.2.14 FS 09 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 12. Mai 2009

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $+i$ an.

GL1a)
```
zsqr = exp(j*pi/4)
tstsq = zsqr^2
dum = input('GL1a)  weiter?');
```

1b) Mit `M = [4 2 0; 0 2 0]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

GL1b)
```
M = [4 2 0; 0 2 0];
MM= [M M];  %  Anfangspunkt muss nochmal vorkommen
plot(MM(1,:),MM(2,:)); axis equal
dum = input('GL1b)  weiter?');
```

1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 2x2 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

GL1c)
```
Oexa = [0 1; 1 0 ]
Otst = Oexa'*Oexa
dum = input('GL1c)  weiter?');
```

1d) Was wird vertauscht, wenn die Pivot-Kontrolle eine Vertauschung als notwendig erscheinen lässt?

RL1d)
```
disp('Die aktuelle Pivot-Zeile wird mit der Zeile vertauscht,')
disp('welche das betragsmaessig groesste Pivot enthaelt.')
dum = input('GL1d)  weiter?');
```

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit der x-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/4)$, dem Endpunkt $E(6/0/4)$ und 4 Umgängen.

GL2)
```
w = 0:pi/40:4*2*pi;  r = 4
h = 6/4 , x = w*h/(2*pi);
z = r*cos(w) ; %  z = r*cos(w) ;
y = -r*sin(w) ; %  y = -r*sin(w) ;
figure(1); clf
plot3(x,y,z); axis equal
dum = input('GL2)  weiter?');
```

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *pent* und *dec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(pent)` eine geschlossene reguläre Fünfeck-Figur und mit `plot(dec)` ein vollständiges Zehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 270 Grad d.h. bei $-i$ haben.

GL3)
```
figure(1); clf
wnro = 0:5;  wo = 2*pi*wnro/5  + 3*pi/2; zo = exp(j*wo);
wnrh = 0:10; wh = 2*pi*wnrh/10 + 3*pi/2; zh = exp(j*wh);
plot(zo,'k') ; hold on ;
plot(zh, 'r');axis equal;  hold off
dum = input('GL3)  weiter?');
```

4) Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(8/0/0)$ $C(8/3/0)$ $D(0/3/0)$
$E(0/0/4)$ $F(8/0/4)$ $G(8/3/4)$ $H(0/3/4)$
wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
2. Ebene g durch B, Mcd, F
wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

GL4)
```
figure(1); clf
A = [ 0 0 0]'; B = [ 8 0 0]'; C = [ 8 3 0]'; D = [ 0 3 0]';
E = [ 0 0 4]'; F = [ 8 0 4]'; G = [ 8 3 4]'; H = [ 0 3 4]';
Mab = (A+B)/2; Mcd = (C+D)/2;
Nf = cross(D-Mab,H-Mab), enf = Nf/norm(Nf)
dkrf = enf'*Mab, dtD = enf'*D-dkrf, dtH = enf'*H-dkrf
eng = enf % Parallele Ebenen
dkrg = eng'*B,  dtMcd = eng'*Mcd-dkrg, dtF = eng'*F-dkrg
%  en'*(Vg + lam*rg) - dkrit - 0
%  lam = (dkrit - en'*Vg)/(en'*rg)
laf = dkrf / (enf'*(G-A)) , DPtf = 0 +  laf * G
lag = dkrg / (enf'*(G-A)) , DPtg = 0 +  lag * G
dum = input('GL4)  weiter?');
```

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine antisymmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte links- bzw. unterhalb der Diagonalen mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

GL5)
```
% function Apt = antsymmcop(M)
  M = rand(5)
  [nzei,nspa] = size(M); Apt = M;
  for spa = 2:nzei
    for zei = 1:spa-1
      Apt(zei,spa) = -Apt(spa,zei);
    end
  end
  for k = 1:nzei
    Apt(k,k) = 0;
  end
  Apt, Tasym = Apt'+Apt
  dum = input('GL5)  weiter?');
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(4/0)$, $C(\,2\,/\,(2\sqrt{3}))$) an der Geraden $y = \sqrt{3} \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

GL6)
```
figure(1); clf
Dori = [ 0 4 2 0; 0 0 2*sqrt(3)  0;  1 1 1 1]
w = atand(sqrt(3))
Rot1 = [ cosd(-w) -sind(-w) 0; sind(-w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Mx = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Rot2 = [ cosd(w) -sind(w) 0; sind(w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Ttot = Rot2*Mx*Rot1
Dtr = Ttot*Dori
plot(Dori(1,:), Dori(2,:))
hold on
axis([-4 4 -4 4]); axis square
plot([0 0 ],[-4 4],'k')  ;   plot([-4 4 ],[0 0],'k')
plot([-3 5],[-3*sqrt(3) 5*sqrt(3)],'k')
plot(Dtr(1,:), Dtr(2,:),'r')
hold off
dum = input('GL6)  weiter?');
```

11.2.15 FS 09 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 12. Mai 2009

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $-i$ an.

BL1a)
```
zsqr = exp(j*3*pi/4)
tstsq = zsqr^2
dum = input('BL1a)  weiter?');
```

1b) Mit `M = [0 6 3; 0 0 3]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

BL1b)
```
M = [0 6 3; 0 0 3];
MM= [M M];  %  Anfangspunkt muss nochmal vorkommen
plot(MM(1,:),MM(2,:)); axis equal
dum = input('BL1b)  weiter?');
```

1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 3x3 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

BL1c)
```
Oexa = [0 1 0; 1 0 0; 0 0 1]
Otst = Oexa'*Oexa
dum = input('BL1c)  weiter?');
```

1d) Warum braucht ein funktionsfähiger Gauss-Algorithmus eine Pivotkontrolle?

BL1d)
```
disp('Weil der Algorithmus abbricht, wenn ein 0-Pivot')
disp('auftaucht, durch das man nicht dividieren kann')
dum = input('BL1d)  weiter?');
```

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit der y-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/2)$, dem Endpunkt $E(0/4/2)$ und 8 Umgängen.

BL2)
```
w = 0:pi/40:8*2*pi;  r = 2
h = 4/8 , y = w*h/(2*pi);
z = r*cos(w) ; %  z = r*cos(w) ;
x = r*sin(w) ; %  x = r*sin(w) ;
figure(1); clf
plot3(x,y,z); axis equal
dum = input('BL2)  weiter?');
```

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *oct* und *hdec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(oct)` eine geschlossene reguläre Achteck-Figur und mit `plot(hdec)` ein vollständiges Sechzehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 270 Grad d.h. bei $-i$ haben.

BL3)
```
figure(1); clf
wnro = 0:8;  wo = 2*pi*wnro/8  + 3*pi/2; zo = exp(j*wo);
wnrh = 0:16; wh = 2*pi*wnrh/16 + 3*pi/2; zh = exp(j*wh);
plot(zo,'k') ; hold on ;
plot(zh, 'r');axis equal;  hold off
dum = input('BL3)  weiter?');
```

4) Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(6/0/0)$ $C(6/4/0)$ $D(0/4/0)$ $E(0/0/5)$ $F(6/0/5)$ $G(6/4/5)$ $H(0/4/5)$
wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
2. Ebene g durch B, Mcd, F
wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

BL4)
```
figure(1); clf
A = [ 0 0 0]'; B = [ 6 0 0]'; C = [ 6 4 0]'; D = [ 0 4 0]';
E = [ 0 0 5]'; F = [ 6 0 5]'; G = [ 6 4 5]'; H = [ 0 4 5]';
Mab = (A+B)/2; Mcd = (C+D)/2;
Nf = cross(D-Mab,H-Mab), enf = Nf/norm(Nf)
dkrf = enf'*Mab, dtD = enf'*D-dkrf, dtH = enf'*H-dkrf
eng = enf % Parallele Ebenen
dkrg = eng'*B,  dtMcd = eng'*Mcd-dkrg, dtF = eng'*F-dkrg
%  en'*(Vg + lam*rg) - dkrit - 0
%  lam = (dkrit - en'*Vg)/(en'*rg)
laf = dkrf / (enf'*(G-A)) , DPtf = 0 +  laf * G
lag = dkrg / (enf'*(G-A)) , DPtg = 0 +  lag * G
dum = input('BL4)  weiter?');
```

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine symmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte ab der Diagonalen gegen links unten mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

BL5)
```
% function Spt = symmcop(M)
  M = rand(5)
  [nzei,nspa] = size(M); Spt = M;
  for spa = 2:nzei
    for zei = 1:spa-1
      Spt(zei,spa) = Spt(spa,zei);
    end
  end
  Spt, Tsym = Spt'-Spt
  dum = input('BL5)  weiter?');
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(10/0)$, $C(\,5\,/\,(5\sqrt{3}/2))$) an der Geraden $y = \sqrt{3}/3 \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

BL6)
```
figure(1); clf
Dori = [ 0 10 5 0; 0 0 5*sqrt(3) 0;  1 1 1 1]
w = atand(sqrt(3)/3)
Rot1 = [ cosd(-w) -sind(-w) 0; sind(-w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Mx = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Rot2 = [ cosd(w) -sind(w) 0; sind(w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Ttot = Rot2*Mx*Rot1
Dtr = Ttot*Dori
plot(Dori(1,:)+0.1, Dori(2,:)+0.1)
hold on
axis([-12 12 -12 12]); axis square
plot([0 0 ],[-12 12],'k')  ;   plot([-12 12 ],[0 0],'k')
plot([-5 15],[-5*sqrt(3)/3 15*sqrt(3)/3],'k')
plot(Dtr(1,:), Dtr(2,:),'r')
hold off
dum = input('BL6)  weiter?');
```

11.2.16 FS 09 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 12. Mai 2009

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 12. Mai 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie eine der beiden Quadratwurzeln von $+i$ an.

YL1a)
```
zsqr = exp(j*pi/4)
tstsq = zsqr^2
dum = input('YL1a)  weiter?');
```

1b) Mit `M = [6 3 0; 0 3 0]` sind die Koordinatenpaare der 3 Ecken eines Dreiecks definiert (obere Zeile x, untere y). Mit welchen MATLAB-Befehlen erreichen Sie, dass dieses Dreieck mit allen 3 Seiten unverzerrt gezeichnet wird?

YL1b)
```
M = [6 3 0; 0 3 0];
MM= [M M];  %  Anfangspunkt muss nochmal vorkommen
plot(MM(1,:),MM(2,:)); axis equal
dum = input('YL1b)  weiter?');
```

1c) Schreiben Sie ein Beispiel auf für eine 2x2 orthogonale Matrix, welche verschieden ist von der Einheitsmatrix.

YL1c)
```
Oexa = [0 1; 1 0]
Otst = Oexa'*Oexa
dum = input('YL1c)  weiter?');
```

1d) Welches Element wird bei der Pivotkontolle für die Spalte 'k' darauf geprüft, ob es nicht Null ist?

YL1d)
```
disp('Diagonalelement in dieser Spalte k')
disp('if abs(A(k,k)) > 0')
dum = input('YL1d)  weiter?');
```

2) Geben Sie das MATLAB-Skript an zum Zeichnen einer linksgängigen Schraubenlinie mit der x-Achse als Schrauben-Achse, dem Anfangs-Punkt $A(0/0/3)$, dem Endpunkt $E(6/0/3)$ und 4 Umgängen.

YL2)
```
w = 0:pi/40:4*2*pi;  r = 3
h = 6/4 , x = w*h/(2*pi);
z = r*cos(w) ; %  z = r*cos(w) ;
y = r*sin(w) ; %  y = r*sin(w) ;
figure(1); clf
plot3(x,y,z); axis equal
dum = input('YL2)  weiter?');
```

3) Geben Sie zwei komplexe Zahlenfolgen *pent* und *dec* an, welche beim Zeichnen mit `plot(pent)` eine geschlossene reguläre Fünfeck-Figur und mit `plot(dec)` ein vollständiges Zehn-Eck ergeben. Beide Figuren müssen im Einheitskreis einbeschrieben sein und beide müssen eine Ecke bei 90 Grad d.h. bei $+i$ haben.

YL3)
```
figure(1); clf
wnro = 0:5;  wo = 2*pi*wnro/5  + pi/2; zo = exp(j*wo);
wnrh = 0:10; wh = 2*pi*wnrh/10 + pi/2; zh = exp(j*wh);
plot(zo,'k') ; hold on ;
plot(zh, 'r');axis equal;  hold off
dum = input('YL3)  weiter?');
```

4) Der Quader ABCD EFGH Der Quader ABCD EFGH $A(0/0/0)$ $B(8/0/0)$ $C(8/3/0)$ $D(0/3/0)$
$E(0/0/6)$ $F(8/0/6)$ $G(8/3/6)$ $H(0/3/6)$
wird von zwei zueinander parallelen Ebenen geschnitten: 1. Ebene f durch Mab, D, H
2. Ebene g durch B, Mcd, F
wobei Mab der Mittelpunkt der Strecke AB ist, und Mcd der Mittelpunkt der Strecke CD.
Geben Sie die Hesse'sche Normalformen dieser beiden Ebenen an und berechnen Sie die Durchstosspunkte der Geraden AG durch diese beiden Ebenen.
Die Tatsache, dass die beiden Ebenen f und g zueinander parallel sind, müssen Sie nicht nachprüfen.

YL4)
```
figure(1); clf
A = [ 0 0 0]'; B = [ 8 0 0]'; C = [ 8 3 0]'; D = [ 0 3 0]';
E = [ 0 0 6]'; F = [ 8 0 6]'; G = [ 8 3 6]'; H = [ 0 3 6]';
Mab = (A+B)/2; Mcd = (C+D)/2;
Nf = cross(D-Mab,H-Mab), enf = Nf/norm(Nf)
dkrf = enf'*Mab, dtD = enf'*D-dkrf, dtH = enf'*H-dkrf
eng = enf % Parallele Ebenen
dkrg = eng'*B,  dtMcd = eng'*Mcd-dkrg, dtF = eng'*F-dkrg
%  en'*(Vg + lam*rg) - dkrit - 0
%  lam = (dkrit - en'*Vg)/(en'*rg)
laf = dkrf / (enf'*(G-A)) , DPtf = 0 +  laf * G
lag = dkrg / (enf'*(G-A)) , DPtg = 0 +  lag * G
dum = input('YL4)  weiter?');
```

5) Erstellen Sie eine MATLAB Funktion, welche eine quadratische Matrix als Eingabe erhält und daraus (durch Bearbeitung von Einzel-Elementen im Innern einer Doppelschleife) eine antisymmetrische Matrix erstellt, bei welcher die Werte rechts- bzw. oberhalb der Diagonalen mit der eingegebenen Matrix identisch sind.

YL5)

```
% function Apt = antsymmcop(M)
  M = rand(5)
  [nzei,nspa] = size(M); Apt = M;
  for zei = 2:nzei
    for spa = 1:zei-1
      Apt(zei,spa) = -Apt(spa,zei);
    end
  end
  for k = 1:nzei
    Apt(k,k) = 0;
  end
  Apt, Tasym = Apt'+Apt
  dum = input('YL5)  weiter?');
```

6) Geben Sie die Teilmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix an für die 2D homogene Koordinatentransformation, welche das gleichseitige Dreieck ABC ($A(0/0)$, $B(10/0)$, $C(\,5\,/\,(5\sqrt{3}/2))$) an der Geraden $y = \sqrt{3} \cdot x$ spiegelt. Geben Sie auch die Ecken des transformierten Dreiecks an.

YL6)

```
figure(1); clf
Dori = [ 0 10 5 0; 0 0 5*sqrt(3) 0;  1 1 1 1]
w = atand(sqrt(3))
Rot1 = [ cosd(-w) -sind(-w) 0; sind(-w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Mx = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Rot2 = [ cosd(w) -sind(w) 0; sind(w) cosd(w) 0; 0 0 1]
Ttot = Rot2*Mx*Rot1
Dtr = Ttot*Dori
plot(Dori(1,:), Dori(2,:))
hold on
axis([-12 12 -12 12]); axis square
plot([0 0 ],[-12 12],'k')  ;   plot([-12 12 ],[0 0],'k')
plot([-5 15],[-5*sqrt(3) 15*sqrt(3)],'k')
plot(Dtr(1,:), Dtr(2,:),'r')
hold off
dum = input('YL6)  weiter?');
```

12 Schuljahr 2009 / 10

12.1 Herbstsemester 2009/10

12.1.1 HS 09/10 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 17. Nov. 2009

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen hat eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens?

   1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Rückwärts-Einsetzen in einer 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $x_? =$???)

   1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die dargestellten x-Werte zwischen -2 und 2 und die y-Werte zwischen 0 und 4 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_1 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2 & e_1 & e_4 \\ 0 & 0 & a_2 & a_1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Achteck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 5 einbeschrieben ist. Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(-12/0/0)$, $C(-12/6/0)$, $D(0/6/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(0/6/5)$. Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-5/5)$, $C = (-10/0)$, $D = (-5/-5)$ um -90^o (im Uhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\mathrm{A}}\tilde{\mathrm{B}}\tilde{\mathrm{C}}\tilde{\mathrm{D}}$.
   Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt $(0/-5/0)$ starten, und im Punkt $(0/5/2)$ enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
   Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

12.1.2 HS 09/10 – Prüfung 1, G, 17. Nov. 2009

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Einsen hat eine nxn L-Matrix aus der L-R-Zerlegung mindestens?

   1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Vorwärts-Einsetzen in einer 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $y_? =$???)

   1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -5 und 5 und die y-Werte zwischen -1 und 9 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_1 & b_3 & 0 & 0 \\ e_4 & e_1 & e_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & a_1 & a_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Zwölfeck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 3 einbeschrieben ist. Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zun Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(12/0/0)$, $C(12/4/0)$, $D(0/4/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(0/4/5)$. Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-3/3)$, $C = (-6/0)$, $D = (-3/-3)$ um $+90^o$ (im Gegenuhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}$.

Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt $(-5/0/0)$ starten, und im Punkt $(5/0/2)$ enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

12.1.3 HS 09/10 – Prüfung 1, B, 17. Nov. 2009

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen hat eine Diagonalmatrix der Dimension nxn mindestens?

   1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Rückwärts-Einsetzen in einer 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $x_? =$???)

   1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -4 und 4 und die y-Werte zwischen 0 und 8 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_5 & c_1 & c_2 \\ 0 & 0 & e_5 & e_1 & e_2 \\ 0 & 0 & a_5 & a_1 & a_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Achteck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 5 einbeschrieben ist. Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(0/-12/0)$, $C(5/-12/0)$, $D(5/0/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(5/0/5)$. Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-6/6)$, $C = (-12/0)$, $D = (-6/-6)$ um -90^o (im Uhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}$.
   Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen

Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt $(5/0/0)$ starten, und im Punkt $(-5/0/2)$ enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

12.1.4 HS 09/10 – Prüfung 1, Y, 17. Nov. 2009

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen hat eine nxn L-Matrix aus der L-R-Zerlegung mindestens?

   1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Vorwärts-Einsetzen in ener 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $y_? =$???)

   1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die dargestellten x-Werte zwischen -1 und 1 und die y-Werte zwischen 0 und 2 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & d_4 & d_5 \\ 0 & e_2 & 0 & e_4 & e_5 \\ 0 & a_2 & 0 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Zwölfeck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 4 einbeschrieben ist.
   Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(0/12/0)$, $C(5/12/0)$, $D(5/0/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(5/0/5)$.
   Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-2/2)$, $C = (-4/0)$, $D = (-2/-2)$ um +90° (im Gegenuhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}$.

Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt (0/5/0) starten, und im Punkt (0/ − 5/2) enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

12.1.5 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 17. Nov. 2009

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Nullen hat eine antisymmetrische Matrix der Dimension nxn mindestens?

L1a) n Nullen auf der Diagonalen

1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Rückwärts-Einsetzen in einer 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $x_? =$???)

L1b) $x_5 = b_5/r_{55}$

1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

L1c) $A^{(-1)} = A^T = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die dargestellten x-Werte zwischen -2 und 2 und die y-Werte zwischen 0 und 4 variieren?

L1d) `axis([-2 2 0 4]) ; axis square`

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_1 & b_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2 & e_1 & e_4 \\ 0 & 0 & a_2 & a_1 & a_4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad Pr = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Achteck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 5 einbeschrieben ist. Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

L3)
```
 k = 0:8; w = 2*pi/8*k
 z8 = 5*exp(i*w)
plot(z8)
hold on
axis equal
t = (0:0.05:1)*2*pi;
kr = 5*exp(i*t);
plot(kr,'k')
hold off
```

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(-12/0/0)$, $C(-12/6/0)$, $D(0/6/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(0/6/5)$.
Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

L4) Grundfläche trivial: `en = [0;0;1]`, `dkrit = 0` (horizontale Ebene durch Koordinatenursprung)
Deckfläche `u = B-E = [-12 0 -5]' v = C-E = [-12 6 -5]'`
`N = cross(u,v) = [30 0 -72]   norm(N) = 78`
`en = N/norm(N) = [0.3846  0  -0.9231]'  dkrit = 4.6154` Neigungswinkel mit zwei Einheitsvektoren ist direkt `acos(en1'*en2) =   0.3948` entspricht 22.62 Grad

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-5/5)$, $C = (-10/0)$, $D = (-5/-5)$ um -90^o (im Uhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{\text{A}}\tilde{\text{B}}\tilde{\text{C}}\tilde{\text{D}}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L5)
```
Qo = [0 -5 -10 -5 0; 0 5 0 -5 0; 1 1 1 1 1];
%  Mittelpunkt quadrat ist A+B+C+D/4  =[ -4 0]'
Tz = [ 1  0  5; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 1 0 ; -1 0 0; 0 0 1]
Tb = [ 1  0 -5; 0 1 0; 0 0 1]
Ttot = Tb*R*Tz
```

```
Qt = Ttot*Qo
plot(Qo(1,:),Qo(2,:),'g')
hold on
plot(Qt(1,:),Qt(2,:),'ro')
axis equal ;  hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt $(0/-5/0)$ starten, und im Punkt $(0/5/2)$ enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

L6)
```
t = (0:0.05:1)*pi  % eine halbe Drehung
%  Vorschub ist 2 pro halbe Drehung, also ist g = 4
g = 4
z = t*g/(2*pi);  % gleiches z fuer beide
%  Winkel 0 ist bei 0 -5, also R = 5
R = 5
%  Vorschub nach oben, also Gegenuhrzeiger in x-y Ebene ist rechtsdrehend
xr = R*sin(t); yr = -R*cos(t);
%  Uhrzeigersinn in x-y Ebene ist linksdrehend
xl = -R*sin(t); yl = -R*cos(t);
plot3(xr,yr,z) ; hold on; plot3(xl,yl,z,'r')
axis equal
```

12.1.6 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 1, G, 17. Nov. 2009

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Einsen hat eine nxn L-Matrix aus der L-R-Zerlegung mindestens?

1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Vorwärts-Einsetzen in einer 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $y_? = ???$)

1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -5 und 5 und die y-Werte zwischen -1 und 9 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_4 & b_1 & b_3 & 0 & 0 \\ e_4 & e_1 & e_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_4 & a_1 & a_3 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Zwölfeck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 3 einbeschrieben ist. Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zun Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

L3)
```
 k = 0:12; w = 2*pi/12*k
 z12 = 3*exp(i*w)
plot(z12)
hold on
axis equal
t = (0:0.005:1)*2*pi;
kr = 3*exp(i*t);
plot(kr,'k')
hold off
```

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(12/0/0)$, $C(12/4/0)$, $D(0/4/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(0/4/5)$.
Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

L5)
```
A  = [0 0 0]'; B = [12 0 0]'; C = [12 4 0]';
D = [0 4 0]' ; E = [0 0 5]' ; F = [0 4 5]';
Kl = [A B C D A E B E F C F D];
plot3(Kl(1,:),Kl(2,:),Kl(3,:),'m')
axis equal
eng = [ 0 0 1]', dkritg = 0
%   Tests ob A,B,C,D in Grundflaeche
dtA = eng'*A-dkritg, dtB = eng'*B-dkritg,
dtC = eng'*C-dkritg, dtD = eng'*D-dkritg,
%   2 Vektoren in Deckflaeche BCFE
u = B-E, v = C-E           %   [12 0 -5]  [12 0 -5]
N = cross(u,v)             % = [ 20 0 48]
nN = norm(N)               %  = 52
endf = N/nN                % = [0 -0.3846  0.9231]
dkritdf = endf'*E          %  = 4.6154
%   Tests ob B,C,F auch in Grundflaeche
dtdB = endf'*B-dkritdf, dtdC = endf'*C-dkritdf,
dtdF = endf'*F-dkritdf
%   Winkel direkt acos S-prod zwischen Einheitsvektoren
wneig = acos(endf'*eng)    % 0.3948 rad
wneigd = wneig*180/pi      % = 22.6154 Grad
```

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-3/3)$, $C = (-6/0)$, $D = (-3/-3)$ um $+90^o$ (im Gegenuhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L5)
```
Qo = [0 -3 -6 -3 0; 0 3 0 -3 0; 1 1 1 1 1];
%  Mittelpunkt quadrat ist A+B+C+D/4  =[ -3 0]'
Tz = [ 1  0  3; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 -1 0 ; 1 0 0; 0 0 1]
Tb = [ 1  0 -3; 0 1 0; 0 0 1]
Ttot = Tb*R*Tz
```

```
Qt = Ttot*Qo
plot(Qo(1,:),Qo(2,:),'g')
hold on
plot(Qt(1,:),Qt(2,:),'ro')
axis equal ;  hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt $(-5/0/0)$ starten, und im Punkt $(5/0/2)$ enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

L6)
```
t = (0:0.05:1)*pi  % eine halbe Drehung
%  Vorschub ist 2 pro halbe Drehung, also ist g = 4
g = 4
z = t*g/(2*pi);  % gleiches z fuer beide
%  Winkel 0 ist bei -5 0, also R = 5
R = 5
%  Vorschub nach oben, also Gegenuhrzeiger in x-y Ebene ist rechtsdrehend
xr = -R*cos(t); yr = -R*sin(t);
%  Uhrzeigersinn in x-y Ebene ist linksdrehend
xl =  -R*cos(t); yl = R*sin(t);
plot3(xr,yr,z) ; hold on; plot3(xl,yl,z,'r')
axis equal ; hold off
```

12.1.7 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 1, B, 17. Nov. 2009

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen hat eine Diagonalmatrix der Dimension nxn mindestens?

   1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Rückwärts-Einsetzen in einer 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $x_? =$???)

   1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die x-Werte zwischen -4 und 4 und die y-Werte zwischen 0 und 8 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_5 & c_1 & c_2 \\ 0 & 0 & e_5 & e_1 & e_2 \\ 0 & 0 & a_5 & a_1 & a_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Achteck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 5 einbeschrieben ist. Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

L3)

```
k = 0:8; w = 2*pi/8*k
z8 = 5*exp(i*w)
plot(z8)
hold on
axis equal
t = (0:0.005:1)*2*pi;
kr = 5*exp(i*t);
plot(kr,'k')
hold off
```

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(0/-12/0)$, $C(5/-12/0)$, $D(5/0/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(5/0/5)$. Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

L5)
```
A  = [0 0 0]'; B = [0 -12 0]'; C = [5 -12 0]';
D = [5 0 0]' ; E = [0 0 5]' ; F = [5 0 5]';
Kl = [A B C D A E B E F C F D];
plot3(Kl(1,:),Kl(2,:),Kl(3,:),'m')
axis equal
eng = [ 0 0 1]', dkritg = 0
%   Tests ob A,B,C,D in Grundflaeche
dtA = eng'*A-dkritg, dtB = eng'*B-dkritg,
dtC = eng'*C-dkritg, dtD = eng'*D-dkritg,
%   2 Vektoren in Deckflaeche BCFE
u = B-E, v = C-E
N = cross(u,v)              % = [ 0 -25 60]
nN = norm(N)                %  = 65
endf = N/nN                 % = [0 -0.3846  0.9231]
dkritdf = endf'*E           %  = 4.6154
%   Tests ob B,C,F auch in Grundflaeche
dtdB = endf'*B-dkritdf, dtdC = endf'*C-dkritdf,
dtdF = endf'*F-dkritdf
%   Winkel direkt acos S-prod zwischen Einheitsvektoren
wneig = acos(endf'*eng)     % 0.3948 rad
wneigd = wneig*180/pi       % = 22.6154 Grad
```

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-6/6)$, $C = (-12/0)$, $D = (-6/-6)$ um -90^o (im Uhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L5)
```
Qo = [0 -6 -12 -6 0; 0 6 0 -6 0; 1 1 1 1 1];
%  Mittelpunkt quadrat ist A+B+C+D/4  =[ -6 0]'
Tz = [ 1  0  6; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 1 0 ; -1 0 0; 0 0 1]
Tb = [ 1  0 -6; 0 1 0; 0 0 1]
Ttot = Tb*R*Tz
```

```
Qt = Ttot*Qo
plot(Qo(1,:),Qo(2,:),'g')
hold on
plot(Qt(1,:),Qt(2,:),'ro')
axis equal ;  hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt (5/0/0) starten, und im Punkt (−5/0/2) enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

L6)
```
t = (0:0.05:1)*pi  % eine halbe Drehung
%  Vorschub ist 2 pro halbe Drehung, also ist g = 4
g = 4
z = t*g/(2*pi);  % gleiches z fuer beide
%  Winkel 0 ist bei 5 0, also R = 5
R = 5
%  Vorschub nach oben, also Gegenuhrzeiger in x-y Ebene ist rechtsdrehend
xr = R*cos(t); yr = R*sin(t);
%  Uhrzeigersinn in x-y Ebene ist linksdrehend
xl =  R*cos(t); yl = -R*sin(t);
plot3(xr,yr,z) ; hold on; plot3(xl,yl,z,'r')
axis equal
```

12.1.8 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 1, Y, 17. Nov. 2009

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 17. Nov. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen hat eine nxn L-Matrix aus der L-R-Zerlegung mindestens?

   1b) Wie lautet die Gleichung, mit der das erste Element beim Vorwärts-Einsetzen in ener 5x5 Matrix bestimmt wird? (d.h. Ergänzen Sie $y_? =???$)

   1c) Bestimmen Sie die die Inverse der Matrix $A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0 & -\sqrt{3}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{3}/2 & 0 & 0.5 \end{pmatrix}$ mit Hilfe der Angabe dass die Matrix A orthogonal ist.

   1d) Mit welchen MATLAB Befehlen erreicht man, dass die Grafik in einem quadratischen Feld gezeichnet wird und dabei die dargestellten x-Werte zwischen -1 und 1 und die y-Werte zwischen 0 und 2 variieren?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_2 & 0 & d_4 & d_5 \\ 0 & e_2 & 0 & e_4 & e_5 \\ 0 & a_2 & 0 & a_4 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_4 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Geben Sie die MATLAB-Befehle an, mit denen ein Vektor `v` aus komplexen Zahlen erzeugt wird, welcher beim Aufruf `plot(v); axis equal` ein reguläres Zwölfeck zeichnet, das im Kreis um (0/0) mit dem Radius 4 einbeschrieben ist.
   Geben Sie auch die MATLAB-Befehle an zum Zeichnen des zugehörigen Umkreises.

L3)

```
 k = 0:12; w = 2*pi/12*k
 z12 = 4*exp(i*w)
plot(z12)
hold on
axis equal
t = (0:0.005:1)*2*pi;
kr = 4*exp(i*t);
plot(kr,'k')
hold off
```

4) Gegeben ist ein Keil mit der Grundfläche ABCD und der Oberkante EF durch $A(0/0/0)$, $B(0/12/0)$, $C(5/12/0)$, $D(5/0/0)$ und $E(0/0/5)$, $F(5/0/5)$.
Bestimmen Sie je die Ebenengleichung der Deckfläche und der Grundfläche in der Hesse'schen Normalform, sowie die Neigung der Deckfläche!

L5)
```
A  = [0 0 0]'; B = [0 12 0]'; C = [5 12 0]';
D = [5 0 0]' ; E = [0 0 5]' ; F = [5 0 5]';
Kl = [A B C D A E B E F C F D];
plot3(Kl(1,:),Kl(2,:),Kl(3,:),'m')
axis equal
eng = [ 0 0 1]', dkritg = 0
%   Tests ob A,B,C,D in Grundflaeche
dtA = eng'*A-dkritg, dtB = eng'*B-dkritg,
dtC = eng'*C-dkritg, dtD = eng'*D-dkritg,
%   2 Vektoren in Deckflaeche BCFE
u = C-E, v = B-E
N = cross(u,v)  % = [ 0 25 60]
nN = norm(N)  %  = 65
endf = N/nN  % = [0 0.3846  0.9231]
dkritdf = endf'*E  %  = 4.6154
%   Tests ob B,C,F auch in Grundflaeche
dtdB = endf'*B-dkritdf, dtdC = endf'*C-dkritdf,
dtdF = endf'*F-dkritdf
%   Winkel direkt acos S-prod zwischen Einheitsvektoren
wneig = acos(endf'*eng)
wneigd = wneig*180/pi
```

5) Suchen Sie die Teil-Transformationsmatrizen und die Gesamt-Transformations-Matrix, in homogenen Koordinaten der Ebene, welche das Quadrat ABCD mit den Ecken $A = (0/0)$, $B = (-2/2)$, $C = (-4/0)$, $D = (-2/-2)$ um $+90^o$ (im Gegenuhrzeigersinn) um seinen Mittelpunkt dreht. Bestimmen Sie auch die gedrehten Koordinaten $\tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}$.
Geben Sie auch ein MATLAB-Skript an, das diese Transformation in homogenen Koordinaten durchführt und das Urbild und Bild in eine gemeinsame Grafik einzeichnet.

L5)
```
Qo = [0 -2 -4 -2 0; 0 2 0 -2 0; 1 1 1 1 1];
%  Mittelpunkt quadrat ist A+B+C+D/4  =[ -2 0]'
Tz = [ 1  0  2; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 -1 0 ; 1 0 0; 0 0 1]
Tb = [ 1  0 -2; 0 1 0; 0 0 1]
Ttot = Tb*R*Tz
```

```
Qt = Ttot*Qo
plot(Qo(1,:),Qo(2,:),'g')
hold on
plot(Qt(1,:),Qt(2,:),'ro')
axis equal ;  hold off
```

6) Suchen Sie die Darstellungen der beiden Schraubenlinien-Stücke mit Achse auf der z-Achse, welche beide im Punkt (0/5/0) starten, und im Punkt (0/ − 5/2) enden und dazwischen je eine halbe Umdrechung ausführen. Eines der Schraubenlinien-Stücke soll linksdrehend, das andere rechtsdrehend sein.
Schreiben Sie ein MATLAB-Skript zur simultanen Darstellung der beiden Kurvenstücke!

L6)
```
t = (0:0.05:1)*pi  % eine halbe Drehung
%  Vorschub ist 2 pro halbe Drehung, also ist g = 4
g = 4
z = t*g/(2*pi);  % gleiches z fuer beide
%  Winkel 0 ist bei 0 5, also R = 5
R = 5
%  Vorschub nach oben, also Gegenuhrzeiger in x-y Ebene ist rechtsdrehend
xr = -R*sin(t); yr = R*cos(t);
%  Uhrzeigersinn in x-y Ebene ist linksdrehend
xl =  R*sin(t); yl = R*cos(t);
plot3(xr,yr,z) ; hold on; plot3(xl,yl,z,'r')
axis equal
```

12.1.9 HS 09/10 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 8. Dez. 2009

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Algorithmus muss erledigt sein, bevor man mit dem Vorwärts-Einsetzen beginnen kann?

   1b) Wie lautet die Signatur (d.h. Eingabe- und Ausgabe- Parameter) der MATLAB Bibliotheksprozedur `meshgrid`? Welches ist die Struktur und die Bedeutung der einzelnen Parameter?

   1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
   `u = [1;2;3]  v = [a;2;1]`

   1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Inverse P^{-1} der Matrix $P = (A \cdot B)$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 4 - 4i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = 4 + 4i$.
   Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3.2)$, $B(3/0/0)$, $C(0/4/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Myz = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]` an der y-z-Ebene gespiegelt.
   Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (= x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
   Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
   $A(-4/-4/0)$, $B(4/-4/0)$, $C(4/4/0)$, $D(-4/4/0)$,
   $E(-4/-4/8)$, $F(4/-4/8)$, $G(4/4/8)$, $H(-4/4/8)$ ist die Ebene durch EBCH in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu

benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-1\ /\ p),\ (0\ /\ 1),\ (1\ /\ 2)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_1 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x, y, z) = 5x^4 + 2y^6 + z^2 \ \to \min$
unter den Nebenbedingungen
$x - y + 2z = 10$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

12.1.10 HS 09/10 – Prüfung 2, G, 8. Dez. 2009

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Auf welchen Matrizen-Typ wird die Methode des Vorwärts-Einsetzens angewandt?

   1b) Nennen Sie zwei MATLAB Bibliotheksprozeduren, die beide zur grafischen Darstellung von Funktionen von zwei Variablen dienen!

   1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
   `u = [1;2;3]  v = [3;2;a]`

   1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Werte der Matrix $P = (A \cdot B)^{-1}$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 2 + 2i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = -2 + 2i$.
   Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3.2)$, $B(4/0/0)$, $C(0/3/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Mxz = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]` an der x-z-Ebene gespiegelt.
   Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (= x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
   Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
   $A(-4/-4/0)$, $B(4/-4/0)$, $C(4/4/0)$, $D(-4/4/0)$,
   $E(-4/-4/8)$, $F(4/-4/8)$, $G(4/4/8)$, $H(-4/4/8)$ ist die Ebene durch BDHF in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-1/2),\ (0/1),\ (1\ /\ p)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_3 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x, y, z) = 3x^2 + 5y^4 + z^6 \ \rightarrow \min$
unter den Nebenbedingungen
$3x + y - 2z = 7$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

12.1.11 HS 09/10 – Prüfung 2, B, 8. Dez. 2009

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Welcher Algorithmus muss erledigt sein, bevor man mit dem Vorwärts-Einsetzen beginnen kann?

   1b) Wie lautet die Signatur (d.h. Eingabe- und Ausgabe- Parameter) der MATLAB Bibliotheksprozedur `meshgrid`? Welches ist die Struktur und die Bedeutung der einzelnen Parameter?

   1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
   `u = [1;2;3]  v = [4;5;a]`

   1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Inverse P^{-1} der Matrix $P = (A \cdot B)$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 4 + 4i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = -4 + 4i$.
   Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3.2)$, $B(3/0/0)$, $C(0/4/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Mxz = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]` an der x-z-Ebene gespiegelt.
   Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (= x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
   Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
   $A(-2/-2/0)$, $B(2/-2/0)$, $C(2/2/0)$, $D(-2/2/0)$,
   $E(-2/-2/4)$, $F(2/-2/4)$, $G(2/2/4)$, $H(-2/2/4)$ ist die Ebene durch EBCH in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu

benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-2\ /\ 2),\ (0\ /\ 3),\ (2\ /\ p)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_3 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x, y, z) = 2x^6 + 5y^2 + z^4 \ \rightarrow \min$
unter den Nebenbedingungen
$2x - y + z = 20$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

12.1.12 HS 09/10 – Prüfung 2, Y, 8. Dez. 2009

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Auf welchen Matrizen-Typ wird die Methode des Vorwärts-Einsetzens angewandt?

   1b) Nennen Sie zwei MATLAB Bibliotheksprozeduren, die beide zur grafischen Darstellung von Funktionen von zwei Variablen dienen!

   1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
   `u = [1;2;3]  v = [3;a;1]`

   1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Werte der Matrix $P = (A \cdot B)^{-1}$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 2 - 2i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = 2 + 2i$.
Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3)$, $B(3.2/0/0)$, $C(0/4/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Myz = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]` an der y-z-Ebene gespiegelt.
Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (d.h. gegenüber der x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
$A(-2/-2/0)$, $B(2/-2/0)$, $C(2/2/0)$, $D(-2/2/0)$,
$E(-2/-2/4)$, $F(2/-2/4)$, $G(2/2/4)$, $H(-2/2/4)$ ist die Ebene durch BDHF in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-2\ /\ p),\ (0/1),\ (1\ /\ 3)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_1 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x, y, z) = 3x^4 + 7y^6 + 2z^2 \ \rightarrow \min$
unter den Nebenbedingungen
$x + 4y - 2z = 8$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

12.1.13 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 8. Dez. 2009

R Ingenieurmathematik Lösungen der Prüfung 2

8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Welcher Algorithmus muss erledigt sein, bevor man mit dem Vorwärts-Einsetzen beginnen kann?

L1a) Die L-R-Zerlegung liefert die dazu benötigte L-Matrix.

1b) Wie lautet die Signatur (d.h. Eingabe- und Ausgabe- Parameter) der MATLAB Bibliotheksprozedur `meshgrid`? Welches ist die Struktur und die Bedeutung der einzelnen Parameter?

L1b) `[XgridMatrix, YgridMatrix] = meshgrid(xposvec, yposvec)`

1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
`u = [1;2;3]  v = [a;2;1]`

L1c) `1*a+2*2+3*1 = 0`, also ist `a = -7`

1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Inverse P^{-1} der Matrix $P = (A \cdot B)$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

L1d) $P^{-1} = B^T \cdot A^T$

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 4 - 4i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = 4 + 4i$.
Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

L2)
```
w1 = -pi/4; w4 = pi/4; dw = pi/6; r = 4*sqrt(2);
 z(1) = 0;  z(2) = 4*sqrt(2)*exp(-i*pi/4) ;
 z(3) = 0;  z(4) = 4*sqrt(2)*exp(-i*pi/12) ;
 z(5) = 0;  z(6) = 4*sqrt(2)*exp(i*pi/12) ;
 z(7) = 0;  z(8) = 4*sqrt(2)*exp(i*pi/4) ;
```

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3.2)$, $B(3/0/0)$, $C(0/4/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Myz = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]` an der y-z-Ebene gespiegelt.
Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (= x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

L3)
```
% 3R
A = [ 0 0 3.2]' ;  B = [3 0 0]' ;  C = [0 4 0]';
  Myz = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
  ABCm =  Myz*[A B C]
%  Die gespiegelten Vektoren sind fuer A, C identisch, Bm = -B
%  2 Vektoren im Innern der Ebene ABC
  u = B-A; v = C-A
%  Kreuzprodukt ergibt Normalenvektor
  N = cross(u,v);   %  N= [12.8 9.6 12]; Norm(N) = 20
%  Normalenvektor zur Horizontalen ist rein in z-Richtung
  upvec = [0 0 1]'
%  Neigung der Ebene ABC
  w = acosd(upvec'*N/norm(N)) %  53.1301 Grad  0.9273 rad
%  Winkel zwischen zueinander gespiegelten Ebenen ist das
%    Doppelte wie der Winkel zur spiegelnden Ebene
  mirvec = [1 0 0]'
  wwh = acosd(mirvec'*N/norm(N))  %  50.2082
  uu = -B-A
  NN = cross(uu,v);
  ww = acosd(NN'*N/(N'*N))   %  100.4164  Grad 1.7526 rad
```

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
$A(-4/-4/0)$, $B(4/-4/0)$, $C(4/4/0)$, $D(-4/4/0)$,
$E(-4/-4/8)$, $F(4/-4/8)$, $G(4/4/8)$, $H(-4/4/8)$ ist die Ebene durch EBCH in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

L4)
```
 A = [-4 -4 0]';  B = [4 -4 0]';  C = [4 4 0]'; D = [-4 4 0]' ;
 E = [-4 -4 8]';  F = [4 -4 8]';  G = [4 4 8]'; H = [-4 4 8]' ;
%   2 Vektoren in Ebene, Kreuzprodukt, Normalenverktor, normieren:
 u = C - B; v = E - B; N = cross(u,v), en = N/norm(N)  % [0.707  0  0.707]'
```

```
 dkrit = en'*B, dchkH = en'*H-dkrit  % dkrit = 2.8284,  dchkH = 0, OK
%  Definition der Geraden: A + lam*AM, M=(C+G)/2
 M = (C+G)/2        %  M= [4 4 4]'
 r = M-A            % r =  [8 8 4]'
% en'*(A+lam*r) - dkrit = 0 muss erfuellt sein, daraus lamdp
 lamdp = (dkrit-en'*A)/(en'*r)        % = 0.6667
 Pd = A+lamdp*r    %    [ 1.3333  1.3333  2.6667]
```

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-1\ /\ p),\ (0\ /\ 1),\ (1\ /\ 2)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_1 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

L5) $N = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2-p \\ p+3 \end{pmatrix}$

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x,y,z) = 5x^4 + 2y^6 + z^2 \ \to \min$
unter den Nebenbedingungen
$x - y + 2z = 10$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

L6) $L(x,y,z,\lambda) = 5x^4 + 2y^6 + z^2 + \lambda\cdot(x-y+2z-10)$

$$
\begin{array}{rcccccccc}
\partial L/\partial x & = & 20x^3 & & & +\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & 12y^5 & & -\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & & 2z & +2\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial \lambda & = & x & -y & +2z & & -10 & = & 0
\end{array}
$$

12.1.14 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 2, G, 8. Dez. 2009

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Auf welchen Matrizen-Typ wird die Methode des Vorwärts-Einsetzens angewandt?

L1a) Auf die aus der L-R-Zerlegung stammende L-Matrix

1b) Nennen Sie zwei MATLAB Bibliotheksprozeduren, die beide zur grafischen Darstellung von Funktionen von zwei Variablen dienen!

L1b) `contour, contour3, contourf, surf`

1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
`u = [1;2;3]  v = [3;2;a]`

L1c) `1*3+2*2+3*a = 0`, also ist `a = -7/3`

1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Werte der Matrix $P = (A \cdot B)^{-1}$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

L1d) $P = B^T \cdot A^T$

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 2 + 2i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = -2 + 2i$.
Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

L2)
```
w1 = pi/4; w4 = 3*pi/4; dw = pi/6; r = 2*sqrt(2);
 z(1) = 0;  z(2) = 2*sqrt(2)*exp(i*pi/4) ;
 z(3) = 0;  z(4) = 2*sqrt(2)*exp(i*pi*5/12) ;
 z(5) = 0;  z(6) = 2*sqrt(2)*exp(i*pi*7/12) ;
 z(7) = 0;  z(8) = 2*sqrt(2)*exp(i*3*pi/4) ;
 plot(z) ; axis equal
```

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3.2)$, $B(4/0/0)$, $C(0/3/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Mxz = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]` an der x-z-Ebene gespiegelt.

Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (= x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

L3)
```
% 3G
A = [ 0 0 3.2]' ;  B = [4 0 0]' ;  C = [0 3 0]';
  Mxz = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
  ABCm =  Mxz*[A B C]
%  Die gespiegelten Vektoren sind fuer A, B identisch, Cm = -C
%  2 Vektoren im Innern der Ebene ABC
  u = B-A; v = C-A;
%  Kreuzprodukt ergibt Normalenvektor
  N = cross(u,v);   %  N= [9.6  12.8  12]; Norm(N) = 20
%  Normalenvektor zur Horizontalen ist rein in z-Richtung
  upvec = [0 0 1]'
%  Neigung der Ebene ABC
  w = acosd(upvec'*N/norm(N)) %  53.1301 Grad  0.9273 rad
%  Winkel zwischen zueinander gespiegelten Ebenen ist das
%    Doppelte wie der Winkel zur spiegelnden Ebene
  mirvec = [0 1 0]'
  wwh = acosd(mirvec'*N/norm(N))  %    50.2082 Grad
  vv = -C-A;
  NN = cross(u,vv);
  ww = acosd(NN'*N/(N'*N))   %  100.4164 Grad   1.7526 rad
```

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
$A(-4/-4/0)$, $B(4/-4/0)$, $C(4/4/0)$, $D(-4/4/0)$,
$E(-4/-4/8)$, $F(4/-4/8)$, $G(4/4/8)$, $H(-4/4/8)$ ist die Ebene durch BDHF in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

L4)
```
 A = [-4 -4 0]';  B = [4 -4 0]';  C = [4 4 0]'; D = [-4 4 0]' ;
 E = [-4 -4 8]';  F = [4 -4 8]';  G = [4 4 8]'; H = [-4 4 8]' ;
%   2 Vektoren in Ebene, Kreuzprodukt, Normalenverktor, normieren:
 u = D - B; v = F - B; N = cross(u,v), en = N/norm(N)  % [0.707  0.707 0]'
 dkrit = en'*B, dchkH = en'*H-dkrit  % dkrit = 0,  dchkH = 0, OK
%  Definition der Geraden: A + lam*AM, M=(C+G)/2
 M = (C+G)/2       %  M= [4 4 4]'
```

```
 r = M-A           % r =  [8 8 4]'
% en'*(A+lam*r) - dkrit = 0 muss erfuellt sein, daraus lamdp
 lamdp = (dkrit-en'*A)/(en'*r)       % = 0.5
 Pd = A+lamdp*r    %    [ 0  0  2]
```

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-1/2),\ (0/1),\ (1\ /\ p)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_3 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

L5) $N = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} p-2 \\ p+3 \end{pmatrix}$

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x, y, z) = 3x^2 + 5y^4 + z^6 \ \to \min$
unter den Nebenbedingungen
$3x + y - 2z = 7$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

L6) $L(x, y, z, \lambda) = 3x^2 + 5y^4 + z^6 + \lambda \cdot (3x + y - 2z - 7)$

$$\begin{array}{lcccccccc}
\partial L/\partial x & = & 6x & & & +3\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & 20y^3 & & +\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & & 6z^5 & -2\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial \lambda & = & 3x & +y & -2z & & -7 & = & 0
\end{array}$$

12.1.15 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 2, B, 8. Dez. 2009

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Welcher Algorithmus muss erledigt sein, bevor man mit dem Vorwärts-Einsetzen beginnen kann?

L1a) Die L-R-Zerlegung liefert die dazu benötigte L-Matrix.

1b) Wie lautet die Signatur (d.h. Eingabe- und Ausgabe- Parameter) der MATLAB Bibliotheksprozedur `meshgrid`? Welches ist die Struktur und die Bedeutung der einzelnen Parameter?

L1b) `[XgridMatrix, YgridMatrix] = meshgrid(xposvec, yposvec)`

1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
`u = [1;2;3]  v = [4;5;a]`

L1c) `1*4+2*5+3*a = 0`, also ist `a = -14/3`

1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Inverse P^{-1} der Matrix $P = (A \cdot B)$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

L1d) $P^{-1} = B^T \cdot A^T$

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 4 + 4i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = -4 + 4i$.
Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

L2)
```
w1 = pi/4; w4 = 3*pi/4; dw = pi/6; r = 4*sqrt(2);
  z(1) = 0;  z(2) = 4*sqrt(2)*exp(i*pi/4) ;
  z(3) = 0;  z(4) = 4*sqrt(2)*exp(i*pi*5/12) ;
  z(5) = 0;  z(6) = 4*sqrt(2)*exp(i*pi*7/12) ;
  z(7) = 0;  z(8) = 4*sqrt(2)*exp(i*3*pi/4) ;
  plot(z) ; axis equal
```

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3.2)$, $B(3/0/0)$, $C(0/4/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Mxz = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]` an der x-z-Ebene

gespiegelt.
Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (= x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

L3)
```
% 3B
A = [ 0 0 3.2]' ;  B = [3 0 0]' ;  C = [0 4 0]';
  Mxz = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1];
  ABCm =  Mxz*[A B C]
%  Die gespiegelten Vektoren sind fuer A, B identisch, Cm = -C
%  2 Vektoren im Innern der Ebene ABC
  u = B-A; v = C-A;
%  Kreuzprodukt ergibt Normalenvektor
  N = cross(u,v);   %  N= [9.6  12.8  12]; Norm(N) = 20
%  Normalenvektor zur Horizontalen ist rein in z-Richtung
  upvec = [0 0 1]'
%  Neigung der Ebene ABC
  w = acosd(upvec'*N/norm(N)) %  53.1301 Grad  0.9273 rad
%  Winkel zwischen zueinander gespiegelten Ebenen ist das
%    Doppelte wie der Winkel zur spiegelnden Ebene
  mirvec = [ 0 1 0]'
  wwh = acosd(mirvec'*N/norm(N))  %   61.31 Grad
  vv = -C-A;
  NN = cross(u,vv);
  ww = acosd(NN'*N/(N'*N))   %  122.6292  Grad 2.1403 rad
```

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
$A(-2/-2/0)$, $B(2/-2/0)$, $C(2/2/0)$, $D(-2/2/0)$,
$E(-2/-2/4)$, $F(2/-2/4)$, $G(2/2/4)$, $H(-2/2/4)$ ist die Ebene durch EBCH in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

L4)
```
 A = [-2 -2 0]';  B = [2 -2 0]';  C = [2 2 0]'; D = [-2 2 0]' ;
 E = [-2 -2 4]';  F = [2 -2 4]';  G = [2 2 4]'; H = [-2 2 4]' ;
%   2 Vektoren in Ebene, Kreuzprodukt, Normalenverktor, normieren:
 u = C - B; v = E - B; N = cross(u,v), en = N/norm(N)  % [0.707  0  0.707]'
 dkrit = en'*B, dchkH = en'*H-dkrit  % dkrit = 1.4142,  dchkH = 0, OK
%  Definition der Geraden: A + lam*AM, M=(C+G)/2
```

```
 M = (C+G)/2        %  M= [2 2 2]'
 r = M-A            % r =  [4 4 2]'
% en'*(A+lam*r) - dkrit = 0 muss erfuellt sein, daraus lamdp
 lamdp = (dkrit-en'*A)/(en'*r)       % = 0.6667
 Pd = A+lamdp*r    %    [ 0.666 0.666 1.333]
```

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-2\ /\ 2),\ (0\ /\ 3),\ (2\ /\ p)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_3 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

L5) $N = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 2p-4 \\ p+5 \end{pmatrix}$

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x,y,z) = 2x^6 + 5y^2 + z^4 \ \to \min$
unter den Nebenbedingungen
$2x - y + z = 20$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

L6) $L(x,y,z,\lambda) = 2x^6 + 5y^2 + z^4 + \lambda \cdot (2x - y + z - 20)$

$$
\begin{array}{lcccccccc}
\partial L/\partial x & = & 12x^5 & & & +2\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & 10y & & -\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & & 4z^3 & +\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial \lambda & = & 2x & -y & +z & & -20 & = & 0
\end{array}
$$

12.1.16 HS 09/10 – Lösung zur Prüfung 2, Y, 8. Dez. 2009

Y Ingenieurmathematik Prüfung 2 8. Dez. 2009

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Auf welchen Matrizen-Typ wird die Methode des Vorwärts-Einsetzens angewandt?

L1a) Auf die aus der L-R-Zerlegung stammende L-Matrix

1b) Nennen Sie zwei MATLAB Bibliotheksprozeduren, die beide zur grafischen Darstellung von Funktionen von zwei Variablen dienen!

L1b) `contour, contour3, contourf, surf`

1c) Bestimmen Sie den Parameter a im Vektor v so dass die beiden Vektoren u und v zueinander orthogonal sind.
`u = [1;2;3]  v = [3;a;1]`

L1c) `1*3+2*a+3*1 = 0`, also ist `a = -6`

1d) Bestimmen Sie die am einfachsten auszuwertende Formel, um die Werte der Matrix $P = (A \cdot B)^{-1}$ zu erhalten, wenn man weiss, dass sowohl A als auch B beide orthogonal sind.

L1d) $P = B^T \cdot A^T$

2) Bestimmen Sie alle Elemente des komplexen Vektors z so dass mit dem einfachen Befehl `plot(z)` vier vom Nullpunkt ausgehende Strahlen gezeichnet werden. Die Strahlen sollen gleiche Winkel-Abstände aufweisen und gleiche Länge haben. Der erste Strahl zeigt von $z_1 = 0$ nach $z_2 = 2 - 2i$. Der vierte Strahl zeigt von $z_{(n-1)} = 0$ nach $z_n = 2 + 2i$.
Die komplexen Zahlen in diesem Vektor müssen einzeln angegeben werden, allerdings ist dabei auch die Euler'sche Form erlaubt.

L2)
```
w1 = -pi/4; w4 = pi/4; dw = pi/6; r = 2*sqrt(2);
 z(1) = 0;  z(2) = 2*sqrt(2)*exp(-i*pi/4) ;
 z(3) = 0;  z(4) = 2*sqrt(2)*exp(-i*pi/12) ;
 z(5) = 0;  z(6) = 2*sqrt(2)*exp(i*pi/12) ;
 z(7) = 0;  z(8) = 2*sqrt(2)*exp(i*pi/4) ;
 plot(z)  ; axis equal
```

3) Das räumliche Dreieck ABC durch $A(0/0/3)$, $B(3.2/0/0)$, $C(0/4/0)$ wird durch die Abbildung mit der Matrix `Myz = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]` an der y-z-Ebene gespiegelt.

Berechnen Sie die Neigung der Ebene ABC gegenüber der Horizontalen (d.h. gegenüber der x-y-Ebene), sowie den Winkel zwischen der Ebene ABC und der zugehörigen gespiegelten Ebene.
Alle Resultate müssen als Zahlenwerte berechnet und angegeben werden, reine Formeln geben in diesem Fall keine Punkte!

L3)
```
% 3Y
A = [ 0 0 3]' ;  B = [3.2 0 0]' ;  C = [0 4 0]';
  Myz = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1];
  ABCm =  Myz*[A B C]
%  Die gespiegelten Vektoren sind fuer A, C identisch, Bm = -B
%  2 Vektoren im Innern der Ebene ABC
  u = B-A; v = C-A;
%  Kreuzprodukt ergibt Normalenvektor
  N = cross(u,v);   %  N= [9.6  12.8  12]; Norm(N) = 20
%  Normalenvektor zur Horizontalen ist rein in z-Richtung
  upvec = [0 0 1]'
%  Neigung der Ebene ABC
  w = acosd(upvec'*N/norm(N)) % 50.2082 Grad   0.8763 rad
%  Winkel zwischen zueinander gespiegelten Ebenen ist das
%    Doppelte wie der Winkel zur spiegelnden Ebene
  mirvec = [  1 0 0]'
  wwh = acosd(mirvec'*N/norm(N))  %  53.1301 Grad
  uu = -B-A;
  NN = cross(uu,v);
  ww = acosd(NN'*N/(N'*N))   % 106.2602  Grad 1.8546 rad
```

4) In einem Würfel ABCD EFGH mit den Ecken
$A(-2/-2/0)$, $B(2/-2/0)$, $C(2/2/0)$, $D(-2/2/0)$,
$E(-2/-2/4)$, $F(2/-2/4)$, $G(2/2/4)$, $H(-2/2/4)$ ist die Ebene durch BDHF in der Hesse'schen Normalform gesucht. Dieses Resultat soll anschliessend dazu benutzt werden, um in dieser Ebene den Durchstosspunkt der Geraden zu berechnen, welche den Punkt A mit dem Mittelpunkt der Kante CG verbindet. Die Resultate müssen in konkreten Zahlen angegeben werden!

L4)
```
 A = [-2 -2 0]';  B = [2 -2 0]';  C = [2 2 0]'; D = [-2 2 0]' ;
 E = [-2 -2 4]';  F = [2 -2 4]';  G = [2 2 4]'; H = [-2 2 4]' ;
%   2 Vektoren in Ebene, Kreuzprodukt, Normalenverktor, normieren:
 u = D - B; v = F - B; N = cross(u,v), en = N/norm(N)  % [0.707  0.707 0]'
 dkrit = en'*B, dchkH = en'*H-dkrit  % dkrit = 0,  dchkH = 0, OK
%  Definition der Geraden: A + lam*AM, M=(C+G)/2
 M = (C+G)/2       %  M= [2 2 2]'
```

```
 r = M-A           % r =  [4 4 2]'
% en'*(A+lam*r) - dkrit = 0 muss erfuellt sein, daraus lamdp
 lamdp = (dkrit-en'*A)/(en'*r)       % = 0.5
 Pd = A+lamdp*r    %    [ 0  0  1]
```

5) Geben Sie die Normalengleichungen an, mit denen die beste Gerade durch die drei Punkte $(x_k/y_k) = (-2\ /\ p),\ (0/1),\ (1\ /\ 3)$ berechnet werden kann! Der Wert p für y_1 ist ein allgemeiner Parameter, der in den Normalengleichungen auftreten muss. Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses kann ja gar nicht leicht gelöst werden wegen dem darin enthaltenen Parameter.

L5) $N = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 3-2p \\ p+4 \end{pmatrix}$

6) Bestimmen Sie die Lagrange Funktion und das Gleichungssystem mit den partiellen Ableitungen für das Optimierungs-Problem
$Z(x,y,z) = 3x^4 + 7y^6 + 2z^2 \ \rightarrow \min$
unter den Nebenbedingungen
$x + 4y - 2z = 8$
Es ist nur das Gleichungssystem anzugeben, dieses muss jedoch nicht gelöst werden.

L6) $L(x,y,z,\lambda) = 3x^4 + 7y^6 + 2z^2 + \lambda \cdot (x + 4y - 2z - 8)$

$$\begin{array}{rcrrrrrcl}
\partial L/\partial x & = & 12x^3 & & & +\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & 42y^5 & & +4\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial z & = & & & 4z & -2\lambda & & = & 0 \\
\partial L/\partial \lambda & = & x & +4y & -2z & & -8 & = & 0
\end{array}$$

12.2 Frühjahrssemester 2010

12.2.1 FS 10 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 11. Mai 2010

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T - A = Zero$ (Nullmatrix) ?

   1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -5 - 2i, \quad z_2 = 4 * \exp(i * \pi/5)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit schwarzen Sternchen markiert und auch durch eine schwarze Linie verbunden werden?

   1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen
   `A=[4 0 0]' ; B=[0 6 0]' ; C=[0 0 3]' ;`
   bereits definiert wurden.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_3 & b_5 \\ 0 & 0 & a_2 & a_3 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2 & e_3 & e_5 \\ 0 & 0 & c_2 & c_3 & c_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/3). Beide haben 3 Umgänge und gehen daher auch noch durch die Punkte (0/0/1) und (0/0/2).
   Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 0, y = 2$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 0, y = -2$.
   Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
   $A = (0/0/0)$ $B = (6/0/0)$ $D = (0/4/0)$ $E = (0/0/4)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.

Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

6) Geben Sie alle Lösungen z_k der Gleichung $z^4 = -81$ und bestimmen Sie auch noch die 4 Zahlen $(z_k)^5$, für die k-Werte $k = 1..4$
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

12.2.2 FS 10 – Prüfung 1, G, 11. Mai 2010

G **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T = -A$

   1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -3 - 4i, \quad z_2 = 5 * \exp(i * \pi/6)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit blauen Sternchen markiert und auch durch eine blaue Linie verbunden werden?

   1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen
   `U=[4 0 0]' ; V=[0 6 0]' ; W=[0 0 3]' ;`
   bereits definiert wurden.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & e_4 & 0 & 0 & e_2 \\ d_5 & d_4 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_5 & c_4 & 0 & 0 & c_2 \\ a_5 & a_4 & 0 & 0 & a_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/6). Beide haben 3 Umgänge und gehen daher auch noch durch die Punkte (0/0/2) und (0/0/4).
   Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 1.5$, $y = 0$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = -1.5$, $y = 0$.
   Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
   $A = (0/0/0)$ $B = (2/0/0)$ $D = (0/3/0)$ $E = (0/0/2)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.
   Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
   Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

6) Geben Sie die 4 komplexen Zahlen an, welche die Gleichung $z_k = (\sqrt[4]{-16})^3$ erfüllen.
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

12.2.3 FS 10 – Prüfung 1, B, 11. Mai 2010

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T = A^{-1}$

   1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -1 - 5i, \quad z_2 = 2 * \exp(i * \pi/4)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit grünen Pluszeichen markiert und auch durch eine grünen Linie verbunden werden?

   1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen
   `R=[2 0 0]' ; S=[0 5 0]' ; T=[0 0 1]' ;`
   bereits definiert wurden.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & c_2 & c_3 & c_1 \\ 0 & 0 & a_2 & a_3 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2 & e_3 & e_1 \\ 0 & 0 & b_2 & b_3 & b_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/8). Beide haben 4 Umgänge und gehen daher auch noch durch die Punkte (0/0/2), (0/0/4) und (0/0/6).
   Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 1$, $y = 0$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = -1$, $y = 0$.
   Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
   $A = (0/0/0)$ $B = (4/0/0)$ $D = (0/6/0)$ $E = (0/0/4)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.
   Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
   Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

6) Geben Sie alle Lösungen z_k der Gleichung $z^3 = -27$ und bestimmen Sie auch noch die 3 Zahlen $(z_k)^4$, für die k-Werte $k = 1..3$
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

12.2.4 FS 10 – Prüfung 1, Y, 11. Mai 2010

Y Ingenieurmathematik Prüfung 1 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T = A$

   1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -4 - 7i, \quad z_2 = 2 * \exp(i * \pi/7)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit roten Pluszeichen markiert und auch durch eine rote Linie verbunden werden?

   1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen
   `P=[2 0 0]' ; Q=[0 5 0]' ; R=[0 0 1]' ;`
   bereits definiert wurden.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} 0 & d_2 & 0 & d_1 & d_5 \\ 0 & a_2 & 0 & a_1 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 & e_1 & e_5 \\ 0 & b_2 & 0 & b_1 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \ = \ Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/4). Beide haben 2Umgänge und gehen daher auch noch durch den Punkt (0/0/2).
   Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 0$, $y = 1.5$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 0$, $y = -1.5$.
   Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
   $A = (0/0/0)$ $B = (2/0/0)$ $D = (0/2/0)$ $E = (0/0/3)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.
   Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
   Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

6) Geben Sie die 3 komplexen Zahlen an, welche die Gleichung $z_k = (\sqrt[3]{-27})^5$ erfüllen.
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

12.2.5 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 1, R-G-B-Y, 11. Mai 2010

R **Ingenieurmathematik Lösungen zur Prüfung 1** 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T - A = Zero$ (Nullmatrix) ?

L1a) $A^T = A$ symmetrisch

1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -5 - 2i, \quad z_2 = 4 * \exp(i * \pi/5)$

L1b) $\overline{z_1} = -5 + 2i, \quad \overline{z_2} = 4 * \exp(i * \pi/5)$

1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit schwarzen Sternchen markiert und auch durch eine schwarze Linie verbunden werden?

L1c) `plot(x,y,'k*-')`

1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen

`A=[4 0 0]' ; B=[0 6 0]' ; C=[0 0 3]' ;`

bereits definiert wurden.

L1c)
```
lin = [A B C A]
plot3(lin(1,:) ,lin(2,:), lin(3,:) ); axis equal
```

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & b_2 & b_3 & b_5 \\ 0 & 0 & a_2 & a_3 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2 & e_3 & e_5 \\ 0 & 0 & c_2 & c_3 & c_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
A = [11:15 ; 21:25; 31:35; 41:45 ; 51:55 ]
Pl = zeros(5); Pr = zeros(5);
Pl(1,2)= 1; Pl(2,1) = 1; Pl(4,5) = 1; Pl(5,3)=1;
Pr(2,3)= 1; Pr(3,4) = 1; Pr(5,5) = 1;
Rs = Pl * A * Pr
```

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/3). Beide haben 3 Umgänge und gehen daher auch noch durch die Punkte (0/0/1) und (0/0/2).

Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 0, y = 2$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 0$, $y = -2$.
Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

L3
```
ntur = 3; h = 1; r = 2;
w = (0:0.002:3)* 2 * pi;
z = w*h/(2*pi);
xl = r*sin(w) ;
yl = r*cos(w) -2;
xr = r*sin(w) ;
yr = -r*cos(w) +2;
figure(1)
clf
hold on
plot3(xl,yl,z,'g')
plot3(xr,yr,z,'r')
plot3([0 0 0  0], [0 0 0 0], [0 1 2 3 ],'ko')
axis equal
view(69,45)
hold off
```

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (6/0/0)$ $D = (0/4/0)$ $E = (0/0/4)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.
Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

L4
```
A=[0 0 0]' ; B = [6 0 0]' ; D = [0 4 0]'; E =[0 0 4]'
drb = [A B A D A E]
figure(1)
clf
plot3(drb(1,:), drb(2,:), drb(3,:), 'ko-' )
hold on
axis equal
MAB = (A+B)/2
MAD = (A+D)/2
MAE =  (A+E)/2
eb = [MAB MAD MAE MAB];
```

```
plot3(eb(1,:), eb(2,:), eb(3,:), 'r' )
axis equal; hold off
v = MAD - MAB
w = MAE - MAB
N = cross(v,w)        %  [4 6 6 ]'
eng = N / norm(N)    % [  0.4268 0.6396 0.6396]'
dkritg= eng'*MAB       %  1.2782
dtsD = eng'*MAD -dkritg
dtsE = eng'*MAE -dkritg
enh = eng
dkrith = 0 %  Ebene durch (0/0/0)
```

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

L5)
```
function y = fix3forwsub(L,b)
  y = zeros(3,1);
%  y1 kann b1 direkt uebernehmen
  y(1) = b(1);  %  div durch 1 , weil L(1,1) = 1
 % y1 wird gebraucht weil Element links der Diag nicht 0
  y(2) = (b(2) - L(2,1)* y(1) )
 % y1 und y2 werden gebraucht weil Elemente links der Diag nicht 0
  y(3) = (b(3) - L(3,1)* y(1) - L(3,2)*y(2)  )
```

6) Geben Sie alle Lösungen z_k der Gleichung $z^4 = -81$ und bestimmen Sie auch noch die 4 Zahlen $(z_k)^5$, für die k-Werte $k = 1..4$
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

L6)
```
Z0 = 81 * exp(i*pi)
z1 = 81^(1/4) * exp(i*pi/4)
z2 = 81^(1/4) * exp(i*(pi/4 +2*pi/4))
z3 = 81^(1/4) * exp(i*(pi/4 +2*2*pi/4))
z4 = 81^(1/4) * exp(i*(pi/4 +3*2*pi/4))
p1 =  243*exp(i*5*pi/4)
p2 =  243 * exp(i*5*(pi/4 +2*pi/4))
p3 =  243 * exp(i*5*(pi/4 +2*2*pi/4))
p4 =  243 * exp(i*5*(pi/4 +3*2*pi/4))
```

12.2.6 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 1, G, 11. Mai 2010

G Ingenieurmathematik Lösungen zur Prüfung 1 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T = -A$?

L1a) $A^T = -A$ antisymmetrisch oder schiefsymmetrisch

1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -3 - 4i, \quad z_2 = 5 * \exp(i * \pi/6)$

L1b) $\overline{z_1} = -3 + 4i, \quad \overline{z_2} = 5 * \exp(-i * \pi/6)$

1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit blauen Sternchen markiert und auch durch eine blaue Linie verbunden werden?

L1c) `plot(x,y,'b*-')`

1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen
`U=[4 0 0]' ; V=[0 6 0]' ; W=[0 0 3]' ;`
bereits definiert wurden.

L1c)
```
lin = [U V W U]
plot3(lin(1,:) ,lin(2,:), lin(3,:) ); axis equal
```

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & e_4 & 0 & 0 & e_2 \\ d_5 & d_4 & 0 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_5 & c_4 & 0 & 0 & c_2 \\ a_5 & a_4 & 0 & 0 & a_2 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
A = [11:15 ; 21:25; 31:35; 41:45 ; 51:55 ]
Pl = zeros(5); Pr = zeros(5);
Pl(1,5)= 1; Pl(2,4) = 1; Pl(4,3) = 1; Pl(5,1)=1;
Pr(5,1)= 1; Pr(4,2) = 1; Pr(2,5) = 1;
Rs = Pl * A * Pr
```

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/6). Beide haben 3 Umgänge und gehen daher auch noch durch die Punkte (0/0/2) und (0/0/4).

Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 1.5$, $y = 0$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = -1.5$, $y = 0$.
Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

L3
```
ntur = 3; h = 2; r = 1.5;
w = (0:0.002:3)* 2 * pi;
z = w*h/(2*pi);
xl = r*cos(w) -1.5;
yl = -r*sin(w);
xr = -r*cos(w) + 1.5;
yr = -r*sin(w);
figure(1)
clf
hold on
plot3(xl,yl,z,'g')
plot3(xr,yr,z,'r')
plot3([0 0 0 0], [0 0 0 0], [0 2 4 6],'ko')
axis equal
view(-28,40)
hold off
```

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (2/0/0)$ $D = (0/3/0)$ $E = (0/0/2)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.
Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

L4
```
A=[0 0 0]' ; B = [2 0 0]' ; D = [0 3 0]'; E =[0 0 2]'
drb = [A B A D A E]
figure(1)
clf
plot3(drb(1,:), drb(2,:), drb(3,:), 'ko-' )
hold on
axis equal
MAB = (A+B)/2
MAD = (A+D)/2
MAE =  (A+E)/2
eb = [MAB MAD MAE MAB];
```

```
plot3(eb(1,:), eb(2,:), eb(3,:), 'r' )
axis equal; hold off
v = MAD - MAB
w = MAE - MAB
N = cross(v,w)        %  [ 1.5 1 1.5
eng = N / norm(N)    % [0.6396 0.4268 0.6396]'
dkritg= eng'*MAB   %  0.6396
dtsD = eng'*MAD -dkritg
dtsE = eng'*MAE -dkritg
enh = eng
dkrith = 0 %  Ebene durch (0/0/0)
```

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

L5)
```
function y = fix3forwsub(L,b)
  y = zeros(3,1);
%  y1 kann b1 direkt uebernehmen
  y(1) = b(1);  %  div durch 1 , weil L(1,1) = 1
 % y1 wird gebraucht weil Element links der Diag nicht 0
  y(2) = (b(2) - L(2,1)* y(1) )
 % y1 und y2 werden gebraucht weil Elemente links der Diag nicht 0
  y(3) = (b(3) - L(3,1)* y(1) - L(3,2)*y(2)  )
```

6) Geben Sie die 4 komplexen Zahlen an, welche die Gleichung $z_k = (\sqrt[4]{-16}\,)^3$ erfüllen.
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

L6)
```
Z0 = 16 * exp(i*pi)
z1 = 16^(1/4) * exp(i*pi/4)
z2 = 16^(1/4) * exp(i*(pi/4 +2*pi/4))
z3 = 16^(1/4) * exp(i*(pi/4 +2*2*pi/4))
z4 = 16^(1/4) * exp(i*(pi/4 +3*2*pi/4))
p1 =  8*exp(i*3*pi/4)
p2 =  8 * exp(i*3*(pi/4 +2*pi/4))
p3 =  8 * exp(i*3*(pi/4 +2*2*pi/4))
p4 =  8 * exp(i*3*(pi/4 +3*2*pi/4))
```

12.2.7 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 1, B, 11. Mai 2010

B **Ingenieurmathematik Lösungen zur Prüfung 1** 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T = A^{-1}$

   1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -1 - 5i, \quad z_2 = 2 * \exp(i * \pi/4)$

   L1b) $\overline{z_1} = -1 + 5i, \quad \overline{z_2} = 2 * \exp(-i * \pi/4)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit grünen Pluszeichen markiert und auch durch eine grünen Linie verbunden werden?

   L1c) `plot(x,y,'g+-')`

   1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen
   `R=[2 0 0]' ; S=[0 5 0]' ; T=[0 0 1]' ;`
   bereits definiert wurden.

   L1c)
```
lin = [R S T R]
plot3(lin(1,:) ,lin(2,:), lin(3,:) ); axis equal
```

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & c_2 & c_3 & c_1 \\ 0 & 0 & a_2 & a_3 & a_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e_2 & e_3 & e_1 \\ 0 & 0 & b_2 & b_3 & b_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
A = [11:15 ; 21:25; 31:35; 41:45 ; 51:55 ]
Pl = zeros(5); Pr = zeros(5);
Pl(1,3)= 1; Pl(2,1) = 1; Pl(4,5) = 1; Pl(5,2)=1;
Pr(2,3)= 1; Pr(3,4) = 1; Pr(1,5) = 1;
Rs = Pl * A * Pr
```

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/8). Beide haben 4 Umgänge und gehen daher auch noch durch die Punkte (0/0/2), (0/0/4) und (0/0/6).
Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei

$x = 1$, $y = 0$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = -1$, $y = 0$.
Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

L3
```
ntur = 4; h = 2; r = 1;
w = (0:0.002:4)* 2 * pi;
z = w*h/(2*pi);
xl = r*cos(w) -1;
yl = -r*sin(w);
xr = -r*cos(w) + 1;
yr = -r*sin(w);
figure(1)
clf
hold on
plot3(xl,yl,z,'g')
plot3(xr,yr,z,'r')
plot3([0 0 0 0 0], [0 0 0 0 0], [0 2 4 6 8],'ko')
axis equal
view(-28,40)
hold off
```

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (4/0/0)$ $D = (0/6/0)$ $E = (0/0/4)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.
Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

L4
```
A=[0 0 0]' ; B = [4 0 0]' ; D = [0 6 0]'; E =[0 0 4]'
drb = [A B A D A E]
figure(1)
clf
plot3(drb(1,:), drb(2,:), drb(3,:), 'ko-' )
hold on
axis equal
MAB = (A+B)/2
MAD = (A+D)/2
MAE =  (A+E)/2
eb = [MAB MAD MAE MAB];
plot3(eb(1,:), eb(2,:), eb(3,:), 'r' )
```

```
axis equal; hold off
v = MAD - MAB
w = MAE - MAB
N = cross(v,w)        %  [ 6  4  6 ]
eng = N / norm(N)    % [0.6396 0.4268 0.6396]'
dkritg= eng'*MAB     %  1.2782
dtsD = eng'*MAD -dkritg
dtsE = eng'*MAE -dkritg
enh = eng
dkrith = 0 %  Ebene durch (0/0/0) hat immer dkrit=0
```

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

L5)
```
function y = fix3forwsub(L,b)
  y = zeros(3,1);
%  y1 kann b1 direkt uebernehmen
  y(1) = b(1);  %  div durch 1 , weil L(1,1) = 1
 % y1 wird gebraucht weil Element links der Diag nicht 0
  y(2) = (b(2) - L(2,1)* y(1) )
 % y1 und y2 werden gebraucht weil Elemente links der Diag nicht 0
  y(3) = (b(3) - L(3,1)* y(1) - L(3,2)*y(2)  )
```

6) Geben Sie alle Lösungen z_k der Gleichung $z^3 = -27$ und bestimmen Sie auch noch die 3 Zahlen $(z_k)^4$, für die k-Werte $k = 1..3$
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

L6)
```
Z0 = 27 * exp(i*pi)
z1 = 27^(1/4) * exp(i*pi/3)
z2 = 27^(1/4) * exp(i*(pi/3 +2*pi/3))
z3 = 27^(1/4) * exp(i*(pi/3 +2*2*pi/4))
p1 =  81*exp(i*3*pi/3)
p2 =  81 * exp(i*3*(pi/3 +2*pi/3))
p3 =  81 * exp(i*3*(pi/3 +2*2*pi/3))
```

12.2.8 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 1, Y, 11. Mai 2010

Y Ingenieurmathematik Lösungen zur Prüfung 1 11. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wie nennt man eine Matrix für welche gilt: $A^T = A$

1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -4 - 7i, \quad z_2 = 2 * \exp(i * \pi/7)$

L1b) $\overline{z_1} = -4 + 4i, \quad \overline{z_2} = 2 * \exp(-i * \pi/7)$

1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die mit plot gezeichneten Punkte mit roten Pluszeichen markiert und auch durch eine rote Linie verbunden werden?

L1c) `plot(x,y,'r+-')`

1d) Geben Sie die MATLAB - Befehle an zum Zeichnen eines räumlichen Dreiecks als geschlossene Figur, nachdem die Ecken mit dem Befehlen
`P=[2 0 0]' ; Q=[0 5 0]' ; R=[0 0 1]' ;`
bereits definiert wurden.

L1c)
```
lin = [P Q R P]
plot3(lin(1,:) ,lin(2,:), lin(3,:) ); axis equal
```

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & d_2 & 0 & d_1 & d_5 \\ 0 & a_2 & 0 & a_1 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_2 & 0 & e_1 & e_5 \\ 0 & b_2 & 0 & b_1 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2)
```
A = [11:15 ; 21:25; 31:35; 41:45 ; 51:55 ]
Pl = zeros(5); Pr = zeros(5);
Pl(1,4)= 1; Pl(2,1) = 1; Pl(4,5) = 1; Pl(5,2)=1;
Pr(2,2)= 1; Pr(1,4) = 1; Pr(5,5) = 1;
Rs = Pl * A * Pr
```

3) Zwei Schraubenlinien starten beide im Punkt (0/0/0) und enden beide im Punkt (0/0/4). Beide haben 2Umgänge und gehen daher auch noch durch den Punkt (0/0/2).
Die rechtsdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei

$x = 0$, $y = 1.5$. Die linksdrehende Schraubenlinie hat ihre in z-Richtung verlaufende Achse bei $x = 0$, $y = -1.5$.
Bestimmen Sie die Parameter dieser beiden Schraubenlinien und geben Sie ein MATLAB-Skript an, für die 3D Darstellung dieser beiden Linen in einem Bild.

L3
```
ntur = 2; h = 2; r = 1.5;
w = (0:0.002:2)* 2 * pi;
z = w*h/(2*pi);
xl = r*sin(w) ;
yl = r*cos(w) -1.5;
xr = r*sin(w) ;
yr = -r*cos(w) +1.5;
figure(1)
clf
hold on
plot3(xl,yl,z,'g')
plot3(xr,yr,z,'r')
plot3([0 0 0 ], [0 0 0], [0 2 4 ],'ko')
axis equal
view(69,45)
hold off
```

4) Durch die Mittelpunkte der von A ausgehenden Kanten eines Quaders ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (2/0/0)$ $D = (0/2/0)$ $E = (0/0/3)$ etc., (also durch MAB, MAD und MAE) wird eine Ebene g gelegt.
Bestimmen Sie diese Ebene in der Hesse'schen Normalform (d.h. durch Angabe des Normalen-Einheitsvektors en und der Test-Distanz dkrit).
Bestimmen Sie auch die zu g parallele Ebene, welche durch A geht.

L4
```
A=[0 0 0]' ; B = [2 0 0]' ; D = [0 2 0]'; E =[0 0 3]'
drb = [A B A D A E]
figure(1)
clf
plot3(drb(1,:), drb(2,:), drb(3,:), 'ko-' )
hold on
axis equal
MAB = (A+B)/2
MAD = (A+D)/2
MAE =  (A+E)/2
eb = [MAB MAD MAE MAB];
plot3(eb(1,:), eb(2,:), eb(3,:), 'r' )
```

```
axis equal; hold off
v = MAD - MAB
w = MAE - MAB
N = cross(v,w)        %  [1.5 1.5 1  ]
eng = N / norm(N)    % [0.6396 0.6396 0.4268]'
dkritg= eng'*MAB     %  0.6396
dtsD = eng'*MAD -dkritg
dtsE = eng'*MAE -dkritg
enh = eng
dkrith = 0 %  Ebene durch (0/0/0) hat immer dkrit=0
```

5) Geben Sie eine MATLAB Funktion an, welche für eine L-Matrix mit fester Dimension 3x3 und einen Vektor b der Dimension 3x1 den Algorithmus des Vorwärts-Einsetzens löst, der also y bestimmt aus `L*y = b` , ohne von Schleifenkonstruktionen Gebrauch zu machen.

L5)
```
function y = fix3forwsub(L,b)
  y = zeros(3,1);
%  y1 kann b1 direkt uebernehmen
  y(1) = b(1);  %  div durch 1 , weil L(1,1) = 1
 % y1 wird gebraucht weil Element links der Diag nicht 0
  y(2) = (b(2) - L(2,1)* y(1) )
 % y1 und y2 werden gebraucht weil Elemente links der Diag nicht 0
  y(3) = (b(3) - L(3,1)* y(1) - L(3,2)*y(2)  )
```

6) Geben Sie die 3 komplexen Zahlen an, welche die Gleichung $z_k = (\sqrt[3]{-27})^5$ erfüllen.
Bei der Lösung müssen alle Teilschritte angegeben werden, ein reines Schlussresultat wird nicht bewertet!

L6)
```
Z0 = 27 * exp(i*pi)
z1 = 27^(1/4) * exp(i*pi/3)
z2 = 27^(1/4) * exp(i*(pi/3 +2*pi/3))
z3 = 27^(1/4) * exp(i*(pi/3 +2*2*pi/4))
p1 =  243*exp(i*5*pi/3)
p2 =  243 * exp(i*5*(pi/3 +2*pi/3))
p3 =  243 * exp(i*5*(pi/3 +2*2*pi/3))
```

12.2.9 FS 10 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 25. Mai 2010

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen werden beim Gauss-Algorithmus in einer nxn Matrix maximal erzeugt?

   1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen:
   $z_1 = -i, \qquad z_2 = 2 * \exp(i * \pi)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass der nachfolgende plot-Aufruf in dasselbe Bild gezeichnet wird?

   1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/7)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
   Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
   a) eine negative reelle Zahl, b) eine positive relle Zahl?
   Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

3) Vom Punkt (0/0/0) aus führt eine Vierteldrehung einer linksgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (10/10/3).
   Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

4) Über den Punkten $A = (0/3)$ und $B = (4/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
   Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
   Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
   Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des Rechtecks ABCD ($A = 4/0$, $B = 8/0$, $C = 8/-2$, $D = 4/-2$) um die Ecke A um +90 Grad! (ccw)
Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 2 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = x - 2 \cdot y - 5 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion $L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (x - 2 \cdot y - 5)$ gebildet werden.
Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

12.2.10 FS 10 – Prüfung 2, G, 25. Mai 2010

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) In wievielen Spalten werden beim Gauss-Algorithmus einer nxn Matrix Nullen erzeugt?

   1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen: $z_1 = i$, $z_2 = 3 * \exp(i * \pi/3)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die Achsenskalierung so gewählt wird, dass ein Quadrat auch als Quadrat abgebildet wird?

   1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist.
   $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/5)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
   Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
   a) eine negative reelle Zahl, b) eine positive relle Zahl?
   Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

3) Vom Punkt (0/8/0) aus führt eine Vierteldrehung einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (8/0/4).
   Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

4) Über den Punkten $A = (0/6)$ und $B = (8/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
   Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
   Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
   Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des Rechtecks ABCD ($A = 5/0$, $B = 9/0$, $C = 9/-1$, $D = 5/-1$) um die Ecke A um -90 Grad! (cw)
   Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 5 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = 2 \cdot x - y - 6 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion $L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (2 \cdot x - y - 6)$ gebildet werden.
   Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

12.2.11 FS 10 – Prüfung 2, B, 25. Mai 2010

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen besitzt eine Rechts-Dreiecksmatrix der Dimension nxn mindestens?

   1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen: $z_1 = -i$, $z_2 = \sqrt{3} * \exp(i * \pi)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass der nachfolgende plot-Aufruf in dasselbe Bild gezeichnet wird?

   1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist.
   $$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/3)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
   Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
   a) eine negative reelle Zahl , b) eine positive relle Zahl?
   Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

3) Vom Punkt (0/0/0) aus führt eine Vierteldrehung einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (8/8/2).
   Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

4) Über den Punkten $A = (0/4)$ und $B = (3/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
   Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
   Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
   Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des Rechtecks ABCD ($A = 2/0$, $B = 7/0$, $C = 7/-3$, $D = 2/-3$) um die Ecke A um +90 Grad! (ccw)
Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = x - 3 \cdot y - 2 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion $L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (x - 3 \cdot y - 2)$ gebildet werden.
Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

12.2.12 FS 10 – Prüfung 2, Y, 25. Mai 2010

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Wieviele Nullen besitzt eine Diagonalmatrix der Dimension nxn mindestens?

   1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen: $z_1 = i$, $z_2 = \sqrt{4} * \exp(i * \pi/2)$

   1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die Achsenskalierung so gewählt wird, dass ein Kreis auch als Kreis abgebildet wird?

   1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist.
   $$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/6)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
   Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
   a) eine negative reelle Zahl, b) eine positive relle Zahl?
   Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

3) Vom Punkt (0/5/0) aus führt eine Vierteldrehung einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (5/0/2).
   Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

4) Über den Punkten $A = (0/8)$ und $B = (6/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
   Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
   Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
   Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des

Rechtecks ABCD ($A = 6/0$, $B = 8/0$, $C = 8/-3$, $D = 6/-3$) um die Ecke A um -90 Grad! (cw)
Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 4 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = x - 4 \cdot y - 6 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion $L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (x - 4 \cdot y - 6)$ gebildet werden.
Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

12.2.13 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 25. Mai 2010

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Nullen werden beim Gauss-Algorithmus in einer nxn Matrix maximal erzeugt?

L1a) $n^2/2 - n/2 = n * (n-1)/2$

1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen:
$z_1 = -i, \qquad z_2 = 2 * \exp(i * \pi)$

L1b) $(1 * exp(i * 3 * pi/2))^4 = 1 * exp(i * 12 * pi/2) = 1$
$(2 * exp(i * pi))^4 = 16 * exp(i * 4 * pi) = 16$

1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass der nachfolgende plot-Aufruf in dasselbe Bild gezeichnet wird?

L1c) hold on

1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L1d) symmetrische orthogonale Matriyen sind zu sich selbst invers: Matrix = Inverse!

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/7)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
a) eine negative reelle Zahl, b) eine positive relle Zahl?
Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

L2) Die Winkel sind pi/7 2*pi/7 etc, k*pi/7
für negativ reel muss w = pi sein, also k1 = 7, $z^7 = 8\sqrt{2}exp(i * pi)$
für positiv reel muss w = 2*pi sein, also k1 = 14, $z^14 = 128exp(i * 2 * pi) = 128$

3) Vom Punkt (0/0/0) aus führt eine Vierteldrehung einer linksgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (10/10/3).
Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen

Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

L3) Linksgängig, aus der Zeichenebene heraus ansteigend = cw, also Achse bei 10/0/z.

```
n=1/4;
w = (0:0.01:n)*2*pi;
h = 3/n;
r = 10;
w0 = pi;
z = w*h/(2*pi);
x = 10 + r*cos(-w+w0);
y = r*sin(-w+w0);
plot3(x,y,z)
box on
axis equal
view (-24,28)
```

4) Über den Punkten $A = (0/3)$ und $B = (4/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

L4)
```
%  Vektor in (auf) Gerade AB ist B-A
A = [0 3]' ; B = [4 0]';
AB = B - A  % = [4 -3]'
%  N aus AB durch Vertauschen und 1 Komponente Vozeichen aendern
N = [3 4]'
%  nicht Verlangt N = AE  N = BC
C = B+N ; D = A+N  ; %  C= [3 7]' ;  D = [7 4]';
en = N/norm(N) % = [3 4]'/5 = [0.6 0.8]'
dkrit = en'*A % = 2.4
dBtst = en'*B - dkrit
% Gerade durch C,D
enp = en
%  dkrit um 5 groesser
dkritp = 7.4
dCtst = enp'*C - dkritp
```

```
dDtst = enp'*D - dkritp
```

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des Rechtecks ABCD ($A = 4/0$, $B = 8/0$, $C = 8/-2$, $D = 4/-2$) um die Ecke A um +90 Grad! (ccw)
Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

L5)
```
Qori = [4 8 8 4 4; 0 0 -2 -2 0; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -4; 0 1 0; 0 0 1] , Tbk = [1 0 4; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 -1 0; 1 0 0; 0 0 1]
Tt = Tbk * R * Tz
Qn = Tt * Qori
plot(Qori(1,:),Qori(2,:))
hold on
axis equal
plot(Qn(1,:),Qn(2,:),'r')
hold off
```

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 2 \cdot x^2 + 5 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = x - 2 \cdot y - 5 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion
$L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (x - 2 \cdot y - 5)$ gebildet werden.
Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

L6)
```
%   2 * x^2 + 5 *  y^2 +lam * ( x - 2* y - 5)
%  dpL/dpx   = 4*x         +  lam      = 0
%  dpL/dpy   =      10*y  - 2* lam      = 0
%  dpL/dplam =   x - 2* y           - 5 = 0
M = [4 0 1 ; 0 10 -2 ; 1 -2 0 ]
b = [0 0 5]'
xsol = M\b
```

12.2.14 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 25. Mai 2010

G **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) In wievielen Spalten werden beim Gauss-Algorithmus einer nxn Matrix Nullen erzeugt?

L1a) n-1, in allen ausser der letzten

1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen: $z_1 = i$, $z_2 = 3 * \exp(i * \pi/3)$

L1b) $(1 * exp(i * pi/2))^4 = 1 * exp(i * 4 * pi/2) = 1$
$(3 * exp(i * pi/3))^4 = 81 * exp(i * 4 * pi/3)$

1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die Achsenskalierung so gewählt wird, dass ein Quadrat auch als Quadrat abgebildet wird?

L1c) axis equal

1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

L1d) symmetrische orthogonale Matriyen sind zu sich selbst invers: Matrix = Inverse!

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/5)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
a) eine negative reelle Zahl, b) eine positive relle Zahl?
Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

L2) Die Winkel sind pi/5 2*pi/5 etc, k*pi/5
für negativ reel muss w = pi sein, also k1 = 5, $z^5 = 4\sqrt{2}exp(i * pi)$
für positiv reel muss w = 2*pi sein, also k1 = 10, $z^10 = 32exp(i * 2 * pi) = 32$

3) Vom Punkt (0/8/0) aus führt eine Vierteldrehung einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (8/0/4).
Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen

Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

L3) Rechtsgängig, aus der Zeichenebene heraus ansteigend = ccw, also Achse bei 8/8/z.

```
n=1/4;
w = (0:0.01:n)*2*pi;
h = 4/n;
r = 8;
w0 = pi;
z = w*h/(2*pi);
x = 8 + r*cos(w+w0);
y = 8 + r*sin(w+w0);
plot3(x,y,z)
box on
axis equal
view (-62,50)
```

4) Über den Punkten $A = (0/6)$ und $B = (8/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

L4)
```
% Vektor in (auf) Gerade AB ist B-A
A = [0 6]' ; B = [8 0]';
AB = B - A  % = [8 -6]'
% N aus AB durch Vertauschen und 1 Komponente Vozeichen aendern
N = [6 8]'
% nicht Verlangt N = AE  N = BC
C = B+N ; D = A+N  ; %  C= [6 14]' ;  D = [14 6]';
en = N/norm(N) % = [6 8]'/10 = [0.6 0.8]'
dkrit = en'*A % = 4.8
dBtst = en'*B - dkrit
% Gerade durch C,D
enp = en
% dkrit um 10 groesser
dkritp = 14.8
```

```
dCtst = enp'*C - dkritp
dDtst = enp'*D - dkritp
```

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des Rechtecks ABCD ($A = 5/0$, $B = 9/0$, $C = 9/-1$, $D = 5/-1$) um die Ecke A um -90 Grad! (cw)
Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

L5)
```
Qori = [5 9 9 5 5; 0 0 -1 -1 0; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -5; 0 1 0; 0 0 1] , Tbk = [1 0 5; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1]
Tt = Tbk * R * Tz
Qn = Tt * Qori
plot(Qori(1,:),Qori(2,:))
hold on
axis equal
plot(Qn(1,:),Qn(2,:),'r')
hold off
```

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 5 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = 2 \cdot x - y - 6 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion $L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (2 \cdot x - y - 6)$ gebildet werden.
Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

L6)
```
%   5 * x^2 + 3 *  y^2 +lam * ( x - y - 6)
%  dpL/dpx   = 10*x         +  lam       = 0
%  dpL/dpy   =       6*y  -    lam       = 0
%  dpL/dplam =   x -   y             - 6 = 0
M = [10 0 1 ; 0 6 -1 ; 1 -2 0 ]
b = [0 0 6]'
xsol = M\b
```

12.2.15 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 25. Mai 2010

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Nullen besitzt eine Rechts-Dreiecksmatrix der Dimension nxn mindestens?

L1a) $n^2/2 - n/2 = n * (n-1)/2$

1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen: $z_1 = -i$, $z_2 = \sqrt{3} * \exp(i * \pi)$

L1b) $(1 * exp(i * 3 * pi/2))^4 = 1 * exp(i * 12 * pi/2) = 1$
$(\sqrt{3} * exp(i * pi))^4 = 9 * exp(i * 4 * pi) = 9$

1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass der nachfolgende plot-Aufruf in dasselbe Bild gezeichnet wird?

L1c) hold on

1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/3)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
a) eine negative reelle Zahl , b) eine positive relle Zahl?
Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

L2) Die Winkel sind pi/3 2*pi/3 etc, k*pi/3
für negativ reel muss w = pi sein, also k1 = 3, $z^3 = 2\sqrt{2}exp(i * pi)$
für positiv reel muss w = 2*pi sein, also k1 = 6, $z^6 = 8exp(i * 2 * pi) = 8$

3) Vom Punkt (0/0/0) aus führt eine Vierteldrehung einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (8/8/2).
Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

L3) Rechtsgängig, aus der Zeichenebene heraus ansteigend = ccw, also Achse bei 0/8/z.

```
n=1/4;
w = (0:0.01:n)*2*pi;
h = 2/n;
r = 8;
w0 = -pi/2;
z = w*h/(2*pi);
x =  r*cos(w+w0);
y = 8+r*sin(w+w0);
plot3(x,y,z)
box on
axis equal
view (-24,28)
```

4) Über den Punkten $A = (0/4)$ und $B = (3/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

L4)
```
%  Vektor in (auf) Gerade AB ist B-A
A = [0 4]' ; B = [3 0]';
AB = B - A  % = [3 -4]'
%  N aus AB durch Vertauschen und 1 Komponente Vozeichen aendern
N = [4 3]'
%  nicht Verlangt N = AE  N = BC
C = B+N ; D = A+N  ; %  C= [4 7]' ;  D = [7 3]';
en = N/norm(N) % = [4 3]'/5 = [0.8 0.6]'
dkrit = en'*A % = 2.4
dBtst = en'*B - dkrit
% Gerade durch C,D
enp = en
%  dkrit um 5 groesser
dkritp = 7.4
dCtst = enp'*C - dkritp
dDtst = enp'*D - dkritp
```

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des Rechtecks ABCD ($A = 2/0$, $B = 7/0$, $C = 7/-3$, $D = 2/-3$) um die Ecke A um +90 Grad! (ccw)
Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

L5)
```
Qori = [2 7 7 2 2; 0 0 -3 -3 0; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -2; 0 1 0; 0 0 1] , Tbk = [1 0 2; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 -1 0; 1 0 0; 0 0 1]
Tt = Tbk * R * Tz
Qn = Tt * Qori
plot(Qori(1,:),Qori(2,:))
hold on
axis equal
plot(Qn(1,:),Qn(2,:),'r')
hold off
```

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = x - 3 \cdot y - 2 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion $L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (x - 3 \cdot y - 2)$ gebildet werden.
Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

L6)
```
%   3 * x^2 + 2 *  y^2 +lam * ( x - 3* y - 2)
%  dpL/dpx   = 6*x         +  lam       = 0
%  dpL/dpy   =      4*y  - 3* lam      = 0
%  dpL/dplam =   x - 3* y           - 2 = 0
M = [4 0 1 ; 0 10 -2 ; 1 -2 0 ]
b = [0 0 5]'
xsol = M\b
```

12.2.16 FS 10 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 25. Mai 2010

Y Ingenieurmathematik Prüfung 2 25. Mai 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Wieviele Nullen besitzt eine Diagonalmatrix der Dimension nxn mindestens?

L1a) $n^2 - n = n * (n - 1)$

1b) Geben Sie je die 4. Potenzen (also z_k^4) an für die beiden Zahlen: $z_1 = i$, $z_2 = \sqrt{4} * \exp(i * \pi/2)$

L1b) $(1 * exp(i * pi/2))^4 = 1 * exp(i * 4 * pi/2) = 1$
$(\sqrt{4} * exp(i * pi/2))^4 = 16 * exp(i * 4 * pi/2) = 16$

1c) Wie erreicht man in MATLAB, dass die Achsenskalierung so gewählt wird, dass ein Kreis auch als Kreis abgebildet wird?

L1c) axis equal

1d) Geben Sie die Inverse A^{-1} zur nebenstehenden Matrix A an. Verwenden Sie dazu die Information , dass A orthogonal ist.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

L1d) symmetrische orthogonale Matriyen sind zu sich selbst invers: Matrix = Inverse!

2) Zur komplexen Zahl $z = \sqrt{2} \cdot \exp(i \cdot \pi/6)$ wird die Reihe der aufsteigenden Potenzen z^k gebildet, also z^1, z^2, z^3 etc.
Welche möglichst tiefe Potenz, also welches möglichst kleine k ergibt
a) eine negative reelle Zahl, b) eine positive relle Zahl?
Geben Sie die zu a) und b) gehörenden Zahlen an!

L2) Die Winkel sind pi/6 2*pi/6 etc, k*pi/6
für negativ reel muss w = pi sein, also k1 = 6, $z^6 = 8exp(i * pi)$
für positiv reel muss w = 2*pi sein, also k1 = 12, $z^12 = 64exp(i * 2 * pi) = 64$

3) Vom Punkt (0/5/0) aus führt eine Vierteldrehung einer rechtsgängigen Schraubenlinie mit vertikaler Achse zum Punkt (5/0/2).
Bestimmen Sie die Parameter dieser Schraubenlinie und geben Sie ein MATLAB-Skript an, mit dem diese Linie gezeichnet wird. Hinweis: Zeichnen Sie einen Grundriss dieser Figur zur einfacheren Bestimmung der Achsenposition und des Radius.

L3) Gechtsgängig, aus der Zeichenebene heraus ansteigend = ccw, also Achse bei 5/5/z.

```
n=1/4;
w = (0:0.01:n)*2*pi;
h = 2/n;
r = 5;
w0 = pi;
z = w*h/(2*pi);
x = 5 + r*cos(w+w0);
y = 5+ r*sin(w+w0);
plot3(x,y,z)
box on
axis equal
view (-56,44)
```

4) Über den Punkten $A = (0/8)$ und $B = (6/0)$ muss man sich ein Quadrat ABCD vorstellen, mit AB als eine der Seiten.
Gesucht ist zuerst die Geradengleichung der Trägergeraden zur Seite AB in Hesse'scher Normalform.
Zusätzlich ist noch die Hesse'sche Normalform gesucht für die Trägergerade zur Seite CD (Die Punkte C, D müssen dazu nicht bestimmt werden.)
Hinweis: in der Ebene hat der zum Vektor `v = [v1 v2]'` senkrechte Vektor `w` die Komponenten `w = [v2 -v1]'`.

L4)
```
% Vektor in (auf) Gerade AB ist B-A
A = [0 8]' ; B = [6 0]';
AB = B - A  % = [6 -8]'
% N aus AB durch Vertauschen und 1 Komponente Vozeichen aendern
N = [8 6]'
% nicht Verlangt N = AE  N = BC
C = B+N ; D = A+N  ; %  C= [8 14]' ;  D = [14 8]';
en = N/norm(N) % = [8 6]'/10 = [0.8 0.6]'
dkrit = en'*A % = 4.8
dBtst = en'*B - dkrit
% Gerade durch C,D
enp = en
% dkrit um 10 groesser
dkritp = 14.8
dCtst = enp'*C - dkritp
dDtst = enp'*D - dkritp
```

5) Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix in homogenen Koordinaten an für die Drehung des Rechtecks ABCD ($A = 6/0$, $B = 8/0$, $C = 8/-3$, $D = 6/-3$) um die Ecke A um -90 Grad! (cw)
Bestimmen Sie auch die Koordinaten aller transformierten Ecken!

L5)
```
Qori = [6 8 8 6 6; 0 0 -3 -3 0; 1 1 1 1 1];
Tz = [1 0 -6; 0 1 0; 0 0 1] , Tbk = [1 0 6; 0 1 0; 0 0 1]
R = [0 1 0; -1 0 0; 0 0 1]
Tt = Tbk * R * Tz
Qn = Tt * Qori
plot(Qori(1,:),Qori(2,:))
hold on
axis equal
plot(Qn(1,:),Qn(2,:),'r')
hold off
```

6) Zur Funktion von 2 Variablen $F(x, y) = 4 \cdot x^2 + 3 \cdot y^2$ und der Nebenbedingung $G(x, y) = x - 4 \cdot y - 6 = 0$ soll die Lagrange-Optimierungsfunktion
$L(x, y, \lambda) = F(x, y) + \lambda \cdot (x - 4 \cdot y - 6)$ gebildet werden.
Das Gleichungssystem, bei welchem alle 3 partiellen Ableitungen von L Null gesetzt werden ist aufzustellen und die Teile der zugehörigen Matrizengleichung des linearen Gleichungssystems (also A und b) sind ebenfalls zu bestimmen.

L6)
```
%   4 * x^2 + 3 *  y^2 +lam * ( x - 2* y - 5)
%  dpL/dpx   = 8*x         +  lam       = 0
%  dpL/dpy   =      6*y  - 4* lam      = 0
%  dpL/dplam =   x - 4* y            - 6 = 0
M = [8 0 1 ; 0 6 -4 ; 1 -4 0 ]
b = [0 0 6]'
xsol = M\b
```

13 Schuljahr 2010 / 11

13.1 Herbstsemester 2010 / 11

13.1.1 HS 10/11 – Prüfung E 1, 16. Nov. 2010

Ingenieurmathematik Prüfung 1

16. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie den MATLAB-Befehl an, mit dem man einen Zeilenvektor zv3 erzeugt, welcher die gesamte 3. Zeile aus der vorgegebenen 5x5 Matrix M enthält.

   1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -4 + 2i, \quad z_2 = 8 * \exp(i * 4 * \pi/5)$

   1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an! $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

   1d) Geben Sie zum Vektor `v = [1 ; 2]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_4 & a_2 & a_3 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_4 & e_2 & e_3 & e_5 \\ b_1 & b_4 & b_2 & b_3 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie startet im Punkt (0/0/0) und endet im Punkt (0/0/4). Sie hat 2 Umgänge und geht daher auch noch durch den Punkt (0/0/2) , sie geht ebenfalls durch die Punkte (4/4/1), (4/4/3).
   Die Achse ist parallel zur z-Achse. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie, insbesondere den Radius und die Achsenposition xc,yc. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht!

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom) $N = (0/2/0)$, $E = (2/0/0)$, $S = (0/-2/0)$, $W = (-2/0/0)$, $T = (0/0/2)$,

$B = (0/0/-2)$
werden zuerst die Mittelpunkte MST uns MWT der Kanten ST und WT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte E,N, MST bestimmt werden.
Weisen Sie anschliessend durch entsprechende Berechnung nach, dass der Punkt MWT auf derselben Ebene liegt und berechnen Sie auch noch den Abstand des Punktes T von der soeben bestimmten Ebene.

5) Das Quadrat ABCD $A = (4/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/2)$, $D = (4/2)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um die Mitte der Kante AB um 180 Grad gedreht werden.
Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

6) Erzeugen Sie mit einem Matlab-Skript einen komplexen Vektor `zv`, welcher mit `plot(zv)` ein reguläres Fünfeck zeichnet, das im Einheitskreis einbeschrieben ist.
Finden Sie anschliessend eine Zahl zm, so dass, das mit `plot(zm*zv)` gezeichnete Fünfeck gegenüber dem ersten um 36 Grad gedreht ist.

13.1.2 HS 20/11 – Lösungen Pr. E1, 16. Nov. 2010

Ingenieurmathematik Prüfung 1

16. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie den MATLAB-Befehl an, mit dem man einen Zeilenvektor zv3 erzeugt, welcher die gesamte 3. Zeile aus der vorgegebenen 5x5 Matrix M enthält.

L1a) zv3 = M(3,:)

1b) Geben Sie jeweils die konjugiert komplexe Zahl an zu den beiden Zahlen $z_1 = -4 + 2i, \quad z_2 = 8 * \exp(i * 4 * \pi/5)$

L1b) $\overline{z}_1 = -4 - 2i, \quad \overline{z}_2 = 8 * \exp(-i * 4 * \pi/5)$

1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

L1c) a = -0.5

$$R = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

1d) Geben Sie zum Vektor `v = [1 ; 2]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

L1d) $s = 5, \quad Mv = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_4 & a_2 & a_3 & a_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_4 & e_2 & e_3 & e_5 \\ b_1 & b_4 & b_2 & b_3 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie startet im Punkt (0/0/0) und endet im Punkt (0/0/4). Sie hat 2 Umgänge und geht daher auch noch durch den Punkt (0/0/2) , sie geht ebenfalls durch die Punkte (4/4/1), (4/4/3).
Die Achse ist parallel zur z-Achse. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie, insbesondere den Radius und die Achsenposition xc,yc. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht!

L3)
```
t = 0:pi/100:4*pi ; gh = 2;
x = 2*sqrt(2)*cos(t + 5*pi/4) + 2
y = 2*sqrt(2)*sin(t + 5*pi/4) + 2
z = t*gh/(2*pi)
plot3(x,y,z)
axis equal
hold on
plot3([0 0 0 ],[0 0 0],[0 2 4],'ro')
plot3([4 4  ],[4 4 ],[1 3],'mo')
hold off
```

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
$N = (0/2/0)$, $E = (2/0/0)$, $S = (0/-2/0)$, $W = (-2/0/0)$, $T = (0/0/2)$, $B = (0/0/-2)$
werden zuerst die Mittelpunkte MST uns MWT der Kanten ST und WT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte E,N, MST bestimmt werden.
Weisen Sie anschliessend durch entsprechende Berechnung nach, dass der Punkt MWT auf derselben Ebene liegt und berechnen Sie auch noch den Abstand des Punktes T von der soeben bestimmten Ebene.

L4)
```
N = [0 2 0]'; E = [2 0 0]'; S = [0 -2 0]';
W = [-2 0 0]'; T = [0 0 2]'; B = [0 0 -2]';
MST = (S+T)/2,MWT = (W+T)/2
u = N-E, v = MST - E
No = cross(u,v)
en = No/norm(No)
dkrit = en'*E
dMWT = en'*MWT - dkrit
dT = en'*T -dkrit
Oc = [S T N B S E T W B E N W S];
Cl = [E MST MWT N E]
plot3(Oc(1,:),Oc(2,:),Oc(3,:),'k')
hold on ; axis equal
```

```
plot3(Cl(1,:),Cl(2,:),Cl(3,:),'r')
hold off

MST =
     0
    -1
     1
MWT =
    -1
     0
     1
u =
    -2
     2
     0
v =
    -2
    -1
     1
No =
     2
     2
     6
en =
    0.3015
    0.3015
    0.9045
dkrit =
    0.6030
dMWT =
     0
dT =
    1.2060
Cl =
     2     0    -1     0     2
     0    -1     0     2     0
     0     1     1     0     0
```

5) Das Quadrat ABCD $A = (4/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/2)$, $D = (4/2)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um die Mitte der Kante AB um 180 Grad gedreht werden.

Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

L5)
```
Qi = [4 6 6 4  ; 0 0 2 2 ; 1 1 1 1 ]
Tz = [1 0 -5; 0 1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0  5; 0 1 0; 0 0 1]
R  = [-1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
M = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Ttot = M*Tb*R*Tz
Qz = Tz*Qi
Qzr = R*Qz
Qr = Tb * Qzr
Qf = M*Qr
stdhcaxis
plothclin(Qi,'g') ; plothclin(Qz,'b')
plothclin(Qzr,'m') ; plothclin(Qr,'r')
plothclin(Qf,'k') ; hold off

Qi =
     4     6     6     4
     0     0     2     2
     1     1     1     1
Tz =
     1     0    -5
     0     1     0
     0     0     1
Tb =
     1     0     5
     0     1     0
     0     0     1
R =
    -1     0     0
     0    -1     0
     0     0     1
M =
     1     0     0
     0    -1     0
```

```
     0     0     1
Ttot =
    -1     0    10
     0     1     0
     0     0     1
Qz =
    -1     1     1    -1
     0     0     2     2
     1     1     1     1
Qzr =
     1    -1    -1     1
     0     0    -2    -2
     1     1     1     1
Qr =
     6     4     4     6
     0     0    -2    -2
     1     1     1     1
Qf =
     6     4     4     6
     0     0     2     2
     1     1     1     1
```

6) Erzeugen Sie mit einem Matlab-Skript einen komplexen Vektor `zv`, welcher mit `plot(zv)` ein reguläres Fünfeck zeichnet, das im Einheitskreis einbeschrieben ist.
Finden Sie anschliessend eine Zahl zm, so dass, das mit `plot(zm*zv)` gezeichnete Fünfeck gegenüber dem ersten um 36 Grad gedreht ist.

L6)
```
w = (0:5) *2*pi/5
zv = exp(j*w)
plot(zv) ; hold on
zm = exp(j*pi/5)
plot(zm*zv) ; hold on
axis equal
```

13.1.3 HS 10/11 – Prüfung 1, R-G-B-Y, 18. Nov. 2010

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A (4x4), von B(wx5),
   von C (5xu) und von D(3x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimensionen von P an.

   1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 120 Grad und mit z2 um 270 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

   1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
   $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

   1d) Geben Sie zum Vektor `v = [3 ; 1]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv =  v*v'` an!

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_4 & a_2 & a_3 & a_5 \\ d_1 & d_4 & d_2 & d_3 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_4 & b_2 & b_3 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(3/-3/0)$ und endet im Punkt $(3/-3/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(3/-3/2)$ und $(3/-3/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der yz-Halb-Ebene mit positivem y liegen.

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
   $N = (0/4/0)$, $E = (4/0/0)$, $S = (0/-4/0)$, $W = (-4/0/0)$, $T = (0/0/4)$, $B = (0/0/-4)$

werden zuerst die Mittelpunkte MST und MNT der Kanten ST und NT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte E, MST, MNT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, W und $MH = (0/0/2)$ von der soeben bestimmten Ebene.

5) Das Quadrat ABCD $A = (2/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/4)$, $D = (2/4)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um den Punkt A um 180 Grad gedreht werden.
Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (6/0/0)$ $D = (0/6/0)$ $E = (0/0/6)$ etc., soll der der Mittelpunkt MCG der Kante CG berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren B-MCG und B-G und b) zwischen den Vektoren B-MCG und B-H

13.1.4 HS 10/11 – Prüfung 1, G, 18. Nov. 2010

G Ingenieurmathematik Prüfung 1 18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A (6x5), von B(wx5),
   von C (5xu) und von D(6x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimensionen von P an

   1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 60 Grad und mit z2 um 180 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

   1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
   $$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

   1d) Geben Sie zum Vektor `v = [2 ; 3]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv =  v*v'` an!

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!
$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_2 & a_3 & a_1 \\ c_5 & c_4 & c_2 & c_3 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_5 & b_4 & b_2 & b_3 & b_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \;=\; Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(-2/-2/0)$ und endet im Punkt $(-2/-2/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(-2/-2/2)$ und $(-2/-2/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der xz-Halb-Ebene mit positivem x liegen.

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
$N = (0/2/0)$, $E = (2/0/0)$, $S = (0/-2/0)$, $W = (-2/0/0)$, $T = (0/0/2)$,

$B = (0/0/-2)$
werden zuerst die Mittelpunkte MET und MWT der Kanten ET und WT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte S, MET, MWT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, N und $MH = (0/0/1)$ von der soeben bestimmten Ebene.

5) Das Quadrat ABCD $A = (3/0)$, $B = (5/0)$, $C = (5/2)$, $D = (3/2)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um die Ecke B um 180 Grad gedreht werden. Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (2/0/0)$ $D = (0/2/0)$ $E = (0/0/2)$ etc., soll der der Mittelpunkt MDH der Kante DH berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren B-MDH und B-H und b) zwischen den Vektoren B-MDH und B-G

13.1.5 HS 10/11 – Prüfung 1, B, 18. Nov. 2010

B Ingenieurmathematik Prüfung 1 18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A(4x6), von B(wx5),
   von C(5xu) und von D(4x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimensionen von P an

   1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 45 Grad und mit z2 um 270 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

   1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
   $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

   1d) Geben Sie zum Vektor `v = [3 ; 1]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_5 & c_4 & c_3 & c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 \\ b_1 & b_5 & b_4 & b_3 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(-3/3/0)$ und endet im Punkt $(-3/3/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(-3/3/2)$ und $(-3/3/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der yz-Halb-Ebene mit positivem y liegen.

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
   $N = (0/2/0)$, $E = (2/0/0)$, $S = (0/-2/0)$, $W = (-2/0/0)$, $T = (0/0/2)$, $B = (0/0/-2)$

werden zuerst die Mittelpunkte MST und MNT der Kanten ST und NT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte E, MST, MNT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, W und $MH = (0/0/1)$ von der soeben bestimmten Ebene.

5) Das Quadrat ABCD $A = (4/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/2)$, $D = (4/2)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um den Punkt A um 180 Grad gedreht werden.
Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (6/0/0)$ $D = (0/6/0)$ $E = (0/0/6)$ etc., soll der der Mittelpunkt MBF der Kante BF berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren D-MBF und D-F und b) zwischen den Vektoren D-MBF und D-C

13.1.6 HS 10/11 – Prüfung 1, Y, 18. Nov. 2010

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A (4x7), von B(wx5),
   von C (5xu) und von D(4x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimsnsionen von P an

   1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 30 Grad und mit z2 um 180 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

   1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
   $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

   1d) Geben Sie zum Vektor `v = [4 ; 2]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_4 & c_2 & c_3 & c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_4 & e_2 & e_3 & e_5 \\ b_1 & b_4 & b_2 & b_3 & b_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(-2/2/0)$ und endet im Punkt $(-2/2/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(-2/2/2)$ und $(-2/2/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der xz-Halb-Ebene mit positivem x liegen.

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
   $N = (0/4/0)$, $E = (4/0/0)$, $S = (0/-4/0)$, $W = (-4/0/0)$, $T = (0/0/4)$, $B = (0/0/-4)$

werden zuerst die Mittelpunkte MET und MWT der Kanten WT und ET bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte S, MET, MWT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, N und $MH = (0/0/1)$ von der soeben bestimmten Ebene.

5) Das Quadrat ABCD $A = (2/0)$, $B = (5/0)$, $C = (5/3)$, $D = (3/3)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um die Ecke B um 180 Grad gedreht werden. Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (4/0/0)$ $D = (0/4/0)$ $E = (0/0/4)$ etc., soll der der Mittelpunkt MCG, der Kante CG berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren D-MCG und D-G und b) zwischen den Vektoren D-MCG und D-F

13.1.7 HS 10/11 – Lösungen Pr. 1, R-G-B-Y, 18. Nov. 2010

R **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A (4x4), von B(wx5),
von C (5xu) und von D(3x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimensionen von P an.

L1a) w = 4, u = 3, P = (4x6)

1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 120 Grad und mit z2 um 270 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

L1b) z1 = exp(i*2*pi/3), z2 = -i

1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

L1c) a = -1/3

$$R = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1d) Geben Sie zum Vektor `v = [3 ; 1]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

L1d) $s = 10, \quad Mv = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_4 & a_2 & a_3 & a_5 \\ d_1 & d_4 & d_2 & d_3 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_4 & b_2 & b_3 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(3/-3/0)$ und endet im Punkt $(3/-3/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(3/-3/2)$ und $(3/-3/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der yz-Halb-Ebene mit positivem y liegen.

L3)
```
t = 0:pi/100:6*pi ; gh = 2;
x = 3*sqrt(2)*cos(t - pi/4) + 0
y = 3*sqrt(2)*sin(t - pi/4) + 0
z = t*gh/(2*pi)
plot3(x,y,z)
axis equal
hold on
plot3([3 3 3 3 ],[-3 -3 -3 -3],[0 2 4 6],'ro')
% + yz Ebene bei t-pi/4 = pi/2, also bei t=3*pi/4
xe = 0, ye = 3*sqrt(2), ze = 3*pi/4*gh/(2*pi) % ze = 0.75
plot3([xe,xe,xe],[ye,ye,ye],[ze ze+2 ze+4],'mo')
hold off
```

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
$N = (0/4/0)$, $E = (4/0/0)$, $S = (0/-4/0)$, $W = (-4/0/0)$, $T = (0/0/4)$, $B = (0/0/-4)$
werden zuerst die Mittelpunkte MST und MNT der Kanten ST und NT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte E, MST, MNT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, W und $MH = (0/0/2)$ von der soeben bestimmten Ebene.

L4)
```
N = [0 4 0]'; E = [4 0 0]'; S = [0 -4 0]';
W = [-4 0 0]'; T = [0 0 4]'; B = [0 0 -4]';
MST = (S+T)/2,MNT = (N+T)/2
u = MNT-E, v = MST - E
No = cross(u,v)
en = No/norm(No)
dkrit = en'*E
dT = en'*T - dkrit
```

```
dW = en'*W - dkrit
MH = [0 0 2]'
dMH = en'*MH -dkrit
Oc = [S T N B S E T W B E N W S];
Cl = [E MST MNT  E]
plot3(Oc(1,:),Oc(2,:),Oc(3,:),'k')
hold on ; axis equal
plot3(Cl(1,:),Cl(2,:),Cl(3,:),'r')
hold off
view(12,8)
MST =
     0
    -2
     2
MNT =
     0
     2
     2
u =
    -4
     2
     2
v =
    -4
    -2
     2
No =
     8
     0
    16
en =
    0.4472
         0
    0.8944
dkrit =
    1.7889
dT =
    1.7889
dW =
   -3.5777
MH =
```

```
     0
     0
     2
dMH =
     0
```

5) Das Quadrat ABCD $A = (2/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/4)$, $D = (2/4)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um den Punkt A um 180 Grad gedreht werden.
Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

L5)
```
Qi = [2 6 6 2  ; 0 0 4 4 ; 1 1 1 1 ]
Tz = [1 0 -2; 0 1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0  2; 0 1 0; 0 0 1]
R  = [-1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
M = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Ttot = M*Tb*R*Tz
Qz = Tz*Qi
Qzr = R*Qz
Qr = Tb * Qzr
Qf = M*Qr
stdhcaxis
plothclin(Qi,'g') ; plothclin(Qz,'b')
plothclin(Qzr,'m') ; plothclin(Qr,'r')
plothclin(Qf,'k') ; hold off
Qi =
     2     6     6     2
     0     0     4     4
     1     1     1     1
Tz =
     1     0    -2
     0     1     0
     0     0     1
Tb =
     1     0     2
     0     1     0
     0     0     1
```

```
R =
    -1     0     0
     0    -1     0
     0     0     1
M =
     1     0     0
     0    -1     0
     0     0     1
Ttot =
    -1     0     4
     0     1     0
     0     0     1
Qz =
     0     4     4     0
     0     0     4     4
     1     1     1     1
Qzr =
     0    -4    -4     0
     0     0    -4    -4
     1     1     1     1
Qr =
     2    -2    -2     2
     0     0    -4    -4
     1     1     1     1
Qf =
     2    -2    -2     2
     0     0     4     4
     1     1     1     1
```

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (6/0/0)$ $D = (0/6/0)$ $E = (0/0/6)$ etc., soll der der Mittelpunkt MCG der Kante CG berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren B-MCG und B-G und b) zwischen den Vektoren B-MCG und B-H

L6)
```
A=[0 0 0]',  B=[6 0 0]',
C=[6 6 0]',  D=[0 6 0]',
E=[0 0 6]',  F=[6 0 6]',
G=[6 6 6]',  H=[0 6 6]',
MCG = (C+G)/2
uab = MCG - B
va = G - B
```

```
 vb = H - B
 wa = acosd(uab'*va/norm(uab)/norm(va))
 wb = acosd(uab'*vb/norm(uab)/norm(vb))
MCG =
     6
     6
     3
uab =
     0
     6
     3
va =
     0
     6
     6
vb =
    -6
     6
     6
wa =
   18.4349
wb =
   39.2315
```

13.1.8 HS 10/11 – Lösungen Pr. 1, G, 18. Nov. 2010

G Ingenieurmathematik Prüfung 1

18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A (6x5), von B(wx5),
von C (5xu) und von D(6x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimensionen von P an

L1a) w = 5, u = 6, P = (6x6)

1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 60 Grad und mit z2 um 180 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

L1b) z1 = exp(i*pi/3), z2 = -1

1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

L1c) a = -1

$$R = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

1d) Geben Sie zum Vektor `v = [2 ; 3]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

L1d) $s = 13 \quad Mv = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 6 & 9 \end{pmatrix}$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_5 & a_4 & a_2 & a_3 & a_1 \\ c_5 & c_4 & c_2 & c_3 & c_1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_5 & b_4 & b_2 & b_3 & b_1 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(-2/-2/0)$ und endet im Punkt $(-2/-2/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(-2/-2/2)$ und $(-2/-2/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der xz-Halb-Ebene mit positivem x liegen.

L3)
```
t = 0:pi/100:6*pi ; gh = 2;
x = 2*sqrt(2)*cos(t + 5*pi/4) + 0
y = 2*sqrt(2)*sin(t + 5*pi/4) + 0
z = t*gh/(2*pi)
plot3(x,y,z)
axis equal
hold on
plot3([-2 -2 -2 -2 ],[-2 -2 -2 -2],[0 2 4 6],'ro')
% + xz Ebene bei t+5*pi/4 = 2*pi, also bei t=3*pi/4
xe = 2*sqrt(2), ye = 0,  ze = 3*pi/4*gh/(2*pi) % ze = 0.75
plot3([xe,xe,xe],[ye,ye,ye],[ze ze+2 ze+4],'mo')
hold off
```

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom) $N = (0/2/0)$, $E = (2/0/0)$, $S = (0/-2/0)$, $W = (-2/0/0)$, $T = (0/0/2)$, $B = (0/0/-2)$
werden zuerst die Mittelpunkte MET und MWT der Kanten ET und WT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte S, MET, MWT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, N und $MH = (0/0/1)$ von der soeben bestimmten Ebene.

L4)
```
N = [0 2 0]'; E = [2 0 0]'; S = [0 -2 0]';
W = [-2 0 0]'; T = [0 0 2]'; B = [0 0 -2]';
MWT = (W+T)/2,MET = (E+T)/2
u = MWT-S, v = MET - S
No = cross(u,v)
en = No/norm(No)
dkrit = en'*S
```

```
dT = en'*T - dkrit
dN = en'*N - dkrit
MH = [0 0 1]'
dMH = en'*MH -dkrit
Oc = [S T N B S E T W B E N W S];
Cl = [S MWT MET  S]
plot3(Oc(1,:),Oc(2,:),Oc(3,:),'k')
hold on ; axis equal
plot3(Cl(1,:),Cl(2,:),Cl(3,:),'r')
hold off
view(12,8)
MWT =
    -1
     0
     1
MET =
     1
     0
     1
u =
    -1
     2
     1
v =
     1
     2
     1
No =
     0
     2
    -4
en =
         0
    0.4472
   -0.8944
dkrit =
   -0.8944
dT =
   -0.8944
dN =
    1.7889
```

```
MH =
     0
     0
     1
dMH =
     0
```

5) Das Quadrat ABCD $A = (3/0)$, $B = (5/0)$, $C = (5/2)$, $D = (3/2)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um die Ecke B um 180 Grad gedreht werden. Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

L5)
```
Qi = [3 5 5 3  ; 0 0 2 2 ; 1 1 1 1 ]
Tz = [1 0 -5; 0 1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0  5; 0 1 0; 0 0 1]
R  = [-1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
M = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Ttot = M*Tb*R*Tz
Qz = Tz*Qi
Qzr = R*Qz
Qr = Tb * Qzr
Qf = M*Qr
stdhcaxis
plothclin(Qi,'g') ; plothclin(Qz,'b')
plothclin(Qzr,'m') ; plothclin(Qr,'r')
plothclin(Qf,'k') ; hold off
Qi =
     3     5     5     3
     0     0     2     2
     1     1     1     1
Tz =
     1     0    -5
     0     1     0
     0     0     1
Tb =
     1     0     5
     0     1     0
     0     0     1
```

```
R =
    -1     0     0
     0    -1     0
     0     0     1
M =
     1     0     0
     0    -1     0
     0     0     1
Ttot =
    -1     0    10
     0     1     0
     0     0     1
Qz =
    -2     0     0    -2
     0     0     2     2
     1     1     1     1
Qzr =
     2     0     0     2
     0     0    -2    -2
     1     1     1     1
Qr =
     7     5     5     7
     0     0    -2    -2
     1     1     1     1
Qf =
     7     5     5     7
     0     0     2     2
     1     1     1     1
```

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (2/0/0)$ $D = (0/2/0)$ $E = (0/0/2)$ etc., soll der der Mittelpunkt MDH der Kante DH berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren B-MDH und B-H und b) zwischen den Vektoren B-MDH und B-G

L6)
```
A=[0 0 0]',  B=[2 0 0]',
C=[2 2 0]',  D=[0 2 0]',
E=[0 0 2]',  F=[2 0 2]',
G=[2 2 2]',  H=[0 2 2]',
MDH = (D+H)/2
uab = MDH - B
va = H - B
```

```
 vb = G - B
 wa = acosd(uab'*va/norm(uab)/norm(va))
 wb = acosd(uab'*vb/norm(uab)/norm(vb))
MDH =
     0
     2
     1
uab =
    -2
     2
     1
va =
    -2
     2
     2
vb =
     0
     2
     2
wa =
   15.7932
wb =
   45.0000
```

13.1.9 HS 10/11 – Lösungen Pr. 1, B, 18. Nov. 2010

B Ingenieurmathematik Prüfung 1

18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A(4x6), von B(wx5),
von C(5xu) und von D(4x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimensionen von P an

L1a) w = 6, u = 4, P = (4x6)

1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 45 Grad und mit z2 um 270 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

L1b) z1 = exp(i*pi/4), z2 = -i

1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$

L1c) a = -0.2

$$R = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

1d) Geben Sie zum Vektor `v = [3 ; 1]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

L1d) $s = 10, \quad Mv = \begin{pmatrix} 9 & 3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_5 & c_4 & c_3 & c_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_5 & a_4 & a_3 & a_2 \\ b_1 & b_5 & b_4 & b_3 & b_2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(-3/3/0)$ und endet im Punkt $(-3/3/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(-3/3/2)$ und $(-3/3/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der yz-Halb-Ebene mit positivem y liegen.

L3)
```
t = 0:pi/100:6*pi ; gh = 2;
x = 3*sqrt(2)*cos(t + 3*pi/4) + 0
y = 3*sqrt(2)*sin(t + 3*pi/4) + 0
z = t*gh/(2*pi)
plot3(x,y,z)
axis equal
hold on
plot3([-3 -3 -3 -3 ],[3 3 3 3],[0 2 4 6],'ro')
% + yz Ebene bei t+3*pi/4 = 5*pi/2, also bei t=7*pi/4
xe = 0, ye = 3*sqrt(2), ze = 7*pi/4*gh/(2*pi) % ze = 0.75
plot3([xe,xe,xe],[ye,ye,ye],[ze ze+2 ze+4],'mo')
hold off
```

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
$N = (0/2/0)$, $E = (2/0/0)$, $S = (0/-2/0)$, $W = (-2/0/0)$, $T = (0/0/2)$, $B = (0/0/-2)$
werden zuerst die Mittelpunkte MST und MNT der Kanten ST und NT bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte E, MST, MNT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, W und $MH = (0/0/1)$ von der soeben bestimmten Ebene.

L4)
```
N = [0 2 0]'; E = [2 0 0]'; S = [0 -2 0]';
W = [-2 0 0]'; T = [0 0 2]'; B = [0 0 -2]';
MST = (S+T)/2,MNT = (N+T)/2
u = MNT-E, v = MST - E
No = cross(u,v)
en = No/norm(No)
dkrit = en'*E
dT = en'*T - dkrit
```

```
dW = en'*W - dkrit
MH = [0 0 1]'
dMH = en'*MH -dkrit
Oc = [S T N B S E T W B E N W S];
Cl = [E MST MNT  E]
plot3(Oc(1,:),Oc(2,:),Oc(3,:),'k')
hold on ; axis equal
plot3(Cl(1,:),Cl(2,:),Cl(3,:),'r')
hold off
view(12,8)
MST =
     0
    -1
     1
MNT =
     0
     1
     1
u =
    -2
     1
     1
v =
    -2
    -1
     1
No =
     2
     0
     4
en =
    0.4472
         0
    0.8944
dkrit =
    0.8944
dT =
    0.8944
dW =
   -1.7889
MH =
```

```
     0
     0
     1
dMH =
     0
```

5) Das Quadrat ABCD $A = (4/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/2)$, $D = (4/2)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um den Punkt A um 180 Grad gedreht werden.
Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

L5)
```
Qi = [4 6 6 4  ; 0 0 2 2 ; 1 1 1 1 ]
Tz = [1 0 -4; 0 1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0  4; 0 1 0; 0 0 1]
R  = [-1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
M = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Ttot = M*Tb*R*Tz
Qz = Tz*Qi
Qzr = R*Qz
Qr = Tb * Qzr
Qf = M*Qr
stdhcaxis
plothclin(Qi,'g') ; plothclin(Qz,'b')
plothclin(Qzr,'m') ; plothclin(Qr,'r')
plothclin(Qf,'k') ; hold off
Qi =
     4     6     6     4
     0     0     2     2
     1     1     1     1
Tz =
     1     0    -4
     0     1     0
     0     0     1
Tb =
     1     0     4
     0     1     0
     0     0     1
```

```
R =
    -1     0     0
     0    -1     0
     0     0     1
M =
     1     0     0
     0    -1     0
     0     0     1
Ttot =
    -1     0     8
     0     1     0
     0     0     1
Qz =
     0     2     2     0
     0     0     2     2
     1     1     1     1
Qzr =
     0    -2    -2     0
     0     0    -2    -2
     1     1     1     1
Qr =
     4     2     2     4
     0     0    -2    -2
     1     1     1     1
Qf =
     4     2     2     4
     0     0     2     2
     1     1     1     1
```

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (6/0/0)$ $D = (0/6/0)$ $E = (0/0/6)$ etc., soll der der Mittelpunkt MBF der Kante BF berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren D-MBF und D-F und b) zwischen den Vektoren D-MBF und D-C

L6)
```
A=[0 0 0]',  B=[6 0 0]',
C=[6 6 0]',  D=[0 6 0]',
E=[0 0 6]',  F=[6 0 6]',
G=[6 6 6]',  H=[0 6 6]',
MBF = (B+F)/2
uab = MBF - D
va = F - D
```

```
 vb = C - D
 wa = acosd(uab'*va/norm(uab)/norm(va))
 wb = acosd(uab'*vb/norm(uab)/norm(vb))
MBF =
     6
     0
     3
uab =
     6
    -6
     3
va =
     6
    -6
     6
vb =
     6
     0
     0
wa =
   15.7932
wb =
   48.1897
```

13.1.10 HS 10/11 – Lösungen Pr. 1, Y, 18. Nov. 2010

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 1** 18. Nov. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A (4x7), von B(wx5),
von C (5xu) und von D(4x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimsnsionen von P an

L1a) w = 7, u = 3, 4 = (4x6)

1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 30 Grad und mit z2 um 180 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

L1b) z1 = exp(i*pi/6), z2 = -1

1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!

$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \qquad A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

L1c) a = -0.5

$$R = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$$

1d) Geben Sie zum Vektor `v = [4 ; 2]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

L1d) $s = 20, \quad Mv = \begin{pmatrix} 16 & 8 \\ 8 & 4 \end{pmatrix}$

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} c_1 & c_4 & c_2 & c_3 & c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ e_1 & e_4 & e_2 & e_3 & e_5 \\ b_1 & b_4 & b_2 & b_3 & b_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

L2) $Pl = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(-2/2/0)$ und endet im Punkt $(-2/2/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(-2/2/2)$ und $(-2/2/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der xz-Halb-Ebene mit positivem x liegen.

L3)
```
t = 0:pi/100:6*pi ; gh = 2;
x = 2*sqrt(2)*cos(t + 3*pi/4) + 0
y = 2*sqrt(2)*sin(t + 3*pi/4) + 0
z = t*gh/(2*pi)
plot3(x,y,z)
axis equal
hold on
plot3([-2 -2 -2 -2 ],[2 2 2 2],[0 2 4 6],'ro')
% + xz Ebene bei t+3*pi/4 = 2*pi, also bei t=5*pi/4
xe = 2*sqrt(2), ye = 0,  ze = 5*pi/4*gh/(2*pi) % ze = 0.75
plot3([xe,xe,xe],[ye,ye,ye],[ze ze+2 ze+4],'mo')
hold off
```

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
$N = (0/4/0)$, $E = (4/0/0)$, $S = (0/-4/0)$, $W = (-4/0/0)$, $T = (0/0/4)$, $B = (0/0/-4)$
werden zuerst die Mittelpunkte MET und MWT der Kanten WT und ET bestimmt. Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte S, MET, MWT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, N und $MH = (0/0/1)$ von der soeben bestimmten Ebene.

L4)
```
N = [0 4 0]'; E = [4 0 0]'; S = [0 -4 0]';
W = [-4 0 0]'; T = [0 0 4]'; B = [0 0 -4]';
MWT = (W+T)/2,MET = (E+T)/2
u = MWT-S, v = MET - S
No = cross(u,v)
en = No/norm(No)
dkrit = en'*S
dT = en'*T - dkrit
```

```
dN = en'*N - dkrit
MH = [0 0 2]'
dMH = en'*MH -dkrit
Oc = [S T N B S E T W B E N W S];
Cl = [S MWT MET  S]
plot3(Oc(1,:),Oc(2,:),Oc(3,:),'k')
hold on ; axis equal
plot3(Cl(1,:),Cl(2,:),Cl(3,:),'r')
hold off
view(12,8)
MWT =
    -2
     0
     2
MET =
     2
     0
     2
u =
    -2
     4
     2
v =
     2
     4
     2
No =
     0
     8
   -16
en =
         0
    0.4472
   -0.8944
dkrit =
   -1.7889
dT =
   -1.7889
dN =
    3.5777
MH =
```

```
       0
       0
       2
dMH =
       0
```

5) Das Quadrat ABCD $A = (2/0)$, $B = (5/0)$, $C = (5/3)$, $D = (2/3)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um die Ecke B um 180 Grad gedreht werden. Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

L5)
```
Qi = [2 5 5 2; 0 0 3 3 ; 1 1 1 1 ]
Tz = [1 0 -5; 0 1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0  5; 0 1 0; 0 0 1]
R  = [-1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
M = [1 0 0; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Ttot = M*Tb*R*Tz
Qz = Tz*Qi
Qzr = R*Qz
Qr = Tb * Qzr
Qf = M*Qr
stdhcaxis
plothclin(Qi,'g') ; plothclin(Qz,'b')
plothclin(Qzr,'m') ; plothclin(Qr,'r')
plothclin(Qf,'k') ; hold offQi =
     2     5     5     2
     0     0     3     3
     1     1     1     1
Tz =
     1     0    -5
     0     1     0
     0     0     1
Tb =
     1     0     5
     0     1     0
     0     0     1
R =
    -1     0     0
```

```
      0    -1     0
      0     0     1
M =
      1     0     0
      0    -1     0
      0     0     1
Ttot =
     -1     0    10
      0     1     0
      0     0     1
Qz =
     -3     0     0    -3
      0     0     3     3
      1     1     1     1
Qzr =
      3     0     0     3
      0     0    -3    -3
      1     1     1     1
Qr =
      8     5     5     8
      0     0    -3    -3
      1     1     1     1
Qf =
      8     5     5     8
      0     0     3     3
      1     1     1     1
```

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (4/0/0)$ $D = (0/4/0)$ $E = (0/0/4)$ etc., soll der der Mittelpunkt MCG, der Kante CG berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren D-MCG und D-G und b) zwischen den Vektoren D-MCG und D-F

L6)
```
A=[0 0 0]',  B=[4 0 0]',
C=[4 4 0]',  D=[0 4 0]',
E=[0 0 4]',  F=[4 0 4]',
G=[4 4 4]',  H=[0 4 4]',
MCG = (C+G)/2
uab = MCG - D
va = G - D
vb = F - D
wa = acosd(uab'*va/norm(uab)/norm(va))
```

```
 wb = acosd(uab'*vb/norm(uab)/norm(vb))
MCG =
     4
     4
     2
uab =
     4
     0
     2
va =
     4
     0
     4
vb =
     4
    -4
     4
wa =
   18.4349
wb =
   39.2315
```

13.1.11 HS 10/11 Grundsätzliche Lösungshinweise

Grundlagen-Kenntnisse und Arbeitstechniken

Die folgenden Grundlagenkenntnisse und Arbeitstechniken werden in der Mehrzahl der Aufgaben immer wieder eingesetzt. Es ist daher unerlässlich, sich diese soweit anzueignen, dass ohne lange Verzögerung darauf zugegriffen werden kann.

Thema Matrizen

Matrizentypen kennen Einheitsmatrix, Rechtdreiecksmatrix (= obere Dreiecksmatrix), Linksdreiecksmatrix (= untere Dreiecksmatrix), symmetrische und antisymmetrische Matrizen, orthogonale Matrizem

Matrix-Matrix und Matrix-Vektor Multiplikation kennen und für kleine Dimensionen nachrechnen könnrn.

Multiplikation mit Specht-Matrix Die Multiplikation mit einer Specht-Matrix (lauter Nullen ausser einer einzigen Eins) **von links** bewirkt die Selektion der Zeile mit derselben Nummer wie die Spalte der Eins (Selektion bestimmt durch innen aneinanderstossende Indizes) und das Platzieren in derselben Zeile des Resultates wie die Zeile der Eins.
Die Multiplikation mit einer Specht-Matrix **von rechts** bewirkt die Selektion der Spalte mit derselben Nummer wie die Zeile der Eins (Selektion durch innen aneinanderstossende Indizes) und das Platzieren in derselben Spalte des Resultates wie die Spalte der Eins.

Matrizen transponieren Die Dimensionszahlen verden vertauscht und die Elemente über die Diagonale gespiegelt.

Das Indizieren verstehen In einer Matrix einzelne Elemente ansprechen (einspeichern oder herausholen oder ändern) durch Angabe der beiden Indizes.
Einen Index-Bereich, z.B. eine ganze Zeile oder eine ganze Spalte oder eine Teilmatrix bezeichnen.

Thema lineare Gleichungssysteme

Den Ablauf der Gauss-Elimination verstehen Transformation auf R-Form erstellt Nullen in Spalte 1, dann 2, dann 3 bis ndim-1, immer alle Zeilen "echt" unterhalb der Diagonalen.
Für jede Null werden zwei Zeilen kombiniert, zur aktuellen Zeile (mit Faktor 1) wird die Pivot-Zeile mit dem Faktor f addiert. Damit am gewünschten Ort eine Null entsteht, muss `f = -a(j,k)/a(k,k)` gelten.
Die gleiche Kombination b(j) = b(j) + f* b(k) muss mit den b's der rechten Seiten durchgeführt werden.

Nach Absolvieren der Rechtsdreiecks-Transformation erfolgt die Berechnung der gesuchten Lösung durch Rückwärts-Einsetzen im System R*x=btr.

Zusammenhang Gauss L-R-Zerlegung Die L-R-Zerlegung ist eine Gauss-Elimination, bei welcher ein Protokoll des Transformations-Ablaufes in der Matix L gespeichert wird.
Für eine beliebige Anzahl von b's der rechten Seiten erfolgt die Lösung durch die 2 Schritte
1) y bestimmen durch Vorwärts-Einsetzen in L*y = b
2) x berechnen mit Rückwärts-Einsetzen in R*x = y
Mit 1) ist das Mit-Transformieren jederzeit nachholbar.

Lösug mit Q-R-Zerlegung Die Matrizen, welche von der Bibliotheksprozedur `[Q,R] = qr(A)` geliefert werden, ergeben die Lösung zu A*x = b aus y = Q'*b und Rückwärts-Einsetzen in R*x = y

Thema komplexe Zahlen

Die Multiplikationsformel verstehen die Formel $z_1 * z_2 = r_1 * r_2 * exp(i * (w_1 + w_2))$ bedeutet,
dass die komplexe Zahl z1 bei der Multiplikation mit z2 um den zu z2 gehörenden **Winkel w2 gedreht wird** und dass der Betrag r1 um den Betrag r2 gestreckt oder gestaucht wird.
Speziell einfach sind aller reinen Dreh-Zahlen, bei denen der Betrag 1 ist, also vom Typ zr = exp(i*w), wobei w der Drehwinkel ist

Das komplexe Potenzieren verstehen Die aufeinanderfolgenden Potenzen einer komplexen Zahl z entstehen durch weiter-Drehen bei jeder nächsthöheren Potenz, immer um denselben Winkel w, der zur Zahl z = r*exp(iw) gehört.

Das Prinzip der mehrfachen Wurzeln verstehen Ausgangspunkt ist die Tatsache, dass jede komplexe Zahl in der Euler'schen Darstellung unendlich mehrdeutig ist `r*exp(i*w)` ist auch `r*exp(i*(w+k*2*pi))` für beliebige ganzzahlige Werte von k.
Das ist ohne weitere Bedeutung für das Rechnen mit komplexen Zahlen; die verschiedenen Winkel zeigen immer auf dieselbe Zahl.
Ausnahme: Beim Wurzelziehen wird der Winkel durch den Wurzelnenner dividiert z.B. durch 4. Dadurch entstehen aus den Winkelwerten von z.B. exp(i*pi), exp(i*3*pi), exp(i*5*pi) und exp(i*7*pi), welche vor der Division alle auf dieselbe Zahl (-1) zeigen beim Dividieren die 4 verschiedenen Wurzeln aus -1:
exp(i*pi/4), exp(i*3*pi/4), exp(i*5*pi/4) und exp(i*7*pi/4)
Erst bei der 5. Version, bei exp(i*9*pi/4) beginnen die Zahlen wieder mit den schon betrachteten 4 verschiedenen zusammenzufallen und es ergibt sich nahher nichts mehr Neues.

Thema Vektorgeometrie

Ortsvektor bilden aus gegebenen Koordinaten: Koordinaten als Komponenten des Ortsvektors einsetzen.

Differenzvektor bilden zwischen zwei Ortsvektoren ergibt einen normalen Differenzenvektor. v = Vektor von A nach B ist OB - OA.

Norm (Länge) eines Vektors berechnen norm(v) = sqrt(v′ ∗ v) = $\sqrt{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}$

Skalarprodukt zwischen zwei Vektoren (engl. dot-product) dot(u, v) = u′ ∗ v = $u_1 * v_1 + u_2 * v_2 + u_3 * v_3$

Kreuzprodukt zwischen zwei Vektoren $u \times v = [u_2 * v_3 - u_3 * v_2,\ u_3 * v_1 - u_1 * v_3,\ u_1 * v_2 - u_2 * v_1]'$

Mittelpunkt einer Strecke Der Ortsvektor des Mittelpunktes einer Strecke ist der Mittelwert der beiden Ortsvektoren der Endpunkte. `OM = (OA + OB)/2`

Schwerpunkt eines Dreiecks Der Ortsvektor des Schwerpunktes eines Dreiecks ist der Mittelwert der drei Ecken `OS = (OA + OB + OC)/3`

Winkel zwischen zwei Vektoren werden nach der Formel brechnet:

```
w = acos( u'*v/(norm(u)*norm(v)) )
```

Falls einer oder beide der beteiligten Vektoren Einheitsvektoren sind, entfallen die entsprechenden Divisionen durch die Norm.

Thema homogene Koordinatentransformation

Teilmatrizen zum eigentlichen Transformations-Teil Im eigentlichen Transformations-Teil (obere linke 2x2 Teilmatrix) gibt es die folgenden Fälle:
1. Keine Transformation, Identität: bei reinen Verschiebungen ist der obere linke Teil die 2x2 Einheitsmatrix `I22 = [1 0 ; 0 1]`
2. Achsenspiegelung an y-Achse `Myax = [ -1 0 ; 0 1 ]`
3. Achsenspiegelung an x-Achse `Mxax = [ 1 0 ; 0 -1 ]`
4. Punktspiegelung am Koordinatenursprung, identisch mit Rotation um 180 Grad um den Koordinatenursprung. `MP = [ -1 0 ; 0 -1 ]`
5. Rotation um den Koordinatenursprung um den Winkel w

```
Rw = [ cos(w) -sin(w) ; sin(w)  cos(w)  ]
```

Teile der Transformationsmatrix zusammenstellen Die 2x2 Teilmatrix der eigentlichen Transformation ist links oben,
der Spaltenvektor der Verschiebungen tx,ty ist rechts daneben und
die fixe unterste Zeile ist `[0 0 1]`

Aufeinenderfolgende Transformationen richtig anordnen Die zu transformierenden Vektoren oder Nebeneinenderstellungen von Vektoren müssen immer ganz rechts aussen stehen.
Daher muss jede nachfolgende Transformationsmatrix von links her heranmultipliziert

werden.

Spaltenvektoren zu Koordinatenmatrizen zusammenfügen Im Prinzip könnte man jeden einzelnen Ortsvektor (in homogenen Koordinaten) separat durch Multiplikation mit Transformations-Matrizen abbilden.
Die Formulierung der homogenen Koordinatentransformation ergibt aber dasselbe, wenn eine beliebige Anzahl von Spaltenvektoren nebeneinandergestellt wird und so eine (3 x npt) Matrix bildet.
Diese Koordinatenmatrizen kann man (ausser an der Dimension, die nicht quadratisch sein muss) dadurch von den Transformations-Matrizen unterscheiden, dass in der untersten Zeile lauter Einsen stehen.

Grundaufgabe Rotation in homogenen Koordinaten Das Drehen um den Winkel w, um einen Punkt xc/yc ausserhalb von (0/0) erfolgt in drei Schritten:
1. Verschieben um -xc/-yc, so, dass der gewünschte Drehpunkt in den Nullpunkt (0/0) verschoben wird.
2. Drehen um den Winkel w um (0/0) mit der Matrix `Rw = [ cos(w) -sin(w) ; sin(w)  cos(w)  ]` in der linken oberen Ecke.
3. Zurück-Verschieben um xc/yc, so, dass (0/0) in den aussen liegenden Drehpunkt xc/yc verschoben wird.

Grundaufgabe Spiegeln in homogenen Koordinaten Das Spiegeln an einer beliebigen Geraden erfolgt in 5 Schritten:
1. Verschieben eines geeignet gewählten Punktes auf der Geraden in den Nullpunkt (0/0)
2. Drehen der Geraden (d.h. der Ebene) um einen Winkel um (0/0), so dass die Gerade mit einer der Achsen übereinstimmt.
3. Spiegeln an der Achse auf welche man die Gerade soeben abgebildet hat.
4. Zurückdrehen der Geraden (d.h. der Ebene) um 0/0 von der Koordinatenachse in die ursprüngliche Richtung.
5. Zurück-Verschieben des Punktes (0/0) auf den ursprünglich gewählten Punkt.
Falls die Gerade durch den Nullpunkt geht, entfallen 1 und 5. Falls sie parallel zu einer Koordinaten-Achse liegt entfallen 2 und 4.

Einzel-Kommentare zu den Aufgaben

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Beim Matrizenprodukt P=A*B*C*D sind die Dimensionen von A (4x4), von B(wx5),
von C (5xu) und von D(3x6). Bestimmen Sie w und u, so dass das Produkt legal ist, und geben Sie die Dimensionen von P an.

Bem1a) Die Regeln der Matrix-Multiplikation anwenden (innen aneinanderstossende Dimensionszahlen müssen übereinstimmen und die äusseren Dimensionen ergeben die Dinmensionszahlen des Produktes). Aufgabe lesen! und 2. Teilfrage nicht vergessen.

1b) Geben Sie zwei komplexe Zahlen z1 und z2 an, so dass eine beliebige Zahl z durch Multiplizieren mit z1 um 120 Grad und mit z2 um 270 Grad in der Gauss'schen Zahlenebene gedreht wird (bei gleichbleibendem Betrag). z1, z2 können in beliebiger Form angegeben werden.

Bem1b) Reines Drehen erfolgt mit komplexen Zahlen des Typs 1*exp(i*w) , wobei der Winkel w in radian angegeben werden muss. Also z1 = exp(i*2*pi/3) und z2 = exp(i*3*pi/2)

1c) Bestimmen Sie den Wert a in der untenstehenden Eliminationsmatrix E, so dass $E * A$ eine Rechtsdreiecks-Matrix ist. Geben Sie auch diese Matrix $R = E * A$ an!
$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ a & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

Bem1c) Jeder Gauss-Schritt entspricht einer Multiplikation von links mit einer derartigen Eliminationsmatrix. Die zu bearbeitende Zeile wird mit dem Faktor 1 übernommen und dazu die Pivotzeile mit dem Kombinationsfaktor a (oder auch f genannt) dazugezählt.
Der Faktor a wird so gewaehlt, dass am gewünschten Ort eine Null entsteht. Hier ist also `a = -1/3` und somit `R = [3 6 ; 0 2]`.

1d) Geben Sie zum Vektor `v = [3 ; 1]` die beiden Produkte (Skalarprodukt) `s = v'*v` und (dyadisches Produkt) `Mv = v*v'` an!

Bem1d) Skalarprodukt: u1*v1 + u2*v2 = 3*3 + 1*1 = 10
dyadisches Produkt Mv = [3*3 3*1 ; 1*3 1*1] = [9 3 ; 3 1]

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_1 & a_4 & a_2 & a_3 & a_5 \\ d_1 & d_4 & d_2 & d_3 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ b_1 & b_4 & b_2 & b_3 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr \; = \; Pl \cdot A \cdot Pr$$

Bem2) Aufspalten in Spechtmatrizen!
extbfPl: 1. Zeile lauter Nullen;
2. Zeile platziert die erste des Originals, also Pl(2,1) = 1;
in 3. Zeile wird die 4. des Originals geholt: Pl(3,4)=1;
4. Zeile Nullen ;
5. Zeile holt 2. des Originals, also P5,2) = 1.
Pr: für 1. Sp die 1. des Originals P1(1,1) = 1;

für 2. Sp die 4. des Originals, also P(4,2) = 1;
für 3. Sp die 2. des Originals, also P(2,3) = 1;
für 4. Sp die 3. des Originals, also P(3,4) = 1;
für 5. Sp die 5. des Originals, also P(5,5) = 1;

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse auf der z-Achse startet im Punkt $(3/-3/0)$ und endet im Punkt $(3/-3/6)$. Sie hat 3 Umgänge und geht daher auch noch durch die Punkte $(3/-3/2)$ und $(3/-3/4)$. Bestimmen Sie die Parameter-Darstellung der Schraubenlinie. Achten Sie auf den richtigen Startwinkel, damit die Kurve durch die vorgegebenen Punkte geht! Bestimmen Sie auch die 3 Punkte, der Schraubenlinie, welche in der yz-Halb-Ebene mit positivem y liegen.

Bem3) Im Grundriss erscheint die Schraubenlinie als Kreis.
Mit dem Einzeichnen der Punkte und der Achsenposition im Grundriss werden der Radius und der Anfangswinkel bestimmt.
Für Punkte auf anderen Winkelpositionen muss der Anstieg aus der Winkeldifferenz zwischen Anfangspunkt und zu bestimmendem Punkt sowie der Ganghöhe bestimmt werden.

4) In Oktaeder NESW-TB (Nord, East, Sued, West, Top, Bottom)
$N = (0/4/0)$, $E = (4/0/0)$, $S = (0/-4/0)$, $W = (-4/0/0)$, $T = (0/0/4)$, $B = (0/0/-4)$
werden zuerst die Mittelpunkte MST und MNT der Kanten ST und NT bestimmt.
Dann soll die Hesse'sche Normalform der Ebene durch die Punkte E, MST, MNT bestimmt werden.
Berechnen Sie damit den Abstand der Punkte T, W und $MH = (0/0/2)$ von der soeben bestimmten Ebene.

Bem4) 1. Mittelpunkte der Strecken ST und NT bestimmen,
2. Vektoren in Ebene z.B u = MST - E, v = MNT - E;
3. Kreuzprodukt N = uxv;
4. Norm von N bestimmen;
5. en = N/norm(N);
6. dkrit bestimmen, mit Ortsvektor von Punkt in Ebene, z.B. aus en'*E;
7. Nacheinander Punkte T, W, MH am Platz von OP einsetzen in Formel en'*OP - dkrit.

5) Das Quadrat ABCD $A = (2/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/4)$, $D = (2/4)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um den Punkt A um 180 Grad gedreht werden.
Anschiessend ist das gedrehte Quadrat noch an der x-Achse zu spiegeln.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Endkoordinaten der Eckpunkte und

die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildungs-Abfolge.
Es werden in konkreten Zahlenwerten angegebene Matrizen und Vektoren (bzw. Koordinatenpaare) verlangt.

Bem5) 1. Spaltenvektoren zu A, B, C, D, (ev. nochmals A) nebeneinanderstellen;
2. Drehung um Äusseren Punkt A mit 3 Transformationsmatrizen formulieren
3. Spiegelung an x-Achse dazufügen;
4. Gesamt-Matrix in richtiger Reihenfolge zusammenmultiplizieren;
5. Koordinatenmatrix von links mit Gesamt-Transformation multiplizieren

6) Im Würfel ABCD EFGH
$A = (0/0/0)$ $B = (6/0/0)$ $D = (0/6/0)$ $E = (0/0/6)$ etc., soll der der Mittelpunkt MCG der Kante CG berechnet werden und dann die beiden Winkel
a) zwischen den Vektoren B-MCG und B-G und b) zwischen den Vektoren B-MCG und B-H

Bem6) 1) Mittelpunkt von CG bestimmen;
2) Vektoren u = MCG - B und v = G - B;
3) Winkel zwischen u und v nach Formel berechnen;
4) Vektoren u = MCG - B und v = H - B;
5) Winkel zwischen u und v nach Formel berechnen;

13.1.12 HS 10/11 – Prüfung E 2, 7. Dez. 2010

Ingenieurmathematik Prüfung 2

7. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Zerlegen Sie die Matrix `M = [2 4 ; 1 3]` in eine Summe aus einer symmetrischen, (S) und einer antisymmetrischen (A) Matrix, d.h. geben Sie `S` und `A` an, so dass `M = S+A` gilt.

   1b) Geben Sie die noch aubzuarbeitenden Index-Paare (= Orte an denen noch Nullen erzeugt werden müssen) bei der Gauss-Elimination an, für eine 4x4 Matrix, nachdem die erste Spalte bereits vollständig abgearbeitet wurde, so dass nun mit der zweiten Spalte begonnen wird.

   1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

   1d) Bestimmen Sie den Wert q im Vektor `v = [1 ; q ; 2]` damit dieser zum Vektor `u = [6 ; 3 ; -3]` orthogonal wird.

2) Die aufeinanderfolgenden Potenzen $z,\ z^2,\ z^3, \ldots z^k$ der komplexen Zahl $z = 1.2 \cdot \exp(-i \cdot \pi/3)$ bilden eine "eckige" logarithmische Spirale.
   Bestimmen Sie die möglichst kleinen Werte k_1 und k_2 von k, und dann auch die Werte von $z^{(k_1)}$ und $z^{(k_2)}$, so dass $z^{(k_1)}$ eine negative reelle Zahl und $z^{(k_2)}$ eine positive relle Zahl ist.

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie startet im Punkt (0/0/0) und endet nach einem Viertel Umgang im Punkt (6/−6/4). Die Achse ist parallel zu z-Achse. Bestimmen Sie die x-y-Achsenposition, den Startwinkel und den Radius dieser Schraubenlinie aus der Grundriss-Zeichnung, in welcher die Linie als Viertelkreis erscheint.
   Bestimmen Sie anschliessend noch die fehlenden Parameter zur Beschreibung dieser Linie.

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (4/0/0)$, $C = (4/3/0)$, $D = (0/3/0)$, $E = (0/0/3.2)$, $F = (4/0/3.2)$, $G = (4/3/3.2)$, $H = (0/3/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche Normalform dieser Parallel-Ebene an.

5) Das Dreieck ABC $A = (2/0)$, $B = (6/0)$, $C = (4/3)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um seinen Schwerpunkt um 180 Grad gedreht werden.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen in homogenen Koordinaten der Ebene an, die bei dieset Abbildung angewandt werden, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildung.
Die Gesamt-Transformationsmatrix soll anschliessend quadriert werden.
Die Bildkoordinaten nach der Drehung um den Schwerpunkt sind ebenfalls anzugeben.

6) `zvec` sei der Vektor aller komplexen Lösungen der Gleichung $z^4 = i$. Suchen Sie eine komplexe Zahl `zr`, welche `zvec` beim Multiplizieren so rotiert, dass mindestens einer der Werte aus dem mit `zr` multiplizierten Vektor `zvec`, also aus `zvmod = zr*zvec` eine reelle Zahl ist.

13.1.13 HS 10/11 – Lösungen zur Prüfung E 2, 7. Dez. 2010

Lösungen zur Prüfung 2

7. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Zerlegen Sie die Matrix `M = [2 4 ; 1 3]` in eine Summe aus einer symmetrischen, (S) und einer antisymmetrischen (A) Matrix, d.h. geben Sie `S` und `A` an, so dass `M = S+A` gilt.

L1a) `S=[2 2.5 ; 2.5 3], A = [0 1.5 ; -1.5 0]`

1b) Geben Sie die noch aubzuarbeitenden Index-Paare (= Orte an denen noch Nullen erzeugt werden müssen) bei der Gauss-Elimination an, für eine 4x4 Matrix, nachdem die erste Spalte bereits vollständig abgearbeitet wurde, so dass nun mit der zweiten Spalte begonnen wird.

L1b) (3,2), (4,2) , (4,3)

1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

L1c) $A^{-1} = A^T$

1d) Bestimmen Sie den Wert q im Vektor `v = [1 ; q ; 2]` damit dieser zum Vektor `u = [6 ; 3 ; -3]` orthogonal wird.

1d) q=0: 6*1 + 3*q-2*3 = 0

2) Die aufeinanderfolgenden Potenzen $z,\ z^2,\ z^3, \ldots z^k$ der komplexen Zahl $z = 1.2 \cdot \exp(-i \cdot \pi/3)$ bilden eine "eckige" logarithmische Spirale.
Bestimmen Sie die möglichst kleinen Werte k_1 und k_2 von k, und dann auch die Werte von $z^{(k_1)}$ und $z^{(k_2)}$, so dass $z^{(k_1)}$ eine negative reelle Zahl und $z^{(k_2)}$ eine positive relle Zahl ist.

L2) Aus $z^k = (1.2)^k \cdot \exp(-i \cdot k \cdot \pi/3)$ ergibt sich für negativ reell $k \cdot \pi/3 = \pi$, also $k_1 = 3$ $z_1 = -1.728$ und für positiv reell $k \cdot \pi/3 = 2\pi$ also $k_2 = 6$ $z_2 = +2.986$

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie startet im Punkt (0/0/0) und endet nach einem Viertel Umgang im Punkt $(6/-6/4)$. Die Achse ist parallel zu z-Achse. Bestimmen Sie die x-y-Achsenposition, den Startwinkel und den Radius dieser Schraubenlinie aus der Grundriss-Zeichnung, in welcher die Linie als Viertelkreis erscheint.

Bestimmen Sie anschliessend noch die fehlenden Parameter zur Beschreibung dieser Linie.

L3) Die Achse befindet sich bei B = (6/0) in der rechten oberen Ecke des Quadrates A = 0/0; B = 6/0; C = 6/-6; D = 0/-6 in welchem der Viertelkreis mit Radius 6 von A nach C naeher an der Ecke D vorbei verläuft.
Der Startwinkel ist pi, die Ganghoehe 4*2 = 8.

```
t = 0:0.02:pi/2;
 x = 6*cos(t+pi) + 6;
y = 6*sin(t + pi) + 0;
z = t*8/2/pi;
axis([0 6 -6 0 0 6])
axis square
box on
```

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (4/0/0)$, $C = (4/3/0)$, $D = (0/3/0)$, $E = (0/0/3.2)$, $F = (4/0/3.2)$, $G = (4/3/3.2)$, $H = (0/3/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche Normalform dieser Parallel-Ebene an.

L4)
```
A = [ 0 0 0]' ,  B= [4 0 0]' ,  C= [4 3 0]' ,  D= [0 3 0]'
 E= [0 0 3.2]' ,  F= [4 0 3.2]' ,  G= [4 3 3.2]' ,  H= [0 3 3.2]'
u = D-B , v = G - B
N = cross(u,v)     % [9.6 12.8 -12.0]
lN = norm(N)      %  20
en = N/lN          %  [0.48 0.64 -0.6]
dkrit = en'*B     %  1.92
%
dA = en'*A - dkrit   %  alle -1.92
dF = en'*F - dkrit
dH = en'*H - dkrit
%  en2 identisch  [0.48 0.64 -0.6]
dkrit2 = en'*A  = 0
%  en2'*OP -0 =0
```

5) Das Dreieck ABC $A = (2/0)$, $B = (6/0)$, $C = (4/3)$ soll mit homogener Koordinatentransformation um seinen Schwerpunkt um 180 Grad gedreht werden.
Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen in homogenen Koordinaten der

Ebene an, die bei dieset Abbildung angewandt werden, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix dieser Abbildung.
Die Gesamt-Transformationsmatrix soll anschliessend quadriert werden.
Die Bildkoordinaten nach der Drehung um den Schwerpunkt sind ebenfalls anzugeben.

L4)
```
A = [2 0 1]'; B = [6 0 1]'; C = [4 3 1]'
Dur = [A B C A];
Sp = [(A(1:2)+B(1:2)+C(1:2))/3 ; 1 ]
Tzen = [ 1 0 -Sp(1) ; 0 1 -Sp(2); 0 0 1]
R180 = [-1 0 0 ; 0 -1 0 ; 0 0 1]
Tbk = [ 1 0 Sp(1) ; 0 1 Sp(2); 0 0 1]
Ttot = Tbk * R180 * Tzen
Dbil = Ttot * Dur
Tdblrot = Ttot^2
figure(1)
clf
plot(Dur(1,:),Dur(2,:),'g')
hold on
plot(Dbil(1,:),Dbil(2,:),'r')
axis equal
hold off
```

6) `zvec` sei der Vektor aller komplexen Lösungen der Gleichung $z^4 = i$. Suchen Sie eine komplexe Zahl `zr`, welche `zvec` beim Multiplizieren so rotiert, dass mindestens einer der Werte aus dem mit `zr` multiplizierten Vektor `zvec`, also aus `zvmod = zr*zvec` eine reelle Zahl ist.

L6) Die Lösungen von $z^4 = i$ sind exp(i*(pi/4 + k*pi/2)).
um die Lösung für k=0 reell zu machen braucht es eine Multiplikation um -pi/4 also eine Multiplikation mit zr = exp(-i*pi/4).

13.1.14 HS 10/11 – Prüfung 2, R-G-B-Y, 9. Dez. 2010

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur x-z-Ebene parallelen Ebene `y = 3`.

   1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = i^{26}$

   1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

   1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [q ; 2 ; -2]`, und `v = [q ; 2 ; 4]` zueinander orthogonal sind.

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 8 m hat und die Spitze 5 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
   Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt $(3/-3/0)$ und endet im Punkt $(3/-3/4)$. Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(3/3/1)$ und $(3/3/3)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
   Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (4/0/0)$, $C = (4/-3/0)$, $D = (0/-3/0)$,
   $E = (0/0/3.2)$, $F = (4/0/3.2)$, $G = (4/-3/3.2)$, $H = (0/-3/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche Normalform dieser Parallel-Ebene an.

5) Das Rechteck ABCD $A = (2/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/4)$ $D = (2/4)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $x = 4$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $y = 2$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^8 = -16i$ in der Euler'schen Form an!

13.1.15 HS 10/11 – Prüfung 2, G, 9. Dez. 2010

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

 1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur y-z-Ebene parallelen Ebene `x = 4`.

 1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = -i^{14}$

 1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

 1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [-4 ; 2 ; 1]`, und `v = [q ; q ; 4]` zueinander orthogonal sind.

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 10 m hat und die Spitze 9 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt $(-5/5/0)$ und endet im Punkt $(-5/5/8)$. Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(5/5/2)$ und $(5/5/6)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (-3/0/0)$, $C = (-3/4/0)$, $D = (0/4/0)$
$E = (0/0/3.2)$, $F = (-3/0/3.2)$, $G = (-3/4/3.2)$, $H = (0/4/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche Normalform dieser Parallel-Ebene an.

5) Das Rechteck ABCD $A = (3/0)$, $B = (7/0)$, $C = (7/4)$ $D = (3/4)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $y = 2$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $x = 5$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^6 = 64i$ in der Euler'schen Form an!

13.1.16 HS 10/11 – Prüfung 2, B, 9. Dez. 2010

B Ingenieurmathematik Prüfung 2 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur x-z-Ebene parallelen Ebene `y = 2`.

   1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = i^{18}$

   1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$

   1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [q ; 4 ; -2]`, und `v = [q ; 1 ; 4]` zueinander orthogonal sind.

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 8 m hat und die Spitze 7 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
   Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt (5/5/0) und endet im Punkt (5/5/4). Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(5/-5/1)$ und $(5/-5/3)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
   Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (-4/0/0)$, $C = (-4/3/0)$, $D = (0/3/0)$
   $E = (0/0/3.2)$, $F = (-4/0/3.2)$, $G = (-4/3/3.2)$, $H = (0/3/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche Normalform dieser Parallel-Ebene an.

5) Das Rechteck ABCD $A = (4/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/6)$ $D = (4/6)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $x = 5$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $y = 3$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^8 = -81i$ in der Euler'schen Form an!

13.1.17 HS 10/11 – Prüfung 2, Y, 9. Dez. 2010

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur y-z-Ebene parallelen Ebene `x = 4`.

   1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = -i^{10}$

   1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

   1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [q ; q ; -2]`, und `v = [-1 ; 2 ; 4]` zueinander orthogonal sind.

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 10 m hat und die Spitze 7 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
   Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt (3/3/0) und endet im Punkt (3/3/8). Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(-3/3/2)$ und $(-3/3/6)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
   Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (3/0/0)$, $C = (3/-4/0)$, $D = (0/-4/0)$,
   $E = (0/0/3.2)$, $F = (3/0/3.2)$, $G = (3/-4/3.2)$, $H = (0/-4/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche Normalform dieser Parallel-Ebene an.

5) Das Rechteck ABCD $A = (4/0)$, $B = (8/0)$, $C = (8/6)$ $D = (4/6)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $y = 3$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $x = 6$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^6 = -27i$ in der Euler'schen Form an!

13.1.18 HS 10/11 – Lösungen zur Prüfung 2, R-G-B-Y, 9. Dez. 2010

R **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur x-z-Ebene parallelen Ebene `y = 3`.

L1a) `en = [0 1 0], dkrit = 3`

1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = i^{26}$

L1b) `z = exp(i*26*pi/2) =  exp(i*13*pi) = exp(i*pi) = -1`

1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

L1c) $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [q ; 2 ; -2]`, und `v = [q ; 2 ; 4]` zueinander orthogonal sind.

L1d) `q*q + 4 - 8 = 0 ;  q = 2`

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 8 m hat und die Spitze 5 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

L2)
```
A = [-4 -4 0]'
B = [4 -4 0]'
S = [0 0 5]'
SA = A - S
SB = B - S
w = acosd(SA'*SB/(norm(SA)*norm(SB)))
```

```
%SA =  -4  -4  -5
%SB =     4   -4  -5
%w =   63.9856
```

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt $(3/-3/0)$ und endet im Punkt $(3/-3/4)$. Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(3/3/1)$ und $(3/3/3)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

L3)
```
xc = 3, yc = 0, r = 3
w0 = -pi/2
gh = 4/2
n = 2
t = 0:pi/200:n*2*pi;
x = r*cos(t+w0) + xc;
y = r*sin(t+w0) + yc;
z = gh*t/(2*pi);
plot3(x,y,z)
hold on
axis equal
PSE = [3 3 3; -3 -3 -3; 0 2 4]
plot3(PSE(1,:),PSE(2,:), PSE(3,:),'ko')
PM = [3 3 ; 3 3 ; 1 3]
plot3(PM(1,:),PM(2,:), PM(3,:),'ko')
P1 = [0 0 1.5]'
plot3(P1(1),P1(2), P1(3),'ro')
P2 = [0 0 3.5]'
plot3(P2(1),P2(2), P2(3),'ro')
plot3([0 0],[0 0],[ 0 4],'r')
box on
view(11,22)
hold off
```

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (4/0/0)$, $C = (4/-3/0)$, $D = (0/-3/0)$,
$E = (0/0/3.2)$, $F = (4/0/3.2)$, $G = (4/-3/3.2)$, $H = (0/-3/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche

Normalform dieser Parallel-Ebene an.

L4)
```
A = [0 0 0]' , B = [4 0 0]'
C = [4 -3 0]' , D = [0 -3 0]'
E = [0 0 3.2]' , F = [4 0 3.2]'
G = [4 -3 3.2]' , H = [0 -3 3.2]'
u = G - B
v = D - B
N = cross(u,v)
lN = norm(N)
en1 = N/lN
dkrit1 = en1'*B
%  Distanztests A H F
dA = en1'*A-dkrit1
dF = en1'*F-dkrit1
dH = en1'*H-dkrit1
%u =         0   -3.0000    3.2000
%v =    -4    -3     0
%N =    9.6000  -12.8000  -12.0000
%lN =    20
%en1 =    0.4800   -0.6400   -0.6000
%dkrit1 =    1.9200
%dA =   -1.9200
%dF =   -1.9200
%dH =   -1.9200
en2 = en1
dkrit2 = en2'*A  %   = 0
```

5) Das Rechteck ABCD $A = (2/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/4)$ $D = (2/4)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $x = 4$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $y = 2$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

L5)
```
Koi = [2 6 6 2 2; 0 0 4 4 0; 1 1 1 1 1]
Trax = [1 0 -4; 0 1 0 ; 0 0 1]
Mx = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
Trbx = [1 0 4; 0 1 0 ; 0 0 1]
Tray = [1 0 0; 0 1 -2 ; 0 0 1]
```

```
My = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Trby = [1 0 0; 0 1  2 ; 0 0 1]
Ttot = Trby * My * Tray * Trbx * Mx * Trax
Kof = Ttot*Koi
```

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^8 = -16i$ in der Euler'schen Form an!

L6) $r0 = 16, w0 = 3 * pi/2$
$r = r0^{(1/8)} = \sqrt{2}, w = 3 * pi/16 + k * 2 * pi/8$

13.1.19 HS 10/11 – Lösungen zur Prüfung 2, G, 9. Dez. 2010

G Ingenieurmathematik Prüfung 2 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur y-z-Ebene parallelen Ebene `x = 4`.

L1a) `en = [1 0 0], dkrit = 4`

1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = -i^{14}$

L1b) `z = exp(-i*14*pi/2) =  exp(-i*7*pi) = exp(-i*pi) = -1`

1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

L1c) $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & -\sqrt{2}/2 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & \sqrt{2}/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [-4 ; 2 ; 1]`, und `v = [q ; q ; 4]` zueinander orthogonal sind.

L1d) `-4*q  + 2*q + 4 = 0 ;  q = 2`

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 10 m hat und die Spitze 9 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

L2)
```
A = [-5 -5 0]'
B = [5 -5 0]'
S = [0 0 9]'
SA = A - S
SB = B - S
w = acosd(SA'*SB/(norm(SA)*norm(SB)))
```

```
 %SA =  -5  -5  -9
%SB =     5   -5  -9
%w =   51.8064
```

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt $(-5/5/0)$ und endet im Punkt $(-5/5/8)$. Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(5/5/2)$ und $(5/5/6)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

L3)
```
xc = 0, yc = 5, r = 5
w0 = pi
gh = 8/2
n = 2
t = 0:pi/200:n*2*pi;
x = r*cos(t+w0) + xc;
y = r*sin(t+w0) + yc;
z = gh*t/(2*pi);
plot3(x,y,z)
hold on
axis equal
PSE = [-5 -5 -5; 5 5 5; 0 4 8]
plot3(PSE(1,:),PSE(2,:), PSE(3,:),'ko')
PM = [5  5 ; 5  5 ; 2 6]
plot3(PM(1,:),PM(2,:), PM(3,:),'ko')
P1 = [0 0 1]'
plot3(P1(1),P1(2), P1(3),'ro')
P2 = [0 0 5]'
plot3(P2(1),P2(2), P2(3),'ro')
plot3([0 0],[0 0],[ 0 8],'r')
box on
view(13,44)
hold off
```

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (-3/0/0)$, $C = (-3/4/0)$, $D = (0/4/0)$
$E = (0/0/3.2)$, $F = (-3/0/3.2)$, $G = (-3/4/3.2)$, $H = (0/4/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche

Normalform dieser Parallel-Ebene an.

L4)
```
A = [0 0 0]' , B = [-3 0 0]'
C = [-3 4 0]' , D = [0 4 0]'
E = [0 0 3.2]' , F = [-3 0 3.2]'
G = [-3 4 3.2]' , H = [0 4 3.2]'
u = G - B
v = D - B
N = cross(u,v)
lN = norm(N)
en1 = N/lN
dkrit1 = en1'*B
%  Distanztests A H F
dA = en1'*A-dkrit1
dF = en1'*F-dkrit1
dH = en1'*H-dkrit1
%u =         0   4   3.2
%v =    3    4     0
%N =      -12.8000  9.6 -12.0000
%lN =    20
%en1 =     -0.6400  0.48  -0.6000
%dkrit1 =    1.9200
%dA =   -1.9200
%dF =   -1.9200
%dH =   -1.9200
en2 = en1
dkrit2 = en2'*A  %   = 0
```

5) Das Rechteck ABCD $A = (3/0)$, $B = (7/0)$, $C = (7/4)$ $D = (3/4)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $y = 2$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $x = 5$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

L5)
```
Koi = [3 7 7 3 3; 0 0 4 4 0; 1 1 1 1 1]
Tray = [1 0 0; 0 1 -2 ; 0 0 1]
My = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Trby = [1 0 0; 0 1 2 ; 0 0 1]
Trax = [1 0 -5; 0 1 0 ; 0 0 1]
```

```
Mx = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
Trbx = [1 0 5; 0 1  0 ; 0 0 1]
Ttot = Trbx * Mx * Trax * Trby * My * Tray
Kof = Ttot*Koi
```

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^6 = 64i$ in der Euler'schen Form an!

L6) $r0 = 64, w0 = pi/2$
$r = r0^{(1/6)} = 2, w = pi/12 + k * 2 * pi/6$

13.1.20 HS 10/11 – Lösungen zur Prüfung 2, B, 9. Dez. 2010

B **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur x-z-Ebene parallelen Ebene `y = 2`.

L1a) `en = [0 1 0], dkrit = 2`

1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = i^{18}$

L1b) `z = exp(i*18*pi/2) =  exp(i*9*pi) = exp(i*pi) = -1`

1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & -\sqrt{2}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$

L1c) $A = \begin{pmatrix} \sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sqrt{2}/2 & 0 & \sqrt{2}/2 \end{pmatrix}$

1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [q ; 4 ; -2]`, und `v = [q ; 1 ; 4]` zueinander orthogonal sind.

L1d) `q*q  + 4 - 8 =  0 ;  q = 2`

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 8 m hat und die Spitze 7 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

L2)
```
A = [-4 -4 0]'
B = [4 -4 0]'
S = [0 0 7]'
SA = A - S
SB = B - S
w = acosd(SA'*SB/(norm(SA)*norm(SB)))
```

```
%SA =  -4  -4  -7
%SB =     4   -4  -7
%w =  52.7756
```

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt (5/5/0) und endet im Punkt (5/5/4). Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(5/-5/1)$ und $(5/-5/3)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

L3)
```
xc = 5, yc = 0, r = 5
w0 = pi/2
gh = 4/2
n = 2
t = 0:pi/200:n*2*pi;
x = r*cos(t+w0) + xc;
y = r*sin(t+w0) + yc;
z = gh*t/(2*pi);
plot3(x,y,z)
hold on
axis equal
PSE = [5 5 5; 5 5 5; 0 2 4]
plot3(PSE(1,:),PSE(2,:), PSE(3,:),'ko')
PM = [5 5 ; -5 -5 ; 1 3]
plot3(PM(1,:),PM(2,:), PM(3,:),'ko')
P1 = [0 0 0.5]'
plot3(P1(1),P1(2), P1(3),'ro')
P2 = [0 0 2.5]'
plot3(P2(1),P2(2), P2(3),'ro')
plot3([0 0],[0 0],[ 0 4],'r')
box on
view(22,25)
hold off
```

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (-4/0/0)$, $C = (-4/3/0)$, $D = (0/3/0)$
$E = (0/0/3.2)$, $F = (-4/0/3.2)$, $G = (-4/3/3.2)$, $H = (0/3/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche

Normalform dieser Parallel-Ebene an.

L4)
```
A = [0 0 0]' , B = [-4 0 0]'
C = [-4 3 0]' , D = [0 3 0]'
E = [0 0 3.2]' , F = [-4 0 3.2]'
G = [-4 3 3.2]' , H = [0 3 3.2]'
u = G - B
v = D - B
N = cross(u,v)
lN = norm(N)
en1 = N/lN
dkrit1 = en1'*B
%  Distanztests A H F
dA = en1'*A-dkrit1
dF = en1'*F-dkrit1
dH = en1'*H-dkrit1
%u =         0   -3.0000    3.2000
%v =    -4    -3     0
%N =   -9.6000  12.8000  -12.0000
%lN =    20
%en1 =    -0.4800   0.6400   -0.6000
%dkrit1 =    1.9200
%dA =   -1.9200
%dF =   -1.9200
%dH =   -1.9200
en2 = en1
dkrit2 = en2'*A  %   = 0
```

5) Das Rechteck ABCD $A = (4/0)$, $B = (6/0)$, $C = (6/6)$ $D = (4/6)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $x = 5$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $y = 3$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

L5)
```
Koi = [4 6 6 4 4; 0 0 6 6 0; 1 1 1 1 1]
Trax = [1 0 -5; 0 1 0 ; 0 0 1]
Mx = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
Trbx = [1 0 5; 0 1 0 ; 0 0 1]
Tray = [1 0 0; 0 1 -3 ; 0 0 1]
```

```
My = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Trby = [1 0 0; 0 1  3 ; 0 0 1]
Ttot = Trby * My * Tray * Trbx * Mx * Trax
Kof = Ttot*Koi
```

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^8 = -81i$ in der Euler'schen Form an!

L6) $r0 = 81, w0 = 3 * pi/2$
$r = r0^{(1/8)} = \sqrt{3}, w = 3 * pi/18 + k * 2 * pi/8$

13.1.21 HS 10 – Lösungen zur Prüfung 2, Y, 9. Dez. 2010

Y **Ingenieurmathematik Prüfung 2** 9. Dez. 2010

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie die definierenden Grössen `en` und `dkrit` an für die Hesse'sche Normalform der zur y-z-Ebene parallelen Ebene `x = 4`.

L1a) `en = [1 0 0], dkrit = 4`

1b) Geben Sie den vereinfachten Wert in arithmetischer Form an für die Zahl $z = -i^{10}$

L1b) `z = exp(-i*10*pi/2) =  exp(-i*5*pi) = exp(-i*pi) = -1`

1c) Bestimmen Sie die Inverse A^{-1} der untenstehenden Matrix A unter Verwendung der Angabe, dass die gegebene Matrix orthogonal ist. $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$

L1c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

1d) Bestimmen Sie den Paramter q, so dass die beiden Vektoren `u = [q ; q ; -2]`, und `v = [-1 ; 2 ; 4]` zueinander orthogonal sind.

L1d) `-1*q  + 2*q -8 = 0 ;  q = 8`

2) Unter welchen Winkel treffen die benachbarten Kanten eines pyramidenförmigen Turmdaches bei der Spitze aufeinander, wenn der quadratische Grundriss der unteren Dachkante eine Seitenlänge von 10 m hat und die Spitze 7 m über der Mitte des Dachkanten-Quadrates liegt?
Hinweis: Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem, in welchem Sie dann die 3D Koordinaten der Kantenvektoren bestimmen können, bevor Sie deren Zwischenwinkel berechnen.

L2)
```
A = [-5 -5 0]'
B = [5 -5 0]'
S = [0 0 7]'
SA = A - S
SB = B - S
w = acosd(SA'*SB/(norm(SA)*norm(SB)))
```

```
%SA =  -5  -5  -7
%SB =     5   -5  -7
%w =   60.3336
```

3) Eine rechtsgängige Schraubenlinie mit der Achse parallel zur z-Achse startet im Punkt (3/3/0) und endet im Punkt (3/3/8). Sie hat 2 Umgänge und geht auch durch die Punkte $(-3/3/2)$ und $(-3/3/6)$. Bestimmen Sie aus der Grundriss-Zeichnung die Achsenposition, den Radius und den Startwinkel. Vervollstaendigen Sie anschliessend die Parameterdarstellung.
Die Kurve geht auch durch die z-Achse. Berechnen Sie die 2 Punkte, an denen die Schraubenlinie die z-Achse schneidet.

L3)
```
xc = 0, yc = 3, r = 3
w0 = 0
gh = 8/2
n = 2
t = 0:pi/200:n*2*pi;
x = r*cos(t+w0) + xc;
y = r*sin(t+w0) + yc;
z = gh*t/(2*pi);
plot3(x,y,z)
hold on
axis equal
PSE = [3 3 3; 3 3 3; 0 4 8]
plot3(PSE(1,:),PSE(2,:), PSE(3,:),'ko')
PM = [-3 -3 ; 3  3 ; 2 6]
plot3(PM(1,:),PM(2,:), PM(3,:),'ko')
P1 = [0 0 3]'
plot3(P1(1),P1(2), P1(3),'ro')
P2 = [0 0 7]'
plot3(P2(1),P2(2), P2(3),'ro')
plot3([0 0],[0 0],[ 0 8],'r')
box on
view(15,64)
hold off
```

4) Im Quader ABCD-EFGH $A = (0/0/0)$, $B = (3/0/0)$, $C = (3/-4/0)$, $D = (0/-4/0)$,
$E = (0/0/3.2)$, $F = (3/0/3.2)$, $G = (3/-4/3.2)$, $H = (0/-4/3.2)$, wird zuerst eine Ebene durch die Punkte B, D, G gelegt, deren Hesse'sche Normalform zu bestimmen ist. Zeigen Sie durch Berechnen der Abstände, dass die Ebene durch die Punkte A,F,H parallel zur ersten ist, und geben Sie auch noch die Hesse'sche

Normalform dieser Parallel-Ebene an.

L4)
```
A = [0 0 0]' , B = [3 0 0]'
C = [3 -4 0]' , D = [0 -4 0]'
E = [0 0 3.2]' , F = [3 0 3.2]'
G = [3 -4 3.2]' , H = [0 -4 3.2]'
u = G - B
v = D - B
N = cross(u,v)
lN = norm(N)
en1 = N/lN
dkrit1 = en1'*B
%  Distanztests A H F
dA = en1'*A-dkrit1
dF = en1'*F-dkrit1
dH = en1'*H-dkrit1
%u =         0   -4   3.2
%v =    -3    -4     0
%N =      12.8000  -9.6 -12.0000
%lN =    20
%en1 =     0.6400  -0.48  -0.6000
%dkrit1 =    1.9200
%dA =   -1.9200
%dF =   -1.9200
%dH =   -1.9200
en2 = en1
dkrit2 = en2'*A  %   = 0
```

5) Das Rechteck ABCD $A = (4/0)$, $B = (8/0)$, $C = (8/6)$ $D = (4/6)$ soll mit homogener Koordinatentransformation zuerst an der Geraden $y = 3$ gespiegelt werden und anschliessend noch an der Geraden $x = 6$ Geben Sie alle Teil-Transformations-Matrizen fuer diese Abbildungen in homogenen Koordinaten der Ebene an, sowie die Gesamt-Transformationsmatrix nach den beiden Spiegelungen. Es werden ausdrücklich nur die Koordinaten des Rechtecks am Schluss der beiden Abbildungen verlangt, die Rechteckskoordinaten der Teil-Abbildungen müssen nicht berechnet werden.

L5)
```
Koi = [4 8 8 4 4; 0 0 6 6  0; 1 1 1 1 1]
Tray = [1 0 0; 0 1 -3 ; 0 0 1]
My = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Trby = [1 0 0; 0 1 3 ; 0 0 1]
Trax = [1 0 -6; 0 1 0 ; 0 0 1]
```

```
Mx = [-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]
Trbx = [1 0 6; 0 1  0 ; 0 0 1]
Ttot = Trbx * Mx * Trax * Trby * My * Tray
Kof = Ttot*Koi
```

6) Geben Sie alle Lösungen der komplexen Gleichung $z^6 = -27i$ in der Euler'schen Form an!

L6) $r0 = 27, w0 = 3 * pi/2$
$r = r0^{(1/6)} = \sqrt{3}, w = pi/4 + k * 2 * pi/6$

13.2 Frühjahrssemester 2011

13.2.1 FS 11 – Prüfung 1, a,b,c 5. April 2011

Ingenieurmathematik Prüfung 1c 5. April 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie den MATLAB-Befehl an, zum Erzeugen einer Zahlenfolge mit allen geraden Zahlen die kleiner als 100 (und grösser als 0) sind.

   1b) Bestimmen Sie den Wert von $z = (-i)^{2011}$

   1c) Bestimmen Sie die Inverse zur Matrix `P = [0 1; 1 0]` unter Verwendung der Information, dass P (wie alle Permutationsmatrizen) orthogonal ist.

   1d) Bestimmen Sie p im Vektor `u = [2 ; p]` so dass u senkrecht zum Vektor `v = [3 ; 2]` steht.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & e_4 & e_2 & e_1 & e_5 \\ 0 & d_4 & d_2 & d_1 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_4 & a_2 & a_1 & a_5 \\ 0 & b_4 & b_2 & b_1 & b_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Bestimmen Sie im Oktaeder mit den 6 Ecken `N = (0/6/0)` , `E = (6/0/0)` , `S = (0/-6/0)` , `W = (-6/0/0)` und `T = (0/0/6)` , `B = (0/0/-6)` die 2 Verbindungvektoren u von T zum Kantenmittelpunkt EB und v von T zum Schwerpunkt des Dreiecks SWB.
   Berechnen Sie dann die Längen dieser Vektoren und den Winkel zwischen u und v.

4) Bestimmen Sie zur erst teilweise auf R-Form transformierten Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ die Eliminations-Schritt-Matrix $E_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & f & 1 \end{pmatrix}$ (dh. bestimmen Sie f), so, dass $R = E_{32} * A$ Rechts-Dreiecksform hat. Bestimmen Sie auch die Matrix R.

5) Das dreieckige Pfeilsymbol auf der GPS-Anzeige hat zu Beginn die Eckpunkt-Koordinaten $A = (0/6.5)$, $B = (0/5.5)$, $C = (4/5)$. Zuerst wird das Symbol

um 8 Einheiten in `+x` Richtung verschoben, die verschobenen Punkte werden At, Bt, Ct genannt. Dann wird es an dieser neuen Position um den Mittelpunkt der Strecke At Bt und `-45` Grad gedreht, was die Punkte Ar, Br, Cr ergibt. Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen für diese Abbildungen in homogenen Koordinaten an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix zur Abbildung von A,B,C in Ar,Br,Cr!

6) Erzeugen Sie ein Matlab-Skript, welches alle 15 Lösungen der Gleichung
$z^{15} - \sqrt{2}/2 - i \cdot \sqrt{2}/2 \ = \ 0$
in einem komplexen Vektor zvec ausgibt.

13.2.2 FS 11 – Prüfung 1, b 5. April 2011

Ingenieurmathematik Prüfung 1b

5. April 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie den MATLAB-Befehl an, zum Erzeugen einer Zahlenfolge mit allen durch 5 teilbaren Zahlen die kleiner als 100 (und grösser als 0) sind.

   1b) Bestimmen Sie den Wert von $z = (i)^{2011}$

   1c) Bestimmen Sie die Inverse zur Transformationsmatrix `T = [0 1 0 ; -1 0 0; 0 0 1]` unter Verwendung der Information, dass T orthogonal ist.

   1d) Bestimmen Sie p in den Vektoren `u = [p ; -1]` und `v = [p ; 4]` so dass u und v zueinander senkrecht stehen.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & d_4 & d_3 & d_2 & d_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_4 & e_3 & e_2 & e_5 \\ 0 & a_4 & a_3 & a_2 & a_5 \\ 0 & c_4 & c_3 & c_2 & c_5 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Bestimmen Sie im Oktaeder mit den 6 Ecken `N = (0/6/0)` , `E = (6/0/0)` , `S = (0/-6/0)` , `W = (-6/0/0)` und `T = (0/0/6)` , `B = (0/0/-6)` die 2 Verbindungvektoren u von S zum Kantenmittelpunkt NT und v von S zum Schwerpunkt des Dreiecks WNT.
   Berechnen Sie dann die Längen dieser Vektoren und den Winkel zwischen u und v.

4) Bestimmen Sie zur erst teilweise auf R-Form transformierten Matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ die Eliminations-Schritt-Matrix $E_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & f & 1 \end{pmatrix}$ (dh. bestimmen Sie f), so, dass $R = E_{32} * A$ Rechts-Dreiecksform hat. Bestimmen Sie auch die Matrix R.

5) Das dreieckige Pfeilsymbol auf der GPS-Anzeige hat zu Beginn die Eckpunkt-Koordinaten $A = (-4.5/0)$, $B = (-3.5/0)$, $C = (-4/4)$. Zuerst wird das Symbol um 8 Einheiten in `+y` Richtung verschoben, die verschobenen Punkte werden At,

Bt, Ct genannt. Dann wird es an dieser neuen Position um den Mittelpunkt der Strecke At Bt und `-45` Grad gedreht, was die Punkte Ar, Br, Cr ergibt. Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen für diese Abbildungen in homogenen Koordinaten an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix zur Abbildung von A,B,C in Ar,Br,Cr!

6) Erzeugen Sie ein Matlab-Skript, welches alle 12 Lösungen der Gleichung
$z^{12} - \sqrt{2}/2 + i \cdot \sqrt{2}/2 \; = \; 0$
in einem komplexen Vektor zvec ausgibt.

13.2.3 FS 11 – Prüfung 1, a 5. April 2011

Ingenieurmathematik Prüfung 1a

5. April 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie den MATLAB-Befehl an, zum Erzeugen einer Zahlenfolge mit allen durch 3 teilbaren Zahlen die kleiner als 100 (und grösser als 0) sind.

   1b) Bestimmen Sie den Wert von $z = (-i)^{127}$

   1c) Bestimmen Sie die Inverse zur Transformationsmatrix `T = [0 -1  0 ; 1 0 0; 0 0 1]` unter Verwendung der Information, dass T orthogonal ist.

   1d) Bestimmen Sie p im zum Vektor `u = [3 ; p]` so dass u senkrrecht zum Vektor `v = [4 ; 2]` steht.

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & b_4 & b_1 & b_5 & b_3 \\ 0 & e_4 & e_1 & e_5 & e_3 \\ 0 & d_4 & d_1 & d_5 & d_3 \\ 0 & a_4 & a_1 & a_5 & a_3 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Bestimmen Sie im Oktaeder mit den 6 Ecken `N = (0/6/0)` , `E = (3/0/0)` , `S = (0/-3/0)` , `W = (-3/0/0)` und `T = (0/0/3)` , `B = (0/0/-3)` die 2 Verbindungvektoren u von N zum Kantenmittelpunkt SB und v von N zum Schwerpunkt des Dreiecks SWT.
   Berechnen Sie dann die Längen dieser Vektoren und den Winkel zwischen u und v.

4) Bestimmen Sie zur erst teilweise auf R-Form transformierten Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ 0 & 6 & 2 \\ 0 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ die Eliminations-Schritt-Matrix $E_{32} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & f & 1 \end{pmatrix}$ (dh. bestimmen Sie f), so, dass $R = E_{32} * A$ Rechts-Dreiecksform hat. Bestimmen Sie auch die Matrix R.

5) Das dreieckige Pfeilsymbol auf der GPS-Anzeige hat zu Beginn die Eckpunkt-Koordinaten $A = (-4.5/0)$, $B = (-3.5/0)$, $C = (-4/4)$. Zuerst wird das Symbol um `-90` Grad um den Koordinatenursprung gedreht, die transformierten Punkte werden At, Bt, Ct genannt. Dann wird es an dieser neuen Position um den

Mittelpunkt der Strecke At Bt und `+45` Grad gedreht, was die Punkte Ar, Br, Cr ergibt. Geben Sie alle Teil-Transformationsmatrizen für diese Abbildungen in homogenen Koordinaten an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix zur Abbildung von A,B,C in Ar,Br,Cr!

6) Erzeugen Sie ein Matlab-Skript, welches alle 17 Lösungen der Gleichung
$z^{17} - i \;=\; 0$
in einem komplexen Vektor zvec ausgibt.

13.2.4 FS 11 – Prüfung 2, c,b,a 17. Mai 2011

Ingenieurmathematik Prüfung 2c

17. Mai 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

    1a) Bestimmen Sie die Zahlen p und q, so dass das Matrizenprodukt `P = A(3x6)*B(px5)*C(5xq)*D(4x3)` legal ist und geben Sie auch die Dimensionen der Produkt-Matrix P an

    1b) Bestimmen Sie die konjugiert komplexen Zahlen zu `z1 = 8 * exp(-i*8)` und `z2 = -8 + 6i`

    1c) Zerlegen Sie die Matrix `M = [0 8; 2 7]` in eine Summe `M = A + S`, so dass A antisymmetrisch ist und S symmetrisch.

    1d) Bestimmen Sie p im Vektor `u = [2 ; 5 ; p]` so dass u senkrecht zum Vektor `v = [-2 ; 1 ; 2]` steht.

2) Geben Sie diejenigen Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^9 = \sqrt{2}/2 + i \cdot \sqrt{2}/2$$

an, welche einen positiven Realteil aufweisen.

3) Bestimmen Sie in einem Würfel mit Grundfläche ABCD, Deckfläche EFGH, mit E über A und der Kantenlänge 5 die Längen der folgenden 2 Vektoren:
u = Verbindungsvektor von A zum Mittelpunkt CG
v = Verbindungsvektor von Mittelpunkt CG zum Punkt F
Bestimmen Sie auch den Winkel zwischen u und v

4) Bestimmen Sie zum Satz der 3 Funktionen

$$\begin{aligned} f_1 &= \cos(x) \cdot \sin^2(y) \cdot z \\ f_2 &= \sin(x) \cdot \cos(y) \cdot z^2 \\ f_3 &= \cos^2(y) \cdot z^3 \end{aligned}$$

Die Jacobi-Matrix, d.h. die Zusammenstellung aller 3 partiellen Ableitungen (nach x, y und z) aller Funktionen.

5) Das rechtwinklige Dreieck $A(6/2)$, $B(2/-2)$, $C(6/-2)$ wird zuerst um den Koordinatenursprung 0/0 um -90 Grad gedreht und ergibt das Dreick $A'B'C'$.
Anschliessend soll am neuen Ort das Dreieck um $+90$ Grad um den Mittelpunkt der Hypotenuse $A'B'$ gedreht werden.

Geben Sie die Abbildungsmatrix in homogenen Koordinaten für die erste Drehung, sowie einzeln die drei Teil-Transformationen für die 2.Drehung an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix als Produkt aller vier Teil-Transformationen.

6) Erzeugen Sie ein MATLAB-Skript, welches die Fehlergleichungen zum Geradenfit an die Punkte

```
x = -4 -3 -2 -1  0  1  2  3  4
y =  5  4  4  2  3  2  1  0  0
```

bestimmt und diese anschliessend löst.
Danach sollen aus den Fehlergleichungen die Normalengleichungen bestimmt werden, deren Lösung durch MATLAB-Befehle ebenfalls programmiert werden muss.

13.2.5 FS 11 – Prüfung 2, b 17. Mai 2011

Ingenieurmathematik Prüfung 2b

17. Mai 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Bestimmen Sie die Zahlen p und q, so dass das Matrizenprodukt `P = A(4x5)*B(px3)*C(3xq)*D(6x2)` legal ist und geben Sie auch die Dimensionen der Produkt-Matrix P an

   1b) Bestimmen Sie die konjugiert komplexen Zahlen zu `z1 = 5 * exp(i*5)` und `z2 = -3 - 4i`

   1c) Zerlegen Sie die Matrix `M = [4 6; 2 0]` in eine Summe `M = A + S`, so dass A antisymmetrisch ist und S symmetrisch.

   1d) Bestimmen Sie p im Vektor `u = [3 ; 4 ; p]` so dass u senkrecht zum Vektor `v = [-2 ; 1 ; 2]` steht.

2) Geben Sie diejenigen Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^{11} = -\sqrt{2}/2 + i \cdot \sqrt{2}/2$$

an, welche einen positiven Realteil aufweisen.

3) Bestimmen Sie in einem Würfel mit Grundfläche ABCD, Deckfläche EFGH, mit E über A und der Kantenlänge 5 die Längen der folgenden 2 Vektoren:
u = Verbindungsvektor von A zum Mittelpunkt BF
v = Verbindungsvektor von Mittelpunkt BF zum Punkt H
Bestimmen Sie auch den Winkel zwischen u und v

4) Bestimmen Sie zum Satz der 3 Funktionen

$$\begin{aligned} f_1 &= \sin(x) \cdot \cos^2(y) \cdot z^3 \\ f_2 &= \cos(x) \cdot \cos(y) \cdot z \\ f_3 &= \cos^2(y) \cdot z^2 \end{aligned}$$

Die Jacobi-Matrix, d.h. die Zusammenstellung aller partiellen Ableitungen aller Funktionen

5) Das rechtwinklige Dreieck $A(4/2)$, $B(8/-2)$, $C(4/-2)$ wird zuerst um den Koordinatenursprung 0/0 um -90 Grad gedreht und ergibt das Dreieck $A'B'C'$. Anschliessend soll am neuen Ort das Dreieck um $+90$ Grad um den Mittelpunkt der Hypotenuse $A'B'$ gedreht werden.

Geben Sie die Abbildungsmatrix in homogenen Koordinaten für die erste Drehung, sowie einzeln die drei Teil-Transformationen für die 2.Drehung an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix als Produkt aller vier Teil-Transformationen.

6) Erzeugen Sie ein MATLAB-Skript, welches die Fehlergleichungen zum Geradenfit an die Punkte

```
x = -4 -3 -2 -1  0  1  2  3  4
y =  0  1  1  3  2  4  4  5  7
```

bestimmt und diese anschliessend löst.

Danach sollen aus den Fehlergleichungen die Normalengleichungen bestimmt werden, deren Lösung durch MATLAB-Befehle ebenfalls programmiert werden muss.

13.2.6 FS 11 – Prüfung 2, a 17. Mai 2011

Ingenieurmathematik Prüfung 2a

17. Mai 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Bestimmen Sie die Zahlen p und q, so dass das Matrizenprodukt `P = A(4x5)*B(px3)*C(3xq)*D(6x2)` legal ist und geben Sie auch die Dimensionen der Produkt-Matrix P an

   1b) Bestimmen Sie die konjugiert komplexen Zahlen zu `z1 = 5 * exp(i*5)` und `z2 = -3 - 4i`

   1c) Zerlegen Sie die Matrix `M = [4 6; 2 0]` in eine Summe `M = A + S`, so dass A antisymmetrisch ist und S symmetrisch.

   1d) Bestimmen Sie p im Vektor `u = [3 ; 4 ; p]` so dass u senkrecht zum Vektor `v = [-2 ; 1 ; 2]` steht.

2) Geben Sie diejenigen Lösungen der komplexen Gleichung

$$z^{15} = \sqrt{2}/2 - i \cdot \sqrt{2}/2$$

   an, welche einen positiven Realteil aufweisen.

3) Bestimmen Sie in einem Würfel mit Grundfläche ABCD, Deckfläche EFGH, mit E über A und der Kantenlänge 5 die Längen der folgenden 2 Vektoren:
   u = Verbindungsvektor von A zum Mittelpunkt DH
   v = Verbindungsvektor von Mittelpunkt DH zum Punkt G
   Bestimmen Sie auch den Winkel zwischen u und v

4) Bestimmen Sie zum Satz der 3 Funktionen

$$\begin{aligned} f_1 &= \sin^2(x) \cdot \cos(y) \cdot z \\ f_2 &= \cos^2(x) \cdot \sin(y) \cdot z^2 \\ f_3 &= \sin^2(y) \cdot z^3 \end{aligned}$$

   Die Jacobi-Matrix, d.h. die Zusammenstellung aller partiellen Ableitungen aller Funktionen

5) Das rechtwinklige Dreieck $A(3/2)$, $B(7/-2)$, $C(3/-2)$ wird zuerst um den Koordinatenursprung 0/0 um +90 Grad gedreht und ergibt das Dreieck $A'B'C'$. Anschliessend soll am neuen Ort das Dreieck um -90 Grad um den Mittelpunkt der Hypotenuse $A'B'$ gedreht werden.

Geben Sie die Abbildungsmatrix in homogenen Koordinaten für die erste Drehung, sowie einzeln die drei Teil-Transformationen für die 2.Drehung an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix als Produkt aller vier Teil-Transformationen.

6) Erzeugen Sie ein MATLAB-Skript, welches die Fehlergleichungen zum Geradenfit an die Punkte

```
x = -4 -3 -2 -1  0  1  2  3  4
y =  2  3  3  4  3  5  4  5  6
```

bestimmt und diese anschliessend löst.
Danach sollen aus den Fehlergleichungen die Normalengleichungen bestimmt werden, deren Lösung durch MATLAB-Befehle ebenfalls programmiert werden muss.

13.2.7 FS 11 –Ersatzprüfung, 24. Mai 2011

Ingenieurmathematik Ersatzprüfung 24. Mai 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Bestimmen Sie die Zahl f in der Matrix `E = [1 0 ; f 1 ]` (2x2 Eliminationsmatrix), so dass das Produkt `R = E*A` eine Rechts-Dreiecksmatrix ist. `A = [2 4 ; 2 1]`

   1b) Welchen Wert hat die komplexe Zahl $(z_0)^{101}$, wenn gilt $z_0 = \sqrt{2}/2 + i \cdot \sqrt{2}/2$. Das Resultat kann auch in der Euler'schen Form angegeben werden.

   1c) Bestimmen sie die Inverse der Matrix `M = [0 -1 ; 1 0]`. Verwenden Sie dabei die Information, dass M orthogonal ist.

   1d) Bestimmen Sie p im Vektor `u = [2 ; 5 ; 2; p]` so dass u senkrecht zum Vektor `v = [-2 ; 1 ;-3 ; 2]` steht.

2) Für welche ganzzahligen Exponenten p mit $p < 14$ haben die komplexen Werte $(z_0)^p$
(mit $z = \sqrt{3}/2 + 0.49i$) **negative** Realteile?

3) Bestimmen Sie in einem Würfel mit Grundfläche ABCD, Deckfläche EFGH, mit E über A und der Kantenlänge 8 die Längen der folgenden 2 Vektoren:
u = Verbindungsvektor von Mittelpunkt AE zum Mittelpunkt FG
v = Verbindungsvektor von Mittelpunkt AE zum Mittelpunkt GH
Bestimmen Sie auch den Winkel zwischen u und v

4) Geben Sie die beiden MATLAB-Funktionen an zur Berechnung von:
1. Funktionswerte-Vektor (wie weit sind f1 und f1 an der Stelle `xvec = [xk ; yk]` noch von 0/0 entfernt?)
2. Berechnung der Jacobi-Matrix (Berechnung der Jacobi-Matrix, bzw. von deren Element-Werten an der Stelle `xvec = [xk ; yk]`)
welche für eine 2D Newton-Iteration (suche der (doppelten) Vektor-Nullstelle `f1 = 0` und `f2 = 0` der beiden Funktionen
`f1 = x^4 + y^4 - 20` und
`f2 = x^2 - 5*y - 1` benötigt werden.

5) Das Quadrat $A(3/0)$, $B(9/0)$, $C(9/6)$ $D(3/6)$ wird zuerst einer Verschiebung in reiner
$-x$-Richtung unterzogen, bis sein Mittelpunkt auf der y-Achse liegt.
Anschliessend soll es am neuen Ort um seinen Mittelpunkt um -90 gedreht werden.

Geben Sie die Abbildungsmatrix in homogenen Koordinaten für die erste Verschiebung, sowie einzeln die drei Teil-Transformationen für die anschiessende Drehung an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix als Produkt aller vier Teil-Transformationen. Die Eck-Koordinaten nach der Abbildung werden nicht verlangt, nur die Gesamt-transformationsmatrix.

6) Bestimmen Sie mit Hilfe der Normalengleichungen die analytische Lösung des Fit-Problems, eine Gerade `y = a*x+b` an die 3 Punkte

```
x = -1  0  1
y =  0  p  4
```

zu fitten.
Im Resultat muss natürlich der Parameter p vorkommen.

14 Schuljahr 2011 / 12

14.1 Herbstsemester 2011 /12

14.1.1 HS 11/12 – Prüfung 1, 24. Nov. 2011

Ingenieurmathematik Prüfung 1 24. Nov. 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Zerlegen Sie die Matrix `M = [-1 1 -1 ; 3 0 2; 2 -2 4]` in einen symmetrischen und einen antisymmetrischen Teil: `M = S + A` mit `S' = S` und `A' = -A`.

   1b) Bestimmen Sie den Wert von von f in der Matrix E so, dass Die Matrix R = E*A eine 3x3 Rechtsdreiecksmatrix wird. (letzter von 3 Schritten der Gauss-Elimination)
   `E = [1 0 0; 0 1 0; 0 f 1];  A = [-1 3 2; 0 2 2; 0 4 2];`

   1c) Bestimmen Sie die Inverse zur Matrix `P = [0.8 -0.6 ; 0.6 0.8]` unter Verwendung der Information, dass P orthogonal ist.

   1d) Wie gross ist die grösstmögliche Anzahl Elemente, mit Werten verschieden von Null, in einer nxn Dreiecksmatrix?

2) Suchen Sie die speziellen Permutations/Auswahlmatrizen Pl und Pr, so dass die folgende Matrizengleichung für beliebige Werte der Matrix A gilt!

$$\begin{pmatrix} e_5 & e_2 & e_1 & 0 & e_3 \\ a_5 & a_2 & a_1 & 0 & a_3 \\ d_5 & d_2 & d_1 & 0 & d_3 \\ c_5 & c_2 & c_1 & 0 & c_3 \\ b_5 & b_2 & b_1 & 0 & b_3 \end{pmatrix} = Pl \cdot \begin{pmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 \\ b_1 & b_2 & b_3 & b_4 & b_5 \\ c_1 & c_2 & c_3 & c_4 & c_5 \\ d_1 & d_2 & d_3 & d_4 & d_5 \\ e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 \end{pmatrix} \cdot Pr = Pl \cdot A \cdot Pr$$

3) Im Quader mit den Ecken ABCD EFGH
   $A = (-2/0/0)$, $B = (2/0/0)$, $C = (2/3/0)$, $D = (-2/3/0)$,
   $E = (-2/0/1.8)$, $F = (2/0/1.8)$, $G = (2/3/1.8)$, $H = (-2/3/1.8)$,
   ist die Ebene durch die Punkte AFH in Hesse'scher Normalform zu bestimmen. Anschilessend sollen die Abstände der Punkte E, B und C von dieser Ebene berechnet werden.

4) Eine rechtsdrehende und eine linksdrehende Schraubenlinie, beide mit vertikaler Achse starten beide beim Punkt (0/10/0) und enden beim Punkt (10/0/2). Besimmen Sie die Achsenpositionen xcl und ycl, bzw. xcr, xcr und die Radien

rl und rr, sowie die Ganghöhen ghl und ghr unter Verwendung der Information, dass beide zwischen Anfangs- und Endpunkt je eine Vierteldrehung durchlaufen. Hinweis: Zeichnen Sie einen Grundriss dieser Schraubenlinien!

5) Das Quadrat mit den Ecken $A = (-8/0)$, $B = (-4/0)$, $C = (-4/4)$, $D = (-8/4)$ soll um seinen Mittelpunkt um 90 Grad gedreht werden. Geben Sie alle drei Teil-Transformationsmatrizen für diese Abbildungen in homogenen Koordinaten an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix zur Abbildung von A, B, C, D
in Ar, Br, Cr, Dr!
Berechnen Sie anschliessend auch die Gesamt-Transformation für eine Drehung um den Mittelpunkt um 180 Grad!

6) Schreiben Sie die einzelnen Berechnungs-Schritte mitsamt den Teilresultaten der Reihe nach auf, mit welchen das Gleichungssystem Q*R*x = b mit der orthogonalen Matrix `Q = [0.6 0.8 ; -0.8 0.6]` und der Rechtsdreiecks-Matrix `R = [1 2 ; 0 2]` für die rechten Seiten `b = [5 ; 10]` gelöst wird.
Die Angabe der Teilschritte inklusive der verwendeten Teil-Gleichungen ist obligatorisch, denn dies ist nicht nur eine Taschenrechner-Übung.

14.1.2 HS 11/12 Ingenieurmathematik Prüfung 2

Ingenieurmathematik Prüfung 2

15. Dez. 2011
Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

   1a) Geben Sie die Normalengleichung `N*p = b` an für das Fit-Problem, dessen Fehlergeichung A*p = y lautet,
   wobei `A = [-2 1; -1 1 ; 0 1; 1 1]` und `y = [4; 3; 3; 2]` sind.

   1b) Bestimmen Sie den Wert des Parameters p so, dass die beiden Vektoren `u = [4; -2]` und `v = [1; p]` zueinander ortogonal sind.

   1c) Welche Matrix in homogenen Koordinaten der Ebene bewirkt eine Achsenspiegelung an der y-Achse?

   1d) Geben Sie eine 4x4 Matrix an, welche bei Multiplikation von links her die erste und die dritte Zeile der multiplizierten Matrix vertauscht und die 2. und 4. Zeile an ihrem Platz lässt.

2) Bestimmen Sie im Würfel mit den Ecken ABCD EFGH
   `A = (-4/-4/0),  B = (4/-4/0),  C = (4/4/0), D = (-4/4/0)` ,
   `E = (-4/-4/8),  F = (4/-4/8),  G = (4/4/8), H = (-4/4/8)` ,
   den Winkel zwischen den beiden Vektoren u = Verbindung Mittelpunkt AE zu Ecke C und v = Verbindung Mittelpunkt AE zu Mittelpunkt FG

3) Bestimmen Sie im Oktaeder mit den 6 Ecken
   `N = (2/2/0) ,  E = (4/0/0) ,  S = (2/-2/0) ,  W = (0/0/0)` und
   `T = (2/0/2) ,  B = (2/0/-2)`
   die Ebene, welche durch die Punkte S und W, sowie den Mittelpunkt der Kante NB geht, in der Hesse'schen Normalform. (Angabe von en1 und dkrit1)
   Zeigen Sie anschliessend, dass der Mittelpunkt der Kante EB ebenfalls in dieser Ebene liegt.
   Bestimmen Sie ebenfalls die Referenz-Angaben en2 und dkrit2 für die dazu parallele Ebene durch E, N, und die Mittelpunkte ST und WT.

4) Das Quadrat mit den Ecken $A = (-2/6)$, $B = (1/3)$, $C = (4/6)$, $D = (1/9)$ soll an der Geraden $y = 3$ gespiegelt werden Geben Sie alle drei Teil-Transformationsmatrizen für diese Abbildungen in homogenen Koordinaten an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix zur Abbildung von A, B, C, D in Am, Bm, Cm, Dm.
   Berechnen Sie auch Am, Bm, Cm und Dm.

5) Bestimmen Sie das Gleichungssystem zur Lösung der untenstehenden Optimierungsaufgabe mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatoren.
Zielfunktion: `Z = 4x^2 + 2y^2 + 8z^2`
Nebenbedingung: `3*x + 5*y - z = 9`
Geben Sie auch die zugehörige 4x4 Matrix und den Vektor der rechten Seiten an, welche dieses lineare Gleichungssystem beschreiben!

6) Schreiben Sie die einzelnen Berechnungs-Schritte mitsamt den Teilresultaten der Reihe nach auf, mit welchen das Gleichungssystem Q*x = b mit der orthogonalen Matrix
`Q = [0.6 0 0.8  0 ; 0 -0.8 0  -0.6 ;  -0.8  0 0.6 0;  0 0.6 0 -0.8]`
für die rechten Seiten `b = [2 ; 4; 8; 10]` gelöst wird.
Sie müssen die Tatsache verwenden, dass Q orthogonal ist. Die Angabe der Teilschritte inklusive der verwendeten Teil-Gleichungen ist obligatorisch, denn dies ist nicht nur eine Taschenrechner-Übung.

14.1.3 HS 11/12 –L ösungen zur Prüfung 2

Ingenieurmathematik Prüfung 2 15. Dez. 2011

Zeit 90 Minuten, Reihenfolge beliebig, 8 Punkte pro Hauptaufgabe, 40 Pt. = N.6.

1) **Verständnisfragen:** Es werden nur ganz kurze Antworten erwartet.

1a) Geben Sie die Normalengleichung `N*p = b` an für das Fit-Problem, dessen Fehlergeichung A*p = y lautet,
wobei `A = [-2 1; -1 1 ; 0 1; 1 1]` und `y = [4; 3; 3; 2]` sind.

L1a) `N = A'*A = [6 -2; -2 4]  b = [ -9; 12]`

1b) Bestimmen Sie den Wert des Parameters p so, dass die beiden Vektoren `u = [4; -2]` und `v = [1; p]` zueinander ortogonal sind.

1b) `u'*v = 4 -2*p = 0 p = 2`

1c) Welche Matrix in homogenen Koordinaten der Ebene bewirkt eine Achsenspiegelung an der y-Achse?

1c) `[-1 0 0; 0 1 0; 0 0 1]`

1d) Geben Sie eine 4x4 Matrix an, welche bei Multiplikation von links her die erste und die dritte Zeile der multiplizierten Matrix vertauscht und die 2. und 4. Zeile an ihrem Platz lässt.

1d) `[0 0 1 0; 0 1 0 0; 1 0 0 0; 0 0 0 1]`

2) Bestimmen Sie im Würfel mit den Ecken ABCD EFGH
`A = (-4/-4/0),  B = (4/-4/0),  C = (4/4/0), D = (-4/4/0)` ,
`E = (-4/-4/8),  F = (4/-4/8),  G = (4/4/8), H = (-4/4/8)` ,
den Winkel zwischen den beiden Vektoren u = Verbindung Mittelpunkt AE zu Ecke C und v = Verbindung Mittelpunkt AE zu Mittelpunkt FG

L2) `u = [8 8 -4] , v = [  8 4 4] cosw = 0.6804 w = 47.124 Grad`

3) Bestimmen Sie im Oktaeder mit den 6 Ecken
`N = (2/2/0) ,  E = (4/0/0) ,  S = (2/-2/0) ,  W = (0/0/0)` und
`T = (2/0/2) ,  B = (2/0/-2)`
die Ebene, welche durch die Punkte S und W, sowie den Mittelpunkt der Kante NB geht, in der Hesse'schen Normalform. (Angabe von en1 und dkrit1)
Zeigen Sie anschliessend, dass der Mittelpunkt der Kante EB ebenfalls in dieser Ebene liegt.
Bestimmen Sie ebenfalls die Referenz-Angaben en2 und dkrit2 für die dazu parallele Ebene durch E, N, und die Mittelpunkte ST und WT.
Weitere Lösungen siehe pr2sol.m

```
format compact
 clf
 N = [2 2 0]'
E = [4 0 0]'
 S = [2 -2 0]'
W = [0 0 0]'
T = [2 0 2]'
B = [2  0 -2]';
oct = [S T N B S E T W B E N W S]
plot3(oct(1,:), oct(2,:), oct(3,:))
hold on
 axis equal
MNB = 0.5*(N+B)
MEB = 0.5*(E+B)
eb1 = [S W  MNB MEB S]
plot3(eb1(1,:), eb1(2,:), eb1(3,:), 'ro-')
MST = 0.5*(S+T)
MWT = 0.5*(W+T)
eb2 = [N E MST MWT N]
plot3(eb2(1,:), eb2(2,:), eb2(3,:), 'k*-')
hold off
view(34,26)
u1 = S - W
v1 = MNB - W
N1 = cross(u1,v1)
en1 = N1/norm(N1)
dkrit1 = en1'*W
dMEB = en1'*MEB - dkrit1
en2 = en1
dkrit2 = en2'*N
dE = en2'*E - dkrit2
dMST = en2'*MST - dkrit2
dMWT = en2'*MWT - dkrit2
 hold off
```

4) Das Quadrat mit den Ecken $A = (-2/6)$, $B = (1/3)$, $C = (4/6)$, $D = (1/9)$ soll an der Geraden $y = 3$ gespiegelt werden Geben Sie alle drei Teil-Transformationsmatrizen für diese Abbildungen in homogenen Koordinaten an und berechnen Sie die Gesamt-Transformationsmatrix zur Abbildung von A, B, C, D in Am, Bm, Cm, Dm.
Berechnen Sie auch Am, Bm, Cm und Dm.

L4)
```
% Homogene Koordinatentransformation
Qur = [-2 1 4 1 -2; 6 3 6 9 6; 1 1 1 1 1]
Tz = [1 0 0; 0 1 -3 ; 0 0 1]
M = [1 0 0; 0 -1 0; 0 0 1]
Tb = [1 0 0 ; 0 1 3 ; 0 0 1]
TT = Tb*M*Tz
Qmi = TT*Qur
stdhcaxis
plothclin(Qur,'g');
plothclin(Qmi,'r');
pause
Q = [0.6 0 0.8 0 ; 0 -0.8 0 -0.6; -0.8 0 0.6 0; 0 0.6 0 -0.8]
Q'*Q
b = [2;4;8;10]
Q'
xvsol = Q'*b
```

5) Bestimmen Sie das Gleichungssystem zur Lösung der untenstehenden Optimierungsaufgabe mit Hilfe der Lagrange-Multiplikatoren.
Zielfunktion: `Z = 4x^2 + 2y^2 + 8z^2`
Nebenbedingung: `3*x + 5*y - z = 9`
Geben Sie auch die zugehörige 4x4 Matrix und den Vektor der rechten Seiten an, welche dieses lineare Gleichungssystem beschreiben!

L5)
```
Q = [0.6 0 0.8 0 ; 0 -0.8 0 -0.6; -0.8 0 0.6 0; 0 0.6 0 -0.8]
Q'*Q
b = [2;4;8;10]
Q'
xvsol = Q'*b
```

6) Schreiben Sie die einzelnen Berechnungs-Schritte mitsamt den Teilresultaten der Reihe nach auf, mit welchen das Gleichungssystem Q*x = b mit der orthogonalen Matrix
`Q = [0.6 0 0.8  0 ; 0 -0.8 0  -0.6 ;  -0.8  0 0.6 0;  0 0.6 0 -0.8]`
für die rechten Seiten `b = [2 ; 4; 8; 10]` gelöst wird.
Sie müssen die Tatsache verwenden, dass Q orthogonal ist. Die Angabe der Teilschritte inklusive der verwendeten Teil-Gleichungen ist obligatorisch, denn dies ist nicht nur eine Taschenrechner-Übung.

L6) x = Q'*b = -5.2 2.8 6.4 -10.4